

文章编号: 1674-8085(2016)05-0011-07

梯形区域极点配置静态输出反馈可靠控制

*徐艺超¹, 姚 波¹, 王福忠²

(1. 沈阳师范大学数学与系统科学学院, 辽宁, 沈阳 110034; 2. 沈阳工程学院基础部, 辽宁, 沈阳 110036)

摘 要: 针对线性系统, 考虑连续增益故障模型, 研究了具有执行器故障的梯形区域极点配置的静态输出反馈可靠控制问题。首先, 在执行器无故障的前提下, 给出使极点能够配置在梯形区域内的充分条件, 进而得出系统的静态输出反馈可靠控制率。然后, 基于执行器故障, 重新设计静态输出反馈可靠控制器, 利用求解线性矩阵不等式的方法, 完成静态输出反馈可靠控制器的设计。由此可靠控制器构成的闭环系统, 使得当执行器发生故障时, 也可使闭环系统的所有极点保持在梯形区域内。最后的数值仿真验证了结果的有效性和可行性。

关键词: 极点配置; 执行器故障; 静态输出反馈; 线性系统; 可靠控制; 线性矩阵不等式(LMI)

中图分类号: TP13

文献标识码: A

DOI:10.3969/j.issn.1674-8085.2016.05.003

STATIC OUTPUT FEEDBACK RELIABLE CONTROL OF POLE PLACEMENT IN TRAPEZOIDAL AREA

* XU Yi-chao¹, YAO Bo¹, WANG Fu-zhong²

(1. College of Mathematics and System Science, Shenyang Normal University, Shenyang, Liaoning 110034, China;

2. Shenyang Institute of Engineering, Shenyang, Liaoning 110136, China)

Abstract: Taking a linear system and consider the continuous fault model, we proposed problem of a static output feedback reliable control of pole placement with actor faults in trapezoidal area. Firstly, we study the system without any faults. We can get a feedback reliable controller. The poles will in the trapezoidal area and the controller will lose efficacy when the system with actor faults. Furthermore, we use the theory of Lyapunov to deduce the sufficient condition under the actor faults, which make all the poles still in the same trapezoidal area. A static output feedback reliable controller can be obtained by using linear matrix inequality. A simulation example is given illustrate the feasibility and effectiveness of the results.

Key words: pole placement; actor faults; static output feedback; linear system; reliable control; linear matrix inequality (LMI)

0 引 言

反馈控制是指在控制系统中, 将系统的实际输出和期望输出进行比较, 形成误差, 从而为确定下一步的控制行为提供依据, 实现对被控对象进行控

制的任务, 这就是反馈控制原理。文献[1]提出了不确定时滞系统的反馈控制问题, 并且给出了当执行器发生故障时, 系统鲁棒镇定的条件。文献[2]基于线性矩阵不等式给出了低成本可靠控制器的参数化表示。文献[3]利用凸组合方法, 得出当执行器发

收稿日期: 2016-05-06; 修改日期: 2016-06-08

作者简介: *徐艺超(1992-), 女, 辽宁沈阳人, 硕士生, 主要从事广义系统可靠控制方面研究(E-mail:xuyichaosherry@126.com);

姚 波(1963-), 女, 辽宁沈阳人, 教授, 博士, 硕士生导师, 主要从事广义系统、 H_∞ 控制、极点配置和可靠控制方面研究(E-mail:boyao163@163.com);

王福忠(1963-), 男, 辽宁沈阳人, 教授, 博士, 硕士生导师, 主要从事模糊控制、鲁棒控制和容错控制方面研究(E-mail:Fuzhong163@163.com).

