

管理科学

# 模糊需求环境下的网络选址及规划分析

朱天宇

(上海交通大学安泰经济与管理学院, 上海 200052)

**摘要** 在需求充满不确定性,成本结构复杂的现实情况下,已知工厂和顾客的地理位置,如何从初步拟定的候选点中选择配送中心的建设位置,同时规划配送中心与顾客的配送关系,是公司决策中经常碰到的一个问题。为解决这一问题,建立了在模糊需求环境下,整体考虑与选址相关的各项成本,如库存、运输、仓库固定成本与内部搬运成本等的三级物流网络选址模型,并进而利用模糊数学领域的可信性理论,对模型进行了优化整理,得到了同解模型。指出了同解模型是整数规划问题的解法。

**关键词** 设施选址 网络规划 模糊数学 可信性理论

**中图分类号** F252.3; **文献标志码** A

选址问题研究内容十分广泛,从城市、产业带、水利设施、销售网点以及仓库、配送中心等区位决策都是选址问题研究的范畴。设施选址是众多选址问题的一个重要研究领域。它研究的是如何选取一个或者多个设施的位置,以期得到最优(足够优化)的目标,如最低成本,最低配送距离等。网络选址问题(network location problem)就是在网络环境中考虑设施选址问题。从本质上来说,它还是设施选址问题。

已知工厂和顾客的地理位置,如何从初步拟定的众多候选点中选择配送中心的建设位置,同时规划配送中心与顾客的配送关系?这是企业在战略部署中,经常遇到的一个现实的网络选址问题,也是本文关注的问题。在这个问题的描述中,同时提到了配送中心的位置以及其和顾客的配送关系,这是因为配送中心属于物流网络的一部分,如果配送中心

位置不确定,那么物流网络也必然不能确定;而同时,物流网络决定着运输成本,影响着配送中心的建设位置的优秀与否,因此如果物流网络不确定,那么配送中心的位置也不能确定。所以,只有以总成本最低为唯一目标,同时综合考虑二者才能做出正确的决策。

在设施选址问题领域,目前的研究重点之一是使模型更加接近贴近现实。现实环境中,影响选址的因素不仅仅是运输距离,还包括了库存,配送产品的多样性,逆向物流,应急性等诸多因素。学者们在此领域的研究已经有很多成果,例如孙浩<sup>[1]</sup>研究了包含正向物流和逆向物流的双层结构网络设施选址问题,杨锋和梁樑等<sup>[2]</sup>研究了考虑道路特性的应急设施选址问题。

此外,在诸多因素中,额外重要的一点是底层顾客需求的不确定性。设施选址领域早期研究采用的模型中的需求基本都是确定性的。随着研究的深入,学者们开始考虑随机性的需求(stochastic demand),例如 Federgruen 和 Zipkin<sup>[3]</sup>首次在随机需求环境下,在同一优化模型中同时讨论了路径选择和

2009年12月11日收到 国家自然科学基金项目(70972065)资助  
作者简介:朱天宇(1984—),男,北京人,上海交通大学安泰经济与管理学院研究生,研究方向:战略管理。

仓库选址问题,Zhou 和 Liu<sup>[4]</sup>也对有生产能力限制的选址问题建立了新的模型。

然而随机只是不确定领域的一个方面,随机性的需求有时并不能很好的预测未来会发生的需求情况。因为随机需求大多是通过历史数据的统计分析得到的结果,而未来是充满不确定性和突发性的。而且随机需求需要采集大量数据,才能给出需求的近似分布。现实中,这样采集数据的成本是很高的,一是时间长,二是金钱花费大。因此越来越多的学者把关注的焦点放到模糊需求上(fuzzy demand),在设施选址领域也是如此。Dziuba 和 Rozenberg<sup>[5]</sup>考虑了在模糊需求的前提下的服务中心的选址问题,并且在其文章的第一部分进行了模糊需求下的选址问题的综述。但是这些学者在复杂选址问题上对模糊需求的研究基本上限于最大化最小距离问题(即 Maximin 问题)和最小化最大距离问题(即 Minimax 问题)。尚未有人研究模糊需求下,考虑库存和运输等因素的最小化总成本问题(即 Minisum 问题)。此外,需要指出的是,随机模糊涉及到很多问题,其中有些重要理论问题还尚待解决,而且计算过于复杂,不利于应用,所以现有研究很少考虑随机模糊环境。

