文章编号: 1674-8085(2019)06-0063-08

基于 LQG 控制的整车 8-DOF 系统振动分析

*彭闪闪,尹宗军,叶良龙,李梦楠

(安徽信息工程学院,安徽,芜湖 241000)

摘 要: 建立了整车 8-DOF 系统动力学模型,考虑了主动悬架控制,并增设了主动座椅控制,设计了车辆主动悬架系统的 LQG 控制器。基于 Matlab 仿真平台建立了整车 8-DOF 系统动力学仿真模型,对所得最优控制策略下的动态响应进行了仿真验证。仿真结果表明:为了改善人椅系统质心及车身质心的跳振性能需要在一定程度上弱化各轮轮胎动位移性能。从控制效能上来看,该最优控制器能够满足各行驶状态下对悬架性能的要求,改善了车辆的行驶平顺性。

关键词: 8-DOF 系统; 滤波白噪声法; 最优控制 中图分类号: U461 文献标识码: A

DOI:10.3969/j.issn.1674-8085.2019.06.012

VIBRATION ANALYSIS OF FULL VEHICLE 8-DOF SYSTEM BASED ON LQG CONTROL

^{*}PENG Shan-shan, YIN Zong-jun, YE Liang-long, LI Meng-nan

(Anhui Institute of Information Technology, Wuhu, Anhui 241000, China)

Abstract: Based on active suspension control, the addition of active seat control is taken into account to the full vehicle 8-DOF system. the LQG controller of automobile active suspension is designed. Based on the Matlab simulation platform, dynamic response of the optimal control strategy is simulated and verified in terms of the dynamic model of person-chair system. Simulation results show that the jumping performance of the center of mass and the center of mass of the human chair system is improved by reducing the dynamic displacement performance of each wheel. From the point of view of control efficiency, the optimal controller can satisfy the requirements of suspension performance under various driving conditions, and promote the ride comfort of the vehicle.

Key words: 8-DOF system; filtered white noise method; optimal control; vibration analysis

0 前 言

随着汽车行驶安全性的大幅度提高,乘坐舒适 性逐渐成为乘客和驾驶员乘坐汽车的主观评价汽 车性能的主要因素,与之相关联的科学问题便是汽 车行驶系能否主动控制由于路面不平度随机激励 导致人体的受迫振动问题[1-2]。

经典控制理论中存在两个基本问题:1)如果 一个系统的结构和参数已知,那么研究者的目的就 是分析它能达到什么指标,能否满足所要求的各项 性能指标线性;2)如果不能全面满足所要求的性 能指标,就要考虑使用什么手段使得系统性能指标 能够达到要求,可以认为这是控制原理分析与综合

收稿日期: 2019-04-15; 修改日期: 2019-05-20

基金项目: 安徽省教育厅自然科学重点项目(KJ2018A0633); 安徽省教育厅教学研究项目(2017jyxm0948)

作者简介:*彭闪闪(1989-),女,安徽亳州人,讲师,硕士,主要从事汽车电子方面的研究(E-mail:1285096601@qq.com);

尹宗军(1992-),男,安徽巢湖人,讲师,硕士,主要从事车辆系统动力学方面的研究(E-mail:yinzongjunyzj@163.com);

叶良龙(1999-),男,安徽合肥人,安徽信息工程学院本科生(E-mail:1976225962@qq.com);

李梦楠(1999-), 男, 安徽蚌埠人, 安徽信息工程学院本科生(E-mail:2540879904@qq.com).

的两个雏形。随着对车辆振动机理的深入研究,按 照悬架控制方式的分类主要有三类,分别为被动悬 架、半主动悬架及主动悬架^[3]。传统的被动悬架不 需要外部能源,完全基于既定设计的弹簧和阻尼元 件的自然特性起到吸振、减振作用,因而它的减振 效能具有片面性。半主动控制悬架由无源但具有可 变刚度的弹簧或变阻尼的减振器组成,其只能在有 限频率范围内提高悬架的性能。文献[4]作者基于七 自由度整车模型的 LQR 半主动控制针对车身姿态 进行了控制。文献[5]作者以某 1/4 车辆半主动悬架 为研究对象,将分数阶微积分理论应用到天棚阻尼 控制中。主动悬架增加了有源作动器,但其汽车主 动悬架的设计需要能够满足车辆对悬架性能要求 的控制律并由执行机构主动调整和产生的所需控 制力。因此控制律的设计直接关系到悬架性能。