生故障时,系统渐近稳定的条件。目前反馈控制中主要是动态输出反馈和状态输出反馈,动态输出反馈结构复杂消耗能量,状态输出反馈需要系统对状态进行采集,但一般很难做到。静态输出反馈相对于动态输出反馈和状态输出反馈研究的学者较少。文献[4]给出了线性系统静态输出反馈镇定的 LMI 方法。文献[5]利用线性矩阵不等式方法设计了随机混合系统的无脉冲以及随机稳定的静态输出反馈控制器。文献[6]通过构造一个二次 Lyapunov 函数,结合线性矩阵不等式的约束条件,给出了控制器存在的充分条件。以上文献涉及到的静态输出控制都不是可靠的,一旦系统的传感器或者执行器发生故障,系统将不再稳定,所以设计一个静态输出可靠控制器是必要的。可靠控制是将系统可能发生的故障考虑在系统控制器的设计过程中,其设计主要考虑系统的是执行器和传感器故障,故障类型分为“中断”故障和增益故障,“中断”故障也称为离散故障,增益故障也称为连续故障,本文主要研究连续故障。自 1980 年 Siljak 发表关于可靠镇定的文章以后,许多学者对其进行了深入研究^[7-9]。文献[10]给出了在连续故障的前提下,基于 LMI 方法给出了反馈控制器存在的充分条件,并且提出了考虑执行器和传感器双故障的系统的完整性设计方法。文献[11]以执行器故障诊断为前提,解决了连续时间系统的可靠时滞控制问题。区域极点配置是指把闭环系统的极点全部配置在左复平面中给出的指定区域内,那么系统将会具有我们需要的稳态特性和动态特性。文献[12]在考虑执行器故障的前提下,给出了扇形区域极点配置的可靠控制率。文献[13]针对不确定系统,研究了在混合故障的前提下使极点配置在圆盘区域的可靠控制问题。

本文主要研究了在梯形区域下,极点配置的静态输出反馈可靠控制的一些问题,不仅给出了求静态输出反馈可靠控制的控制率的方法,而且还论证了当执行器发生故障时,使原系统极点仍旧可以配置在所确定的梯形区域下的充分条件,并且给出了利用 LMI 在梯形区域下求带有执行器故障的静态输出反馈可靠控制器的设计方法。所设计出的控制器保证了无论是在无故障,还是发生执行器故障时闭环系统的极点均能配置在所确定的梯形区域。数值仿真验证了本文结果的有效性和可行性。

1 问题描述

考虑线性定常系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x(t) \in R^n$ 为系统的状态变量, $u(t) \in R^p$ 为系统的控制输入变量, $y(t) \in R^m$ 是系统的输出变量, $A \in R^{n \times n}$ 和 $B \in R^{n \times p}$ 是不依赖系统的常规矩阵, $C \in R^{m \times n}$ 是系统的测量行满秩矩阵。

执行器连续增益故障矩阵模型为:

$$u^f(t) = F_a u(t)$$

其中 $u(t) \in R^p$ 为执行器正常信号向量, $u^f(t) \in R^p$ 为考虑执行器故障的信号向量。 F_a 为执行器故障矩阵, 其形式为 $F_a = \text{diag}(f_{a1}, f_{a2}, \dots, f_{ap})$,

其中 $\underline{f}_{ai} \leq f_{ai} \leq \overline{f}_{ai}, 0 \leq \underline{f}_{ai} \leq 1, \overline{f}_{ai} \geq 1, (i=1, 2, \dots, p)$ 。

故障处理(凸组合法):

设集合 $\delta_a = \{\phi_{ai} \mid \phi_{ai} = \text{diag}(\phi_{ai1}, \phi_{ai2}, \dots, \phi_{aip})\}$,

$$\phi_{aij} = \underline{f}_{ai} \text{ or } \overline{f}_{ai}, j=1, 2, \dots, p\}$$

显然, 集合 δ_a 有 2^p 个元素。由集合 δ_a 的元素为顶点构成的超多面体及内部表述的集合是凸的, 记为: $\Delta_a = \{F_a \mid F_a = \text{diag}(f_{a1}, f_{a2}, \dots, f_{ap})\}$,

$$\underline{f}_{ai} \leq f_{ai} \leq \overline{f}_{ai}, i=1, 2, \dots, p\}$$

这样由上述两个集合描述的任意故障矩阵 $F_a \in \Delta_a$ 。对于任意 $F_a \in \Delta_a$, 使得 $F_a = F_{ai}$ 。总可以