此外,需要特别提及的是,本文用到了模糊领域的可信性理论。一般来说,可信性理论是研究模糊现象的数学分支,自提出以来,其在模糊集等领域取得了巨大的成功,显示了优越性。可信性理论给我们提供了一个求模糊变量期望值的方法。这不论对于理论推导,还是解决现实问题都有重要的意义。Liu<sup>[6]</sup>在 2004 年建立了可信性理论的公理基础。模糊事件  $\{\xi \geq r\}$  的可能性(Possibility),必要性(Necessity)和可信性(Credibility)分别定义如下:

$$Pos \{\xi \geq r\} = \sup_{u \geq r} \mu(u),$$

$$Nec \{\xi \geq r\} = 1 - \sup_{u < r} \mu(u),$$

$$Cr \{\xi \geq r\} = \frac{1}{2} (Pos \{\xi \geq r\} + Nec \{\xi \geq r\}).$$

模糊变量  $\xi$  期望值  $E(\xi)$  定义为

$$E(\xi) = \int_0^{\infty} Cr \{\xi \geq r\} dr - \int_{-\infty}^0 Cr \{\xi \leq r\} dr.$$

此外,Liu 和 Liu<sup>[7]</sup>还证明了,相互独立的模糊变量期望值之间具有线性性质。

针对已知工厂和顾客们的地理位置,如何从初步拟定的候选点中选择配送中心的建设位置,同时规划配送中心与顾客的配送关系的问题,作者建立了在模糊需求环境下,整体考虑与选址相关的各项成本,包括库存、运输,仓库固定成本与内部搬运成本等的最小花费网络选址模型,并进而利用模糊数学领域的可信性理论,对模型进行了优化整理,得到了同解模型。作者发现这个同解模型是成熟的整数规划问题,因此仅简单地指明了解法。

## 1 问题描述

世界上生产型企业有很多,而且有相当多的是中型或者大型企业。它们大都通过配送中心将自己工厂生产的货物配送到分散在全国各地,甚至是全世界各地的顾客手中。顾客的分布不是它们能够决定的,所以它们面对的问题大多是工厂的选址及配送中心的选址。那么,当这家企业的工厂位置已经确定,之后该在哪里建设配送中心,并规划配送网络呢?或者一家企业发现已有的配送中心落后于业务的发展,那么该如何调整配送中心位置和配送网络呢?现实中,企业往往先依照某些目标(例如根据城市的发达程度和交通环境等)选择一些配送中心建设位置的候选点。那么接下来该如何评估并选取具体建设位置,以期取得最低的成本?毫无疑问,这里提到的成本,应该是配送中心位置选取所能影响到的所有成本之和,或者至少很接近。

可以将上述问题抽象成一个在三级物流网络(请参看图 1)中,针对中间层的最小花费离散设施选址问题。即假设在一个包含工厂、配送中心及顾客的三层物流网络中,运输物品单一,已知顾客需求,单位运输成本,上层工厂的位置,底层顾客的位置,以及中间层配送中心拟建设候选点的位置等,工厂到配送中心是点对点配送,配送中心到顾客也是点对点配送。在此网络中,存在如下几项成本:(1)工厂到配送中心的运输成本;(2)工厂到配送

中心运输中的在途库存成本;(3) 配送中心的库存成本;(4) 配送中心的内部搬运成本;(5) 配送中心的固定成本;(6) 配送中心到顾客的运输成本。

决策问题为:如何选取中间层配送中心的地理位置以及如何规划配送中心与顾客的配送关系,以达到更低的网络总成本?