本文采用线性二次型(linear quadratic gaussian, LQG)最优控制策略^[6-7],讨论汽车平顺性的两大问 题:车辆数学模型的建立以及路面激励模型的仿 真,采用滤波白噪声法生成四轮相干道路的时域模 型,讨论同辙车轮和同轴车轮之间的相互关系;以 整车 8-DOF(四个车轮的垂向、车身和座椅的垂向 以及车身的俯仰和侧倾共 8 个自由度)系统主动悬 架控制为主线,并增设了主动座椅控制用于调控传 至人体的受迫的振动。

1 滤波白噪声法生成随机路面

通常把路面对基准平面的高度 q 沿道路走向 I 的变化 q(I)称为路面纵坡面曲线或不平度函数。路面的激励过程是一个随机过程,路面功率谱密度 G_a(n)用下式作为拟合表达式^[8-9]:

$$G_{q}(n) = G_{q}(n_{0})(n/n_{0})^{-W}$$
(1)

式中: n 为空间频率, $G_q(n_0)$ 为路面不平度系数, $n_0=0.1 \text{ m}^{-1}$ 为参考空间频率, W为频率指标, 分级 路面谱的频率指数 W=2。

对车辆振动系统的输入除了路面不平度外,还 要考虑车速因素,根据车速 *u* 将空间频率功率谱密 度换算为频域功率谱函数:

$$G_q(\omega) = (2\pi)^2 G_q(n_0) n_0^2 \frac{u}{\omega^2 + \omega_0^2}$$
(2)

式中: ω=2πn₀₀u 为截止频率, n₀₀=0.01 m⁻¹ 为路面

不平度下截止空间频率。

滤波白噪声法认为将单位白噪声 S_o=1 通过一 个线性系统产生的输出功率谱密度等同于路面的 功率谱密度,设线性系统频域响应函数为:

$$H(j\omega) = \frac{a}{b+j\omega}$$
(3)

则输出功率谱密度为

$$G_{q}(\omega) = \left| H(j\omega) \right|^{2} S_{\omega}$$
(4)

由此得到线性系统的微分方程为

 $\dot{q}\left(t\right) = -2\pi n_{00}u \cdot q\left(t\right) + 2\pi n_0 \sqrt{G_q(n_0)u} \cdot w\left(t\right) \quad (5)$

前述只是考虑了一个车轮的自谱,整车 8-DOF 模型需要考虑四个车轮输入的振动传递。假定后轮 滞后前轮一段长度,另外左右轮之间不平度的统计 特征用它们之间的互功率谱密度或相干函数来描述。

1.1 同辙前、后车轮路面激励时域关系

将式(5)中单车轮路面激励的时域模型简化 如下:

$$\dot{q}(t) = -au \cdot q(t) + b \cdot w(t) \tag{6}$$

其中 $a=2\pi n_{00}$, $b=2\pi n_0 (G_q(n_0)u)^{1/2}$ 。设汽车等速直线 行驶,单侧前、后轮激励的时间延迟为 T=(l1+l2)/u, 采用一阶 pade 近似延迟传递函数 e^{-Ts} 来表示后轮 对前轮的时间延迟效应,即:

$$H(s) = \left(1 - \frac{Ts}{2}\right) / \left(1 + \frac{Ts}{2}\right) \tag{7}$$

很显然|H(s)|=1 是频率分量的幅度不改变的全 通系统。则 $G_{qr}(\omega)=|H(j\omega)|^2G_{qf}(\omega)=G_q(\omega), G_{qf}(\omega)为$ 前轮的功率谱密度函数。由此传递函数得到后轮的 时域延迟模型:

$$\dot{q}_r = -\frac{2}{T}q_r - \dot{q}_f + \frac{2}{T}q_f$$
(8)

综上,得出同辙前、后轮的路面激励时域模型

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_f \\ \dot{q}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -au & 0 \\ au + \frac{2}{T} & -\frac{2}{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_f \\ q_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ -b \end{pmatrix} w(t)$$
(9)