找到 $\alpha_{ij} \geq 0, i=1, 2, \dots, 2^p$ 满足 $\sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} = 1$ 使得

$$F_a = \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai}$$

引理 1^[14] 已知 S 是 $n \times n$ 正定对称矩阵 ($m \leq n$), G 是适维行满秩矩阵, 则矩阵 GSG' 可逆。

分析: 证明 GSG' 可逆, 等价于证明方程 $GSG'X = 0$ 只有零解。

证明: 设 $GSG'X = 0$, 所以 $XGSG'X = 0$ 整理得

$$(G'X)'S(G'X) = 0$$

因为 S 是 $n \times n$ 正定对称矩阵, 所以 $G'X = 0$ 。

故有 $GG'X = 0$ 。

又因为 GG' 可逆, 则只有零解 $X = 0$ 。

综上可得, 方程只有零解, 即 GSG' 可逆, 引理得证。

引理 2 如果 $MP = Q, P, Q \in R_m^{m \times n}$, 则 M 可逆。

引理 3 给定的 LMI 区域

$$D = \{s \in \mathbb{C} : L + sM + \bar{s}M < 0\},$$

则对称矩阵 $A \in R^{n \times n}$ 是 D 稳定的充分必要条件是存在一个对称正定矩阵 $X \in R^{n \times n}$ 使得: $M_D(A, X) < 0$ 其中: $M_D(A, X) = L \otimes X + M \otimes (AX) + M^T \otimes (AX)^T$ 。

引理 4 给定两个 LMI 区域 D_1 和 D_2 , 矩阵 A 同时是 D_1 -稳定和 D_2 -稳定的充分必要条件是存在一个对称正定矩阵 X , 使得

$$M_{D_1}(A, X) < 0, M_{D_2}(A, X) < 0。$$

引理 5 根据引理 3 矩阵 A 的所有特征值均在 h_1, h_2 的条形区域内的充分必要条件是存在对称正定矩阵 X , 使得

$$\begin{bmatrix} 2h_1X - (AX + XA^T) & 0 \\ 0 & (AX + XA^T) - 2h_2X \end{bmatrix} < 0$$

引理 6 根据引理 3 矩阵 A 的所有特征值均在夹角为 2θ 的扇形区域内的充分必要条件是存在对称正定矩阵 X , 使得

$$\begin{bmatrix} \sin\theta(AX + XA^T) & \cos\theta(AX - XA^T) \\ \cos\theta(XA^T - AX) & \sin\theta(AX + XA^T) \end{bmatrix} < 0$$

引理 7 对于矩阵 A 的所有特征值均配置在 $D_{(h_1, h_2)}, D_{2\theta}$ 共同构成的梯形区域内的充分必要条件是存在对称正定矩阵 X , 使得:

$$\begin{bmatrix} 2h_1X - [(A + BKC)X + X(A + BKC)^T] & 0 \\ 0 & [(A + BKC)X + X(A + BKC)^T] - 2h_2X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \sin\theta[(A + BKC)X + X(A + BKC)^T] & \cos\theta[(A + BKC)X - X(A + BKC)^T] \\ \cos\theta[X(A + BKC)^T - (A + BKC)X] & \sin\theta[(A + BKC)X + X(A + BKC)^T] \end{bmatrix} < 0$$

整理可得

$$\begin{bmatrix} 2h_1X - [AX + BKWC + XA^T + (BKWC)^T] & 0 \\ 0 & [AX + BKWC + XA^T + (BKWC)^T] - 2h_2X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} 2h_1X - (AX + XA^T) & 0 \\ 0 & (AX + XA^T) - 2h_2X \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} \sin\theta(AX + XA^T) & \cos\theta(AX - XA^T) \\ \cos\theta(XA^T - AX) & \sin\theta(AX + XA^T) \end{bmatrix} < 0。$$

2 主要结论

首先给出了正常线性系统静态输出反馈可靠控制器设计:

对线性系统(1)引入静态输出反馈控制器:

$$u(t) = Ky(t) \quad (2)$$

由此得到闭环系统:

$$\dot{x}(t) = (A + BKC)x(t) \quad (3)$$

定理 1 对于闭环系统系统 (3), 存在静态输出反馈控制器 (2) 使其满足引理 7 的充分条件为对于正定对称矩阵 X 和矩阵 U 使得下列线性矩阵不等式 (LMI):

$$\begin{bmatrix} 2h_1X - (\Pi + \Pi^T) & 0 \\ 0 & (\Pi + \Pi^T) - 2h_2X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \sin\theta(\Pi + \Pi^T) & \cos\theta(\Pi - \Pi^T) \\ \cos\theta(\Pi^T - \Pi) & \sin\theta(\Pi + \Pi^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (4)$$

存在可行解。如果可行解为 (S, U) , 则相应的静态输出反馈控制器为 $K = UW^{-1}$ 。

其中: $\Pi = AX + BUC$, W 可以通过 $WC = CX$ 求得。

证明: 由引理 7 可知把闭环系统 (3) 的极点配置在规定的梯形区域内必须满足

$$\begin{bmatrix} \sin\theta[(A+BKC)X+X(A+BKC)^T] & \cos\theta[(A+BKC)X-X(A+BKC)^T] \\ \cos\theta[X(A+BKC)^T-(A+BKC)X] & \sin\theta[(A+BKC)X+X(A+BKC)^T] \end{bmatrix} < 0$$

故有

$$\begin{bmatrix} 2h_1X - [AX+BUC+XA^T+(BUC)^T] & 0 \\ 0 & [AX+BUC+XA^T+(BUC)^T] - 2h_2X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \sin\theta[(AX+BUC+XA^T+(BUC)^T)] & \cos\theta[(AX+BUC-XA^T-(BUC)^T)] \\ \cos\theta[XA^T+(BUC)^T-(AX+BUC)] & \sin\theta[(AX+BUC+XA^T+(BUC)^T)] \end{bmatrix} < 0$$

即

$$\begin{bmatrix} 2h_1X - (\Pi + \Pi^T) & 0 \\ 0 & (\Pi + \Pi^T) - 2h_2X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \sin\theta(\Pi + \Pi^T) & \cos\theta(\Pi - \Pi^T) \\ \cos\theta(\Pi^T - \Pi) & \sin\theta(\Pi + \Pi^T) \end{bmatrix} < 0$$

也就是不等式组 (4)。

其中 $U = KW$, $\Pi = AX + BUC$, $WC = CX$ 。

下面证明 W 可逆:

对等式 $WC = CX$ 两边乘以 C' 得: $WCC' = CXC'$

则 $W = CXC'(CC')^{-1}$, 即证 CXC' 可逆。

由引理 1 可知 CXC' 可逆, 故 W 可逆。定理得证。

然后讨论系统发生执行器故障时, 线性系统静态输出反馈可靠控制器的设计方法。

当线性系统发生执行器故障, 系统可以描述为:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + BF_a u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (5)$$

对系统(5)引入静态输出反馈控制器:

$$\begin{bmatrix} 2h_1X - [(A+BF_aKC)X+X(A+BF_aKC)^T] & 0 \\ 0 & [(A+BF_aKC)X+X(A+BF_aKC)^T] - 2h_2X \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} \sin\theta[(A+BF_aKC)X+X(A+BF_aKC)^T] & \cos\theta[(A+BF_aKC)X-X(A+BF_aKC)^T] \\ \cos\theta[X(A+BF_aKC)^T-(A+BF_aKC)X] & \sin\theta[(A+BF_aKC)X+X(A+BF_aKC)^T] \end{bmatrix} < 0$$