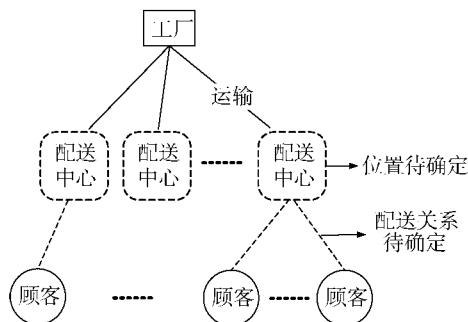


图1 研究对象“三级物流网络”示意图

在此问题的数学描述中,决策变量分别为

$x_j$ :配送中心的存在函数,

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{如果候选点 } j \text{ 为配送中心;} \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$$

$y_{ij}$ :配送中心与顾客的配送关系,

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{如果在候选点 } j \text{ 的配送中心给顾客 } i \text{ 配送;} \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$$

已知参数为:

$f_j$ :配送中心  $j$  单位时间平均化下的固定成本;

$g_j$ :单位配送量下的配送中心  $j$  处的内部搬运成本的单位成本;

$w_{ij}$ :从候选点  $j$  到顾客  $i$  的配送单位量货物的成本;

$\xi_i$ :顾客  $i$  的需求,假设为模糊变量,且顾客之间的需求是相互独立的;

$D_j$ :配送中心  $j$  的单位时间期望总需求量(假设等于单位时间总配送量);

$l_j$ :从工厂到配送中心候选点  $j$  运送单位量货物的成本;

$I$ :顾客的集合;

$J$ :可以被选作配送中心的候选点集合;

$n$ :配送中心的最大建设数量;

$L$ :配送中心向工厂订货的提前期,假设对于所

有的配送中心都相等,假设等于货物从工厂运到配送中心的时间;

$h$ :单位时间单位量货物的库存成本(holding cost)。

库存策略分析:

因为需求是模糊的,带有不确定性。假设每个配送中心采用连续盘点的  $(R, Q)$  库存管理策略,同时假设我们的目标之一是要保证一定的服务水平。

用  $Q_j$  表示配送中心  $j$  每次订货的订货量。在现实中,配送中心  $j$  每次的订货量  $Q_j$  的确定涉及到销售商和厂家等,往往是综合考虑的。比如,有的超市是隔一定时间订货一次,如每周一补货一次。在本文考虑的背景中,配送中心与工厂是为同一家公司拥有的(或者这家公司拥有工厂,而且租用了仓库),而我们的目标是寻求整个网络的总成本更低。现实中,每次工厂到配送中心  $j$  的输送量(即配送中心  $j$  向工厂订货的量  $Q_j$ )的确定,不光要考虑到配送中心,也应该考虑到工厂的生产能力,生产启动成本,和经营惯例等情况。但是在本文背景的考虑中,并没有包括这些,因此这里假设  $Q_j$  按经营惯例为  $Q_j = qLD_j$ 。

用  $SS_j$  表示配送中心  $j$  的安全库存量。安全库存的目的是保证一定的服务水平,应该由服务水平来确定,同时在数值上有  $SS_j = R - E(\xi_j)L$ 。

服务水平定义为每个订货周期不缺货的可信性要保证在  $\alpha$  以上,并且假设  $\alpha > 0.5$ 。用  $IL$  表示库存水平(inventory level),  $\xi_j$  表示配送中心  $j$  单位时间的总需求,那么满足一定服务水平可以表示为  $Cr(IL \geq 0) \geq \alpha$ ,即  $Cr(SS_j + E(\xi_j) - \xi_j \geq 0) \geq \alpha$ 。

## 2 模型的建立及求解

考虑配送中心的固定成本和内部搬运成本,配送中心到顾客的配送成本,工厂到配送中心的运输成本,以及库存成本,以长期经营下的平均成本最小为目标,我们可以建立期望值模型:

$$\begin{aligned}
\min z = & E\left(\sum_{j \in J} (f_j + g_j \sum_{i \in I} \xi_i y_{ij}) x_j + \right. \\
& \left. \sum_{j \in J} h \left( \frac{q_j^l}{2} \sum_{i \in I} \xi_i y_{ij} + SS_j + \sum_{i \in I} L \xi_i y_{ij} \right) + \right. \\
& \left. \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} w_{ij} \xi_i y_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} l_j \xi_i y_{ij} \right) \\
\text{s. t.} \\
& Cr(SS_j + E(\sum_{i \in I} \xi_i y_{ij}) - \sum_{i \in I} \xi_i y_{ij} \geq 0) \geq \alpha, \forall j \in J. \\
& \sum_{j \in J} y_{ij} = 1, \forall i \in I, -y_{ij} + x_j \geq 0, \forall i \in I, j \in J. \\
& \sum_{j \in J} x_j \leq n \\
& x_j = \{0, 1\}, \forall j \in J; \\
& y_{ij} = \{0, 1\}, \forall i \in I, j \in J.
\end{aligned}$$

