

改进 GM(1,1) 模型在城市流动人口预测中的应用

廖 媛 何志芳 王明刚
(南京师范大学泰州学院,泰州 225300)

摘 要 利用泰州市 2003—2009 年流动人口数据,建立 GM(1,1)模型、残差 GM(1,1)模型和等维递补 GM(1,1)模型对流动人口数量进行预测。并用多种方法检验了三种模型的拟合效果。结果表明三种模型均能合理地对流动人口数量变化进行预测,但残差 GM(1,1)模型和动态等维递补 GM(1,1)模型拟合效果优于一般的 GM(1,1)模型。

关键词 人口流动 GM(1,1)模型 残差模型 等维递补

中图法分类号 F323.6; **文献标志码** A

人口流动是一种复杂的社会经济现象,中国的人口流动主要是农村人口流动。农民从农业向非农业、从农村向城市的转移是传统农业社会向现代工业社会转变的必经之路,是经济发展和现代化的必然趋势,是世界性普遍规律。一般而言,人口流动概念包括两层含义:一是指农业人口向城镇的转移;二是指人口的空间移动^[1]。在我国不断加速的城市化过程中,流动人口大量涌入城市,在城市人口中所占比重越来越大,使得城市人口增长中的机械增长远大于自然增长^[2],在对城市人口发展态势预测时,仅预测人口自然变动状况,已无法准确描述城市未来人口的特征。流动人口的预测已是城市人口预测的关键,亦是其难点所在。本文利用泰州市 2003—2009 年流动人口数据,建立 GM(1,1)模型、残差 GM(1,1)模型和等维递补 GM(1,1)模型对流动人口数量进行预测,并用多种方法检验了三种模型的拟合效果,结果表明三种模型均能合理地对流动人口数量变化进行预测,但残差 GM(1,1)模型和动态等维递补 GM(1,1)模型拟合效果优于一般的 GM(1,1)模型。

1 模型简介

1.1 GM(1,1) 模型

GM(1,1)模型是最常用的一种灰色预测模型,它是由一个包含单变量的一阶微分方程构成的模型^[3-6]。设有原始数据系列为 $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$,则经典 GM(1,1)模型描述如下:

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b; k = 0, 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

式(1)中, n 表示观测时间。 $x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ 是 $x^{(0)}$ 的1-AGO序列,即有

$$x^{(1)}(k) = \sum_{m=1}^k x^{(0)}(m); z^{(1)} = (z^{(1)}(1), z^{(1)}(2), \dots, z^{(1)}(k) \dots z^{(1)}(n))$$

是 $x^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列,即满足

$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)) (k \geq 2) \quad (2)$$

则模型式(1)的未知参数向量 $\theta = (a, b)^T$ 的最小二乘估计为 $\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y$,其中

$$Y = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n))^T, \Phi = \begin{pmatrix} -z^{(1)}(2) & -z^{(1)}(3) & \dots & -z^{(1)}(n) \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}^T$$

。模型式(1)对应的白化方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (3)$$

式(3)的解为

$$x^{(1)}(t) = \left[x^{(1)}(0) - \frac{b}{a} \right] e^{-at} + \frac{b}{a} \quad (4)$$

2011 年 11 月 7 日收到,11 月 11 日修改 江苏省高等学校大学生
 实践创新训练计划项目(20111126)、泰州市科技发展规划
 项目(2011045)、南京师范大学泰州学院精品课程项目资助

第一作者简介:廖 媛(1990—),女,广西南宁人,南京师范大学泰州学院数学科学与应用学院、理学学士,研究方向:数学与应用数学。

对式(4)离散化可得

$$x^{(1)}(k+1)=\left[x^{(1)}(0)-\frac{b}{a}\right]e^{-ak}+\frac{b}{a};k=0,1\cdots n-1$$

(5)