整理得

$$\begin{bmatrix} 2h_1X - [AX+BF_aKWC+XA^T+(BF_aKWC)^T] & 0 \\ 0 & [AX+BF_aKWC+XA^T+(BF_aKWC)^T] - 2h_2X \end{bmatrix} < 0$$

$$u(t) = Ky(t) \quad (6)$$

由此得到闭环系统:

$$\dot{x}(t) = (A + BF_aKC)x(t) \quad (7)$$

定理 2: 对于闭环系统(7), 如果存在静态输出反馈控制器 (6) 使其满足引理 7 的充分条件为对于正定对称矩阵 X 和矩阵 U , 下列线性矩阵不等式 (LMI):

$$\begin{bmatrix} 2h_1X - (\Omega + \Omega^T) & 0 \\ 0 & (\Omega + \Omega^T) - 2h_2X \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} \sin\theta(\Omega + \Omega^T) & \cos\theta(\Omega - \Omega^T) \\ \cos\theta(\Omega^T - \Omega) & \sin\theta(\Omega + \Omega^T) \end{bmatrix} < 0$$

(8)

均存在可行解。如果可行解为 (X, U) , 则相应的静态输出反馈控制器矩阵增益为 $K = UW^{-1}$ 。

其中: $\Omega = AX + B\phi_{ai}UC$, W 可以由 $WC = CX$

求得。

证明: 由引理 7 可知把闭环系统 (7) 的极点配置在规定的梯形区域内必须满足

$$\begin{bmatrix} \sin \theta \left[(AX + BF_a KWC + XA^T + (BF_a KWC)^T) \right] & \cos \theta \left[(AX + BF_a KWC - XA^T - (BF_a KWC)^T) \right] \\ \cos \theta \left[XA^T + (BF_a KWC)^T - (AX + BF_a KWC) \right] & \sin \theta \left[(AX + BF_a KWC + XA^T + (BF_a KWC)^T) \right] \end{bmatrix} < 0$$

故有

$$\begin{bmatrix} 2h_1 X - \left[AX + BF_a UC + XA^T + (BF_a UC)^T \right] & 0 \\ 0 & \left[AX + BF_a UC + XA^T + (BF_a UC)^T \right] - 2h_2 X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta \left[(AX + BF_a UC + XA^T + (BF_a UC)^T) \right] & \cos \theta \left[(AX + BF_a UC - XA^T - (BF_a UC)^T) \right] \\ \cos \theta \left[XA^T + (BF_a UC)^T - (AX + BF_a UC) \right] & \sin \theta \left[(AX + BF_a UC + XA^T + (BF_a UC)^T) \right] \end{bmatrix} < 0$$

由于 $F_a = \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai}$ 所以有

$$\begin{bmatrix} 2h_1 X - \left[AX + B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC + XA^T + (B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC)^T \right] & 0 \\ 0 & \left[AX + B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC + XA^T + (B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC)^T \right] - 2h_2 X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta \left[AX + B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC + XA^T + (B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC)^T \right] & \cos \theta \left[AX + B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC - XA^T - (B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC)^T \right] \\ \cos \theta \left[XA^T + (B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC)^T - AX - B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC \right] & \sin \theta \left[AX + B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC + XA^T + (B \sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} \phi_{ai} UC)^T \right] \end{bmatrix} < 0$$

$\alpha_{ij} \geq 0, i=1, 2, \dots, 2^p$ 且满足 $\sum_{i=1}^{2^p} \alpha_{ai} = 1$

$$\text{故有} \begin{bmatrix} 2h_1 X - \left[AX + B \phi_{ai} UC + XA^T + (B \phi_{ai} UC)^T \right] & 0 \\ 0 & \left[AX + B \phi_{ai} UC + XA^T + (B \phi_{ai} UC)^T \right] - 2h_2 X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta \left[AX + B \phi_{ai} UC + XA^T + (B \phi_{ai} UC)^T \right] & \cos \theta \left[AX + B \phi_{ai} UC - XA^T - (B \phi_{ai} UC)^T \right] \\ \cos \theta \left[XA^T + (B \phi_{ai} UC)^T - AX - B \phi_{ai} UC \right] & \sin \theta \left[AX + B \phi_{ai} UC + XA^T + (B \phi_{ai} UC)^T \right] \end{bmatrix} < 0$$

整理可得:

$$\begin{bmatrix} 2h_1 X - (\Omega + \Omega^T) & 0 \\ 0 & (\Omega + \Omega^T) - 2h_2 X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta (\Omega + \Omega^T) & \cos \theta (\Omega - \Omega^T) \\ \cos \theta (\Omega^T - \Omega) & \sin \theta (\Omega + \Omega^T) \end{bmatrix} < 0$$