目标函数期望内表达式中的第 1 项表示费用配送中心的固定费用和内部搬运费用,第 2 项表示库存总成本,第 3 项表示配送中心到顾客的配送费用,第 4 项表示工厂到配送中心的运输费用。

约束中,第 1 项保证了每个配送中心在每个订货周期缺货的可信性在  $\alpha$  以下,第 2 项和第 6 项保证了每个顾客由且只能由一个配送中心供给,第 3 项保证了每个顾客只能由已经确定建立的配送中心供给,第 4 项保证了配送中心的数量在要求的  $n$  个以下,第 5 项保证了一处候选点只能建立一个或者不建立配送中心,第 6 项保证了每个顾客只能完全由一个配送中心供给。

假设  $\xi_i$  为梯形模糊变量,已知其参数为  $(r_{i1}, r_{i2}, r_{i3}, r_{i4})$ 。又因为目标函数的值随着  $SS_j$  的增加而增长,所以最优解中,第 1 项约束中的不等式会取“=”,因此我们可以得到

$$\begin{aligned}
SS_j &= \\
& \sum_{i \in I} y_{ij} \left( \left( \frac{7}{4} - 2\alpha \right) r_{i3} + \left( 2\alpha - \frac{5}{4} \right) r_{i4} - \frac{1}{4} r_{i1} - \frac{1}{4} r_{i2} \right), \\
& \forall j \in J.
\end{aligned}$$

以此为基础,根据  $\xi_i$  之间的独立性,采用可信性理论,通过对原模型整理,去掉目标函数中的常数项等,可以得到同解模型如下:

$$\begin{aligned}
\min z = & \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} a_{ij} y_{ij} E(\xi_i) + \sum_{j \in J} f_j x_j; \\
\text{s. t.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{j \in J} y_{ij} = 1, \forall i \in I, \\
& -y_{ij} + x_j \geq 0, \forall i \in I, j \in J; \\
& \sum_{j \in J} x_j \leq n, \\
& x_j = \{0, 1\}, \forall j \in J; \\
& y_{ij} = \{0, 1\}, \forall i \in I, j \in J. \\
& \text{其中, } a_{ij} = g_j + hL + l_j + w_{ij}, \forall i \in I, j \in J;
\end{aligned}$$

$$E(\xi_i) = \frac{1}{4}(r_{i1} + r_{i2} + r_{i3} + r_{i4}), \forall i \in I.$$

这个同解模型是一个整数规划问题,因此我们可以用解决一般混合整数规划问题的成熟解法去求解,如通过采用拉格朗日松弛方法的分枝定界法我们可以较快的得到最优解。这其中,解决拉格朗日松弛下的线性规划问题也有很多解法。有些是非多项式时间的解法,如单纯形法,有些是多项式时间解法,如 LIPSOL (linear interior point solver), LIPSOL 解法的相关内容可参看 Zhang<sup>[8]</sup> 的文章。

## 5 结语

现实中确定的东西是少数的,不确定的才是大多数。对于网络选址来说,在这些不确定因素中最重要的是需求。因为需求的不确定性会极大的影响库存和网络规划。模糊与随机同样是不确定领域的重要组成部分,随机需求的研究已经到达了一定的地步,但是却没有人在需求是模糊的前提下,对同时考虑库存,运输,仓库运营等因素下的最小花费问题进行研究,此文填补了这一空白。

## 参 考 文 献

- 1 孙 浩. 制造、再制造集成物流网络设施选址模型及算法. 工业工程与管理, 2009; 14(3): 70—77
- 2 杨 锋, 梁 樑, 毕功兵, 等. 考虑道路特性的多个应急设施选址问题: 基于 DEA 的研究. 管理评论, 2008; 20(12): 41—44
- 3 Federgruen A, Zipkin P. A combined vehicle routing and inventory allocation problem. Operation Research, 1984; 32(5): 1019—1037

(下转第 1733 页)

得  $C$  的扩圈  $xyx_3\overleftarrow{C}x_2^+x_3^+\overrightarrow{C}y^-y^+\overrightarrow{C}x_2x_0$ .