1.2 同轴左、右车轮路面激励时域关系

实验已证明,同轴左、右车轮之间存在相关性。 同轴左、右轮迹的相干函数定义为:

$$coh_{lr}^{2}(\omega) = \frac{\left|G_{lr}(\omega)\right|^{2}}{G_{ql}(\omega)G_{qr}(\omega)} \le 1$$
(10)

可以用来描述两个信号在各频率处的线性相关程度,其中 *G*_{*l*}(ω)为左、右车轮轮迹互功率谱密度。

假设左、右车轮轮迹 q_i(t)和 q_r(t)的自谱相同,且二 者之间的相位谱等于零,则

 $G_{lr}(\omega) = |G_{lr}(\omega)| = coh_{lr}(\omega)G_{a}(\omega)$ (11)

以左侧车轮轮迹 $q_l(t)$ 作为参考,上式 $G_{lr}(\omega)$ 可以认为 $q_l(t)$ 通过某个线性系统的频率响应函数 $|H(j\omega)|$ 幅频特性等于 $coh_{lr}(\omega)$ 。设左、右车轮轮迹 $q_l(t)$ 和 $q_r(t)$ 之间传递函数用二阶有理分式近似,得到:

$$H(s) = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2}$$
(12)

将传递函数化为左、右轮迹之间的状态方程, 并附加中间状态变量 $\xi(t) = [\xi_1(t) \quad \xi_2(t)]^T$ 得到:

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi}_{1}(t) \\ \dot{\xi}_{2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{b_{1}}{b_{2}} & -\frac{b_{0}}{b_{2}} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_{1}(t) \\ \xi_{2}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{b_{2}} \\ 0 \end{pmatrix} q_{I}(t)$$
(13)

则右车轮轮迹q_r(t)的时域表达式为:

$$q_r(t) = \left(a_1 - \frac{a_2 b_1}{b_2} - a_0 - \frac{a_2 b_0}{b_2}\right) \left(\xi_1(t) \\ \xi_2(t)\right) + \frac{a_2}{b_2} q_l(t) \quad (14)$$

设其系统矩阵分别为 *A*₁、*B*₁、*C*₁、*D*₁。对 *q_r(t)* 微分一次代入上式中可得:

$$\dot{q}_{r}(t) = C_{1}A_{1}\xi(t) + D_{1}\dot{q}_{l}(t) + C_{1}B_{1}q_{l}(t)$$
(15)

其中: a_0 =3.1851, a_1 =0.2063, a_3 =0.0108, b_0 =3.223, b_1 =0.59, b_3 =0.0327。

需要指出的是,上述的处理方法虽然得到的 左、右车轮轮迹互谱满足了相干关系,但是也间接 地默认了右侧车轮轮迹的自谱小于左侧车轮轮迹 的自谱,即 $G_{qr}(\omega)=|H(j\omega)|^2G_q(\omega)\leq G_q(\omega)$ 。

1.3 四轮相干道路的激励状态方程

前述,已经讨论了同辙车轮和同轴车轮之间的 相互关系,将其写成四轮相干道路的激励输入的状态方程形式如下:

$$\dot{q}(t) = Hq + Pw(t) \tag{16}$$

式中:

$$q = \begin{pmatrix} q_{lf} & q_{lr} & q_{rf} & q_{rr} & \xi \end{pmatrix}^{T},$$

$$P = \begin{pmatrix} b & -b & D_{l}b & -D_{l}b & 0_{2\times l} \end{pmatrix}^{T},$$

$$H = \begin{pmatrix} -au & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{1}B_{1} - D_{1}au & 0 & 0 & 0 & C_{1}A_{l} \\ au + \frac{2}{T} & 0 & -\frac{2}{T} & 0 & 0 \\ -C_{1}B_{1} + D_{1}au & \frac{2}{T} & 0 & -\frac{2}{T} & -C_{1}A_{l} \\ B_{l} & 0 & 0 & 0 & A_{l} \end{pmatrix}$$