即不等式组 (8)。

其中, $U = KW$, $\Omega = AX + B \phi_{ai} UC$,

$WC = CX$ 。

3 数值仿真

本文研究的是, 首先考虑正常的线性系统在无故障的情况下, 通过设计静态输出反馈控制器使闭环系统的极点在梯形区域内; 再考虑正常的线性系统发生执行器故障, 闭环系统的部分极点无法配置在梯形区域, 通过重新设计控制器, 使系统达到稳定。

对于相同系统考虑同一故障给出扇形区域极点配置图像。

考虑如下系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.6970 & 5.57493 & 15.5120 \\ 6.3487 & 1.1476 & 8.4370 \\ 13.6142 & 3.8184 & 2.6681 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0.3223 & 0.8109 \\ 0.2776 & 2.7805 \\ 4.4295 & 0.0385 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1.0134 & 0.2349 & 0.6825 \\ 0.1482 & 0.4872 & 0.6664 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

设计静态输出反馈控制器为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.1203 & 3.1399 & 10.7834 \\ -3.4371 & -7.1674 & -5.7189 \\ -4.1885 & -0.3218 & -8.5334 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.9913 & 0.3561 \\ -2.3721 & -4.8378 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

使闭环系统(3)的极点在梯形区域内, 如图1。

图1表示的是正常的线性系统在无故障的情况下, 通过设计一个静态输出反馈控制器使闭环极点配置在梯形区域内。

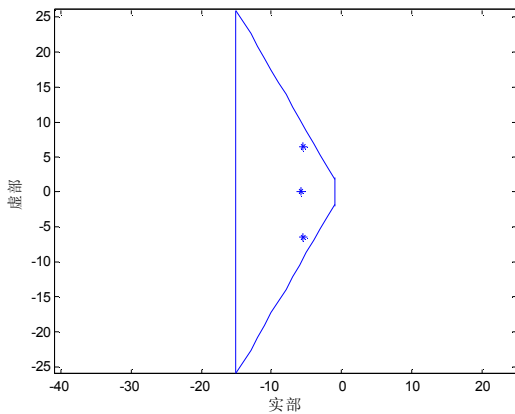


图1 正常系统极点配置在梯形区域内

Fig.1 Normal system poles arranged in a trapezoidal area

考虑发生执行器故障 $F = \text{diag}(f_1, f_2)$, 其中

$0 \leq f_1 \leq 1, 0.5 \leq f_2 \leq 1.2$, 原控制器无法使所有极点均配置在梯形区域, 如图2。图2描述的是考虑系统在故障 $0 \leq f_1 \leq 1, 0.5 \leq f_2 \leq 1.2$ 情况下, 在原控制器的作用下, 部分极点无法配置在梯形区域。

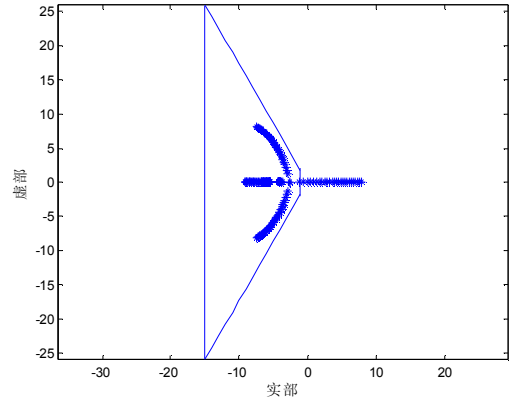


图2 部分极点不在梯形区域内

Fig.2 Part of the poles are not in trapezoid area

针对同一故障, 设计新的静态输出反馈控制器为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.9216 & 2.7952 & 9.6614 \\ -4.9886 & -7.4643 & -6.6854 \\ -28.9441 & -4.4163 & -23.9544 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.9826 & 0.7122 \\ -1.9768 & -4.0315 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