此矛盾说明  $x_3 = y^{-2}$ 。考虑  $\{x, x_2^-, x_2^+, x_3^+\}$ , 注意到论断 1 可得  $x_2^+x_3^+, x_2^-x_2^+ \in E(G)$ 。

考虑  $\{x, y^-, y^+, x_3\}$ , 由论断 1a) 及论断 2, 可知  $x_3y^+, y^-y^+$  至少有一条存在于  $E(G)$ 。得  $C$  的扩圈  $xyy^-x_2^+\overrightarrow{C}x_3y^+\overrightarrow{C}x_2x(x_3y^+ \in E(G))$  和  $xyx_3\overleftarrow{C}x_2^+y^-y^+\overrightarrow{C}x_2x(y^+y^- \in E(G))$ 。得矛盾。

定理 4 证毕。

## 参 考 文 献

- 1 Bondy J A, Murty U S R. Graph Theory with applications. New York; Macmillan Loondoon and Elsevier, 1976
- 2 刘春房, 王江鲁.  $[s, t]$ -图及其 Hamilton 性. 山东师范大学学报 (自然科学版), 2005; 20: 6—7
- 3 李 敏, 王江鲁. 2-连通  $[5, 3]$ -图中的 Hamilton 圈. 内蒙古师范大学学报 (自然科学汉文版), 2006; 35: 285—287
- 4 Chartrand G, Gould R J, Polimeni A D. A not on locally connected and Hamiltonian-connected grphs. Isreal J Math, 1979; 33: 5—8

## Cycle Extensibility of $[4, 2]$ -graphs

LIU Chun-fang, Tian Jia-cai, Huang Li-guo

(Department of Mathematics and Information Science, Binzhou University, Binzhou 256603, P. R. China)

**[Abstract]** A graph  $G$  is called  $[s, t]$ -graph, if there are at lesdt  $t$  edges in every included subgraphs by  $s$  vertices of  $G$ . The following result was showed; if  $G$  is connected, locally connected  $[4, 2]$ -graphs with order at least 3,  $G$  is fully cycle extendable or is isomorphic to  $K_2 \vee \overline{K_3}$ .

**[Key words]**  $[s, t]$ -graph    locally connected    fully cycle extendable

(上接第 1726 页)

- 4 Zhou J, Liu B. New stochastic models for capacitated location-allocation problem. Computers and Industrial Engineering, 2003; 45: 111—125
- 5 Dziuba T A, Rozenberg I N. The decision of service centers location problem in fuzzy conditions. Lecture Notes in Computer Science, 2001; 2206: 11—17
- 6 Liu B. Uncertainty theory; an introduction to its autiomatic foundations. Berlin; Springer-Verlag, 2004
- 7 Liu Y K, Liu B. Expected value operator of random fuzzy variable and random fuzzy expected value models. International Journal of Uncertainty, Fuzziness & Knowledge-Based Systems, 2003; 11 (2): 195—215
- 8 Zhang Y. Solving large-scale linear programs by interior-point methods under the MATLAB environment. Technical Report TR96-01, Department of Mathematics and Statistics, University of Maryland, Baltimore County, Baltimore, MD, July 1995

## Analysis on the Network Location and Planning under Fuzzy Demand Environment

ZHU Tian-yu

(Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, P. R. China)

**[Abstract]** How to select the location of distribution centers from the candidates, and decide the distribution relationship, especially when the demand is uncertain and the cost structure is complex is given the location of the plant and customers. It is a common network location problem for the companies. To solving the problem, a model is established through credibility theory, under fuzzy demand environment, with the aim of minimizing the total cost of inventory, transportation, fixed cost & material handling cost in a 3-level logistics network. After simplification, which is find that the model is an integer programming problem, and gives the method.

**[Key words]** facility location    network planning    fuzzy math    credibility theory