2 考虑人椅主动控制的整车 8-DOF

模型的最优控制算法

在目前的汽车振动学中,通常采用 2-DOF 模型、半车 4-DOF 以及整车 7-DOF 动力学模型,且 基于这些模型的主动控制装置通常设置在悬架上。 因此在考虑车辆主动悬架设计的过程中:一方面要 使选择系统模型充分反应车辆悬架的动态特性;另 一方面在考虑舒适性的同时,加入人椅主动控制模 型,充分降低车辆振动带给人体的影响。考虑人椅 主动控制的整车 8-DOF 系统模型,比较全面的考虑 了车辆垂直、俯仰以及侧倾对人体舒适性的影响。 主动悬架系统用以缓和、抑制由于不平路面所引起 的振动和冲击,加入人椅主动控制模型,可以适时 主动调控传递到人体处的振动。

2.1 系统模型的建立

基于以上分析,简化物理模型如图 1 所示,并 建立所对应的数学模型。由于汽车在纵向行驶运动 过程中,当俯仰角 θ 和侧倾角 φ 在小范围内变化时, 故悬架垂直位移 z_{si}和人椅系统位置垂直位移 z_{xy}的 运动学近似关系为:

$$z_{s1} = z_b - l_1 \theta + l_3 \varphi \tag{17}$$

$$z_{s2} = z_b - l_1 \theta - l_4 \varphi \tag{18}$$

$$z_{s3} = z_b + l_2\theta + l_3\phi \tag{19}$$

$$z_{s4} = z_b + l_2\theta - l_4\varphi \tag{20}$$

$$z_{xy} = z_b - r_x \theta + r_y \varphi \tag{21}$$



图 1 考虑人椅主动控制的整车 8-DOF 模型 Fig 1 Full vehicle 8-DOF model considering active control of human-seat system

66

表 1 整车 8-DOF 模型参数列表 Table1 Parameters list for full vehicle 8-DOF model

符号	名称	符号	名称
m _c	人椅系统质量	Z_c	人椅系统垂直位移
m_b	簧上质量	z_b	车身质心垂直位移
m_{ui}	簧下质量	Z_{si}	悬架垂直位移
k_c	人椅系统刚度	Z_{ui}	轮胎垂直位移
k_{si}	悬架刚度	θ	俯仰角
k _{ui}	车轮刚度	φ	侧倾角
C_{c}	人椅系统阻尼	Z_{XY}	人椅系统垂直位移
C_{si}	悬架阻尼	Z_{ri}	路面激励垂直位移
$l_1 l_2$	车身到前后轴距离	u_c	人椅系统控制信号
$l_3 l_4$	车身到左右轴距离	u_i	悬架控制信号
$r_x r_y$	人椅系统位置坐标	$J_{ heta}J_{arphi}$	车身俯仰及侧倾转动惯量

其中取: m_c =80 kg, c_c =2200 Ns/m, k_c =1×10⁵ N/m, r_x =0.57 m, r_y =0.33 m, m_b =1380 kg, c_{si} =1000 Ns/m, $m_{u1}=m_{u2}$ =40 kg, $m_{u3}=m_{u4}$ =45 kg, $k_{s1}=k_{s2}$ =17000 N/m, $k_{s3}=k_{s4}$ =22000 N/m, k_{ui} =2×10⁵ N/m, l_1 =1.3m, l_2 =1.5 m, $l_3=l_4$ =0.74 m, J_{θ} =2444 kgm², J_{φ} =380 kgm², (*i*=1, 2, 3, 4)。

基于整车 8-DOF 模型运动学和动力学理论,即 人椅系统质心运动方程:

$$m_c \ddot{z}_c = -k_c \left(z_c - z_{xy} \right) - c_c \left(\dot{z}_c - \dot{z}_{xy} \right) - u_c \tag{22}$$

车身质心运动方程:

$$m_{b}\ddot{z}_{b} = \sum_{i=1}^{4} \left[-k_{si} \left(z_{si} - z_{ui} \right) - c_{si} \left(\dot{z}_{si} - \dot{z}_{ui} \right) - u_{i} \right] + k_{c} \left(z_{c} - z_{xy} \right) + c_{c} \left(\dot{z}_{c} - \dot{z}_{xy} \right) + u_{c}$$
(23)

悬架俯仰转动微分方程:

$$J_{\theta}\ddot{\theta} = \sum_{i=1,2} l_1 \Big[k_{si} (z_{si} - z_{ui}) + c_{si} (\dot{z}_{si} - \dot{z}_{ui}) + u_i \Big] - \sum_{i=3,4} l_2 \Big[k_{si} (z_{si} - z_{ui}) + c_{si} (\dot{z}_{si} - \dot{z}_{ui}) + u_i \Big] - r_x \Big[k_c (z_c - z_{xy}) + c_c (\dot{z}_c - \dot{z}_{xy}) + u_c \Big]$$
(24)