称为式(5)为式(3)的时间响应序列,其还原值即为GM(1,1)模型预测公式

$$x^{(0)}(k+1)=x^{(1)}(k+1)-x^{(1)}(k),k=1,2,\cdots,n,$$

即 $x^{(0)}(k+1)=(1-e^a)\left(x^{(0)}(1)-\frac{b}{a}\right)e^{-ak}$ 。

1.2 残差修正 GM(1,1) 模型

一般灰色模型需经检验合格后才能使用,若GM(1,1)模型经检验后不合格,可以考虑用残差建立GM(1,1)模型,对原模型进行修正。具体建模步骤如下:设原始数据列与预测数列之差为 $e^{(0)}(k)=x^{(0)}(k)-\hat{x}^{(0)}(k)$,则有残差序列为

$$e^{(0)}=(e^{(0)}(1),e^{(0)}(2),\cdots,e^{(0)}(n))。$$

对 $e^{(0)}$ 建立 GM(1,1) 模型,其时间相应函数的离散形式为

$$\hat{e}^{(0)}(k'+1)=(1-e^{a'})\left(e^{(0)}(1)-\frac{b'}{a'}\right)e^{-a'k'}。$$

则可以建立GM(1,1)模型的残差修正模型

$$\hat{x}^{(0)}(k+1)=(1-e^a)\left(x^{(0)}(1)-\frac{b}{a}\right)e^{-ak}+\xi(k-i)$$

$$(1-e^{a'})\left(e^{(0)}(1)-\frac{b'}{a'}\right)e^{-a'k'}。$$

其中 $\xi(k-i)=\begin{cases} 1, & k\geq i \\ 0, & k< i \end{cases}, i=n-n', n'$ 为选用残差数据的个数。

1.3 等维递补 GM(1,1) 模型

等维递补GM(1,1)模型是对传统的静态GM(1,1)模型的改进,其基本原理是:只用已知数列建立GM(1,1)模型预测的第一个预测值(灰数),补充在已知数列之后,同时去掉其第一个已知数据,保持数据序列的等维,然后再建立GM(1,1)模型,预测下一个值,如此新陈代谢,逐个预测,依次递补,直至完成预测目的或达到一定的精度要求为止,等维递补GM(1,1)模型就是对模型的动态使用^[5]。

1.4 模型精度的检验

一个模型要经过多种检验才能判定其是否合理,是否合格。只有通过检验的模型才能应用,根据灰色系统理论,一般使用三种检验方式来对灰色

模型的精度进行检验^[6]。它们分别是残差检验、后验差检验和关联度检验。残差检验是一种直观的逐点进行比较的算术检验。后验差检验属于统计概念,它按照残差的概率分布进行检验。关联度检验则属几何检验,它检验的是模型曲线与行为曲线的几何相似程度。表1给出了灰色预测模型拟合精度检验等级参照表。

表 1 灰色预测模型拟合精度检验等级参照表

拟合等级	相对误差 α	关联度 e_0	均方差 比值 C_0	小概率 误差 p_0
一级(好)	0.01	0.90	0.35	0.95
二级(合格)	0.05	0.80	0.50	0.80
三级(勉强)	0.10	0.70	0.65	0.70
四级(不合格)	0.20	0.60	0.80	0.60

2 实证分析—以泰州市为例

泰州市地处江苏省中部、长江沿岸,为长三角经济区16座中心城市之一。泰州市城镇人口数增加较快,在2009年之前,乡村人口数一直多于城镇人口数,但到2009年城镇人口数达257.03万,占泰州市总人口数的51%,略多于乡村人口数。说明城镇与农村人口是一种紧密的此消彼长的关系,当城镇人口增长时,农村人口呈下降的趋势。2008年泰州市城镇人口比率增长了2.6%,而当年的的自然增长率只有1%,忽略城镇和农村自然增长率的差别,至少有1.6%的人是由农村流入城镇的,说明近年来泰州市农村人口大量流入城镇。我们收集泰州市2003-2009年流动人口数据如表2。

表 2 泰州市 2003—2009 年流动人口数量(单位:万人)

年份	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
流动人口数量	51.213 6	61.143 4	65.342 2	70.073 2	70.739 1	83.850 6	94.943 4

分别利用GM(1,1)模型、残差GM(1,1)模型和等维递补GM(1,1)模型对泰州市流动人口数量进行建模,所得泰州市流动人口拟合及预测结果(表3),结果表明2010、2011和2012年,泰州市流动人口数量将持续上升。