使闭环系统极点全部配置在扇形区域内, 如图3。图3描述的是对 $F = \text{diag}(f_1, f_2)$, $0 \leq f_1 \leq 1$, $0.5 \leq f_2 \leq 1.2$ 的故障的前提下, 重新设计静态输出反馈控制器, 使所有极点均配置在扇形区域内。

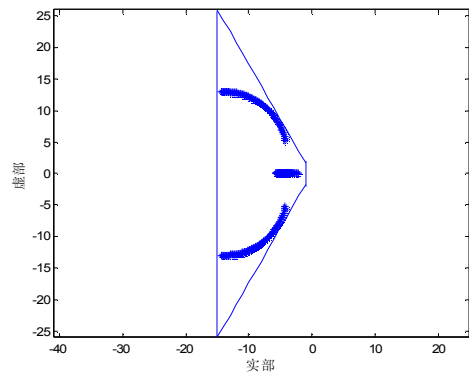


图3 所有极点均在梯形区域内

Fig.3 All poles are in the trapezoid area

4 结论

考虑线性系统, 本文研究了梯形区域下具有执行器故障的区域极点配置的静态输出反馈可靠控制问题。首先讨论了在不考虑故障的情况下, 通过

设计控制器使所有极点可以配置在梯形区域下;然后系统发生故障,在原控制器的作用下,部分极点无法配置在梯形区域下;最后针对同一系统同一故障,通过设计可靠控制器,使系统的所有极点可以配置在同一梯形区域下。数值仿真以及系统极点配置图像均证明了可靠控制器的有效性。

参考文献:

- [1] 徐兆棣,张嗣瀛. 不确定时滞系统的输出反馈可靠控制[J]. 东北大学学报:自然科学版,2000,21(6):583-585.
- [2] 任俊超,胡刚,谢湘生. 不确定广义系统的保成本可靠控制[J]. 系统工程与电子技术,2003,25(9):1122-1134.
- [3] 刘玉忠,王立敏,史书慧. 确定切换系统的可靠控制[J]. 计算技术与自动化, 2007,26(3):17-20.
- [4] Wang J Z, Zhang J F. An LMI Approach I to Static Output Feedback Stabilization of Linear System[J]. Control Theory and Application,2001,18(6): 843-846.
- [5] Boukas E K. Static output feedback control for stochastic hybrid systems: LMI approach[J]. Automatica,2006, 42(1):183-188.
- [6] Wang J W, Wu H N, Li H N. Static output feedback control design for linear MIMO systems with actuator dynamics governed by diffusion PDEs[J]. International Journal of Control, 2014, 87(1):90-100.
- [7] Veillette R J, Medanic J V, Perkins W R. Design of reliable control system[J]. IEEE Transaction on Automatic Control 1992,37(3):770-784.
- [8] 王福忠,姚波,张嗣瀛. 具有执行器故障的保成本可靠控制[J]. 东北大学学报:自然科学版, 2003,24(7):616-619.
- [9] Ma L C, Meng X Y, Liu Z Z, et al. Multi-objective and reliable control for trajectory-tracking of rendezvous via parameter-dependent Lyapunov functions[J]. Acta Astronautica,2012,81(1):122-136.
- [10] 王福忠,姚波,张庆灵. 基于 LMI 双故障动态输出反馈完整性控制[J]. 控制理论与应用,2006,23(6),976-980.
- [11] 乔军丽,贾新春,刘博. 具有执行器故障的连续时间系统的可靠时滞控制[J]. 中北大学学报:自然科学版, 2006,27(2), 109-111.
- [12] 姚波,王福忠. 部分扇形区域极点配置的可靠控制[J]. 计算技术与自动化,2004,23(4):5-10.
- [13] 王建华,姚波,黄珊. 线性不确定系统混合故障的可靠圆盘极点配置[J]. 计算技术与自动化,2011,30(1):12-16.
- [14] Di G, Yao B, Wang F Z. Static Output Feedback Reliable Control with Actuator Failures[C]. Industrial Engineering, Machine Design and Automation & Computer Science and Application. Sanya: World Scientific, 2014:479-483.