悬架侧倾转动微分方程:

$$J_{\varphi}\ddot{\varphi} = \sum_{i=1,3} -l_1 \Big[k_{si} (z_{si} - z_{ui}) + c_{si} (\dot{z}_{si} - \dot{z}_{ui}) + u_i \Big] - \sum_{i=2,4} l_4 \Big[k_{si} (z_{si} - z_{ui}) + c_{si} (\dot{z}_{si} - \dot{z}_{ui}) + u_i \Big] - r_y \Big[k_c (z_c - z_{xy}) + c_c (\dot{z}_c - \dot{z}_{xy}) + u_c \Big]$$
(25)

各簧下质心运动方程:

$$m_{ui}\ddot{z}_{ui} = k_{si}(z_{si} - z_{ui}) + c_{si}(\dot{z}_{si} - \dot{z}_{ui}) - k_{ui}(z_{ui} - z_{ri}) + u_i , i = 1, \cdots, 4$$

为了简化,写成矩阵形式: (26)

$$\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = Bu + Wz_r \tag{27}$$

其中:

$$x = \begin{bmatrix} z_c & z_b & \theta & \varphi & z_{u1} & z_{u2} & z_{u3} & z_{u4} \end{bmatrix}^T,$$

$$u = \begin{bmatrix} u_c & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{bmatrix}^T,$$

$$\boldsymbol{z}_r = \begin{bmatrix} \boldsymbol{z}_{r1} & \boldsymbol{z}_{r2} & \boldsymbol{z}_{r3} & \boldsymbol{z}_{r4} \end{bmatrix}^T$$

由于阻尼矩阵 *C* 与刚度矩阵 *K* 结构形式一样, 故省写刚度矩阵 *K*。将控制矩阵 *B*、阻尼矩阵 *C*、 外激矩阵 *W* 及刚度矩阵 *K* 表示如下:

$$\begin{split} C^1 &= \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} & c_{27} & c_{28} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} & c_{37} & c_{38} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} & c_{47} & c_{48} \end{pmatrix}, \\ C^2 &= \begin{pmatrix} 0 & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{62} & c_{63} & c_{64} & 0 & c_{66} & 0 & 0 \\ 0 & c_{72} & c_{73} & c_{74} & 0 & 0 & c_{77} & 0 \\ 0 & c_{82} & c_{83} & c_{84} & 0 & 0 & 0 & c_{88} \end{pmatrix}, \\ W^1 &= \begin{pmatrix} k_{u1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{u2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{u3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{u4} \end{pmatrix}, \quad B^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ B^1 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -r_x & l_1 & l_1 & -l_2 & -l_2 \\ r_y & -l_3 & l_4 & -l_3 & l_4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} C^1 \\ C^2 \end{pmatrix} \\ W = \begin{pmatrix} 0_{4 \times 4} \\ W^1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B^1 \\ B^2 \end{pmatrix} \end{split}$$

在这里,为表示方便省略每行需除以各自的质量或 转动惯量且把阻尼矩阵*C*与刚度矩阵*K*中分子相同 的并写在一起,其中:

$$\dot{X} = \tilde{G}X + \tilde{B}U + \tilde{P}w(t)$$
(28)

$$Y = EX + DU \tag{29}$$

下式中选取适当维数的零矩阵和单位矩阵,后 文所有缩写都是如此。其中:

$$\begin{split} \tilde{G} &= \begin{pmatrix} -C & -K & W & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H \end{pmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0_{6\times 5} \end{pmatrix}, \quad \tilde{P} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ P \end{pmatrix} \\ D &= \begin{pmatrix} B^1 \\ 0_{8\times 5} \end{pmatrix}, \quad E^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -l_1 & l_3 \\ 0 & 1 & -l_1 & -l_4 \\ 0 & 1 & l_2 & l_3 \\ 0 & 1 & l_2 & -l_4 \end{pmatrix} \\ E &= \begin{pmatrix} -C^1 & -K^1 & 0_{4\times 4} & 0_{4\times 2} \\ 0_{4\times 8} & E^1 & -I_4 & 0_{4\times 2} \\ 0_{4\times 12} & I_4 & -I_4 & 0_{4\times 2} \end{pmatrix} \end{split}$$