表 3 三种模型拟合及预测结果

年份	实际值	GM(1,1) 模型	残差 GM (1,1)模型	等维递补 GM(1,1)模型	
				一次递补	二次递补
2003	51.213 6	51.213 6	51.213 6	—	—
2004	61.143 4	58.689 1	58.689 1	61.143 4	—
2005	65.342 2	64.170 8	64.170 8	63.002 0	65.342 2
2006	70.073 2	70.164 4	70.164 4	69.224 1	68.155 8
2007	70.739 1	76.717 8	75.713 7	76.060 7	75.195 4
2008	83.850 6	83.883 3	83.839 7	83.572 4	82.962 0
2009	94.943 4	91.718 1	91.805 6	91.826 0	91.530 9
2010	—	100.284 7	101.325 4	100.894 7	100.984 8
2011	—	109.651 4	110.842 4	110.859 1	111.415 2
2012	—	119.893	120.865 4	—	122.922 9

根据表 2 数据资料分别利用 GM(1,1)模型、残差 GM(1,1)模型和等维递补 GM(1,1)模型进行拟合,三种模型的参数和拟合精度检验结果(表 4),并绘制原始数据与模拟结果的图像(图 1)。

表 4 三种模型参数及拟合效果检验结果

模型	参数 <i>a</i>	参数 <i>b</i>	相对 误差 α	均方差 比值 <i>C</i>	小误差 概率 <i>p</i>	关联度 ε
GM(1,1) 模型	-0.089 3	51.534 8	0.025 5	0.206 0	1	0.996 3
残差 GM (1,1)模型	-1.959 8	-11.716 4	0.025 0	0.201 1	1	0.998 7
一次递补	-0.094 2	54.323 1	0.022 8	0.187 0	1	0.999 7
二次递补	-0.098 3	58.438 3	0.019 6	0.167 9	1	0.999 4

依据灰色预测模型拟合精度检验等级参照表(表 1),GM(1,1)模型、残差 GM(1,1)模型和等维递

补 GM(1,1)模型拟合精度均合格,但通过表 4 和图 1 可以清晰地看出,残差 GM(1,1)模型和等维递补 GM(1,1)模型的拟合精度更高。

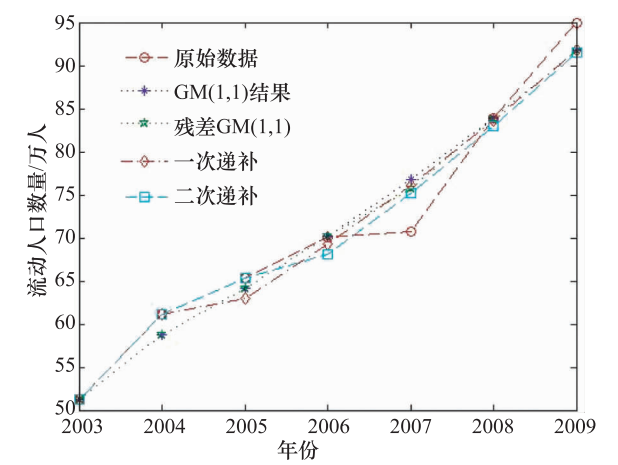


图 1 原始数据与模拟结果对比图

参 考 文 献

1 纪 波.江苏人口流动与就业的协调发展.安徽农业科学,2007;35(36):12065—12067

2 李晓梅.城市流动人口预测模型探讨.南京人口管理干部学院学报,2006;22(4):26—29

3 郝永红,王学萌.灰色动态模型及其在人口预测中的应用.数学实践与认识,2002;32(5):347—349

4 刘思峰.灰色系统理论及其应用(第三版).北京:科学出版社,2004

5 汤 云,易 东.等维递补 GM(1,1)模型在结核病发病率预测中的应用.西南国防医药,2009;19(10):972—974

6 郭齐胜,杨秀月,王杏林,等.系统建模.北京:国防工业出版社,2006

Application of Improved GM(1,1) Model to Prediction of Floating Population

LIAO Yuan, HE Zhi-fang ,WANG Ming-gang
(College of Taizhou, Nanjing Normal University, Taizhou 225300, P. R. China)

[Abstract] According to the data of the floating population of Taizhou from 2003 to 2009, establish GM(1,1) model,remaining GM(1,1) model and the model of equivalent dimensions additional GM(1,1) for prediction and test the fitting results of the three models in several ways. The results show that these three models all could predict the the floating population,but the remaining GM(1,1) model and the model of equivalent dimensions additional GM(1,1) fitted better than the ordinary GM(1,1) model.

[Key words] population flow GM(1,1) model remaining model equivalent dimensions additional