2.2 完全状态信息系统的最优控制器设计

确定性等价原理表明随机型状态反馈调节器 的最优控制规律和确定型状态反馈调节器的最优 控制规律完全相同,因此最优控制器的设计可以完 全按照确定型状态反馈调节器的设计进行。在车辆 悬架设计中,通常把路面不平度和车速作为输入, 而把轮胎动载荷、悬架动挠度以及代表乘坐舒适性 的车身加速度作为重要的性能指标。本文考虑悬架 主动控制和人椅主动控制,因此增加车身质心侧倾 及俯仰角加速度和人椅系统加速度作为综合性能 指标。最优控制器设计中的目标性能指标 J,表示 如下:

$$J = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{0}^{T} \left[\Delta_{1} \ddot{z}_{c}^{2} + \Delta_{2} \ddot{z}_{b}^{2} + \Delta_{3} \ddot{\theta}_{2} + \Delta_{4} \ddot{\phi}_{2} + \sum_{i=1}^{4} p_{i} \left(z_{si} - z_{ui} \right)^{2} + \sum_{i=1}^{4} q_{i} \left(z_{ui} - z_{ri} \right)^{2} + h_{c} u_{c}^{2} + \sum_{i=1}^{4} h_{i} u_{i}^{2} \right] dt$$
(30)

式中: *p_i* 为各悬架动行程的加权系数; *q_i* 为各轮胎 动态位移的加权系数; Δ_i 为各加速度的加权系数。 简化目标性能指标 *J*,将上式等式写成矩阵形式如 下:

$$J = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \left[\frac{1}{2} X^{T} Q X + \frac{1}{2} U^{T} R U + X^{T} N U \right] dt \quad (31)$$

其中:

$$L=diag(h_{c} \ h_{1} \ h_{3} \ h_{3} \ h_{4}),$$

$$\overline{P}=diag(p_{1} \ p_{2} \ p_{3} \ p_{4}),$$

$$\overline{Q}=diag(q_{1} \ q_{2} \ q_{3} \ q_{4}),$$

$$\Delta=diag(\Delta_{1} \ \Delta_{2} \ \Delta_{3} \ \Delta_{4}), F=diag(\Delta \ \overline{P} \ \overline{Q}),$$

$$Q=E^{T}FE, R=D^{T}FD+L, N=E^{T}FD$$

$$\overline{\mathbb{C}}\mathfrak{Q} \stackrel{\text{restruct}}{\cong} \mathfrak{S}\mathfrak{M}\mathfrak{S}\mathfrak{M}\mathfrak{S}\mathfrak{I}$$

$$H = \left[\frac{1}{2}X^{T}QX + \frac{1}{2}U^{T}RU + X^{T}NU\right] + \lambda^{T}\left[\tilde{G}X + \tilde{B}U\right]$$
(32)

由于最优系统的有限控制区间总是远离终端, 从而 *P* 实际可以采用稳态值,显然满足 *p*=0,得到 代数 Riccati 方程:

$$\tilde{G}^{T}P + P\tilde{G} - (PB + N)R^{-1}(B^{T}P + N^{T}) + Q = 0$$
 (33)

若上式有解,则最优控制律为:

$$U^{*} = -R^{-1} \left(B^{T} P + N^{T} \right) X$$
(34)

3 仿真与分析

利用 Matlab M 脚本文件编写了被动悬架与最 优控制下主动悬架的仿真程序,同时添加了滤波白 噪声法生成随机路面的功率谱及其时域描述的仿 真程序。假定汽车以 *u*=20.0 m/s 的速度行驶在 C 级 路面上,即 *G*_q(*n*₀)=256。考虑到本文中加权系数对 于代数 Riccati 方程求解的重要性,因此仍然选用试 凑法。基于之前相关论文的工作,通过反复调整与 测试,最终选择加权系数如下:

$$L=3.5 \times 10^{-4} \cdot diag(1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1),$$

$$\overline{P}=2000 \cdot diag(1 \ 1 \ 1 \ 1),$$

$$\overline{Q}=1000 \cdot diag(1 \ 1 \ 1 \ 1),$$

$$\Delta=diag(100 \ 100 \ 80 \ 60)$$

3.1 随机路面的功率谱及其时域描述

车辆平顺性的研究主要归结于车辆行驶过程 中受到道路激励,传至车辆行驶系产生振动的研 究。因此,建立路面模型对研究课题具有决定意义。 本文采用滤波白噪声法生成四轮相干道路的时域 模型。图 2-图 5 描述了各轮路面纵坡面曲线的时域 表示及其功率谱(PSD, Power Spectral Density),且 图中 C/B RS(Road spectral)表示分别表示 C/B 级路 面谱。从左、右轮间的功率谱可以看出,由于左、 右轮间的相干关系导致右轮达到了 B 级路面谱,而







3.2 仿真结果分析

从图 6-图 9 中可以看出, 主动控制下的各加速 度峰值均低于被动悬架, 但对车身侧倾角加速度的 控制效果仍不太明显。图 10-图 13 描绘了各轮胎在 最优控制下动位移, 且各动位移的峰值普遍高于被 动悬架。而图 14-图 17 描绘了各悬架在最优控制下 的动挠度。很明显, 对后轮悬架动挠度的控制效果 明显比前轮悬架动挠度要好很多。为了定量刻画最 优控制对各性能指标的控制效果, 在表 2 中列出了 B/G 级路面下各均方根值及其改善百分比用于说明 该最优控制是否具有改善乘坐舒适性的评价指标。 以下对各加速度、各动位移及各悬架动挠度分别进 行分析:



图 3 左后轮时频表示 Fig.3 Time-frequency representation of left rear whee





1) 相比较于被动悬架,基于主动座椅控制下各 加速度(除了车身侧倾角加速度)改善百分比均在 45%以上,尤其是对于俯仰角加速度达到了76%。 汽车以车速20 m/s 与30 m/s 行驶在 B/G 路面上, 各加速度改善百分比保持了一致性,说明该最优控 制器具有改善乘坐舒适性的控制效能。

2) 图 10-图 13 中直观上看出,该最优控制并没 有大幅度改善各轮轮胎动位移,甚至于小幅度改 善。随之而来的是各轮轮胎动位移的在表 2 中均方 根值上的小幅度恶化。左后轮及右前轮动位移的峰 值接近于被动悬架的 1.5 倍。说明为了改善其跳振 性能需要在一定程度上弱化各轮轮胎动位移。

3) 后轮悬架动挠度得到了 40%以上大幅度改

善百分比, 而前轮悬架动挠度得到了 10%左右小幅 度改善百分比。另外,各悬架动挠度改善百分比也 保持了较好的一致性,可以认为当车速及路况等变



图 6 人椅系统质心加速度 Fig.6 Centroid acceleration of person-chair system







图 10 左前轮动位移 Fig.10 Dynamic displacement of left front wheel



图 12 右前轮动位移 Fig.12 Dynamic displacement of right front wheel



Fig.14 Suspension dynamic deflection of left front wheel

化时,最优控制器能够满足各行驶状态下对悬架性 能的要求。



图 7 车身质心加速度 Fig.7 Centroid acceleration of vehicle body



图 9 车身俯仰角加速度 Fig.9 Angular acceleration of vehicle pitch



图 11 左后轮动位移 Fig.11 Dynamic displacement of left rear wheel









Fig.16 Suspension dynamic deflection of right front wheel



	表 2 B/G 级路面各均方根值及其改善百分比	
Table ₂ The mean	square root value of B/G grade payement and its percentage improve	ment

	<i>u</i> =20 m/s (B&G)			<i>u</i> =30 m/s (B&G)		
-	被动悬架	主动悬架	百分比/%	被动悬架	主动悬架	百分比%
人椅质心加速度/m·s ⁻²	0.0619/0.6756	0.0258/0.2943	58.36/56.43	0.0706/0.7852	0.0259/0.2832	63.28/63.94
车身质心加速度/m·s ⁻²	0.0528/0.5923	0.0266/0.3060	49.66/48.43	0.0594/0.6311	0.0298/0.3197	49.79/49.34
侧倾角加速度/rad·s ⁻²	0.0476/0.5766	0.0430/0.5247	9.77/9.00	0.0584/0.6327	0.0535/0.5854	8.29/7.47
俯仰角加速度/rad·s ⁻²	0.0423/0.4927	0.0099/0.1129	76.52/77.09	0.0571/0.5758	0.0165/0.1746	71.14/69.67
左前轮动位移/m	0.0004/0.0053	0.0004/0.0055	-3.25/-4.42	0.0005/0.0059	0.0006/0.0063	-7.34/-6.66
左后轮动位移/m	0.0006/0.0064	0.0006/0.0065	-1.52/-1.28	0.0006/0.0067	0.0006/0.0067	0.11/0.14
右前轮动位移/m	0.0007/0.0081	0.0007/0.0082	-0.47/1.22	0.0008/0.0087	0.0008/0.0088	-1.29/-1.04
右后轮动位移/m	0.0002/0.0021	0.0002/0.0022	1.15/0.08	0.0002/0.0023	0.0002/0.0024	-0.28/-3.51
左前轮悬架动挠度/m	0.0014/0.0149	0.0012/0.0132	14.19/11.36	0.0013/0.0154	0.0012/0.0133	10.35/13.65
左后轮悬架动挠度/m	0.0010/0.0110	0.0006/0.0074	35.96/32.99	0.0011/0.0121	0.0006/0.0072	41.13/39.94
右前轮悬架动挠度/m	0.0010/0.0117	0.0010/0.0117	-1.00/0.56	0.0012/0.0124	0.0012/0.0122	3.30/1.51
右后轮悬架动挠度/m	0.0009/0.0111	0.0005/0.0064	41.47/42.72	0.0011/0.0106	0.0006/0.0062	45.27/40.80

5 结论

本文研究了汽车平顺性的两大问题:车辆数学 模型的建立以及路面激励模型的仿真。整车 8-DOF 系统基于主动悬架控制,并增设了主动座椅控制。 一方面要考虑系统模型充分反应车辆悬架的动态 特性,另一方面加入人椅模型可以真实有效地将路 面传递给人体的扰动,通过人椅主动控制充分降低 车辆振动带给人体的影响。采用滤波白噪声法建立 了四轮时域随机激励模型,并考虑到了同轴相干性 以及同辙延迟效应。

考虑当车速及路况等变化时,控制器要能够满 足各行驶状态下对车辆悬架系统性能的要求。通过 引入最优控制器,即最优控制目标性能指标包含车 身侧倾及俯仰角加速度、人椅系统加速度、车身质 心加速度、轮胎动态位移以及悬架动挠度。本文采 用试凑法确定目标性能指标的加权系数,对所得最 优控制策略下的动态响应进行了仿真验证表明:在 控制效能上,该控制器能使人椅系统及车身加速度 均方根值均得到大幅度的改善。该最优控制器能够 满足各行驶状态下对悬架性能要求,但为了改善其 跳振性能需要在一定程度上弱化各轮轮胎动位移。

参考文献:

- 叶光湖,盛云,吴光强.考虑人体坐姿模型的汽车主动悬 架最优控制[J].汽车技术,2013,451(4):6-9.
- [2] 蒋培露. 车辆主动悬架的控制与仿真研究[D]. 上海:上 海工程技术大学, 2015.
- [3] 张好好. 汽车半主动悬架控制策略及联合仿真研究[D]. 西安:长安大学, 2016.
- [4] 周瑜. 某轿车车身姿态半主动悬架最优控制研究[D]. 长春:吉林大学, 2016.
- [5] 梁军,庞辉,陈嘉楠,等. 车辆半主动悬架分数阶天棚阻 尼控制研究[J]. 机械科学与技术, 2017, 36(12):1-7.
- [6] 蓝会立,高远,范健文,等. 基于遗传算法的车辆4自由度
 主动悬架最优控制研究[J]. 合肥工业大学学报, 2014, 37(11):1304-1310.
- [7] 刘小斌,刘小金. 基于 LQG 控制器的主动悬架系统设 计与仿真[J]. 兰州理工大学学报, 2014, 40(1):33-36.
- [8] 张永林. 车辆道路数值模拟与仿真研究[D].武汉:华中 科技大学, 2010.
- [9] 敬婕. 面向品质动力学的路面激励实时模型建模研究[D]. 长春:吉林大学, 2016.