

利用种群平均信息的二进制 粒子群优化算法

王志刚

(南京师范大学泰州学院数学科学与应用学院, 泰州 225300)

摘要 在 Kennedy 和 Eberhart 的二进制粒子群优化算法(BPSO)的基础上提出一种利用种群平均信息的二进制粒子群优化算法。新算法利用种群个体极值的平均信息和粒子的个体极值决定粒子当前取值的概率,使粒子可以充分利用整个种群的信息。通过测试函数优化和0—1背包问题,结果表明该算法具有较好的收敛速度和稳定性,求解结果要优于 BPSO 和一些改进算法。

关键词 粒子群优化算法 二进制 平均信息 背包问题

中图分类号 TP301.6; **文献标志码** A

粒子群优化算法是由 Kennedy 和 Eberhart^[1,2]在 1995 年提出的一种新的群体智能计算技术,是在鸟群、鱼群和人类社会行为规律的启发下提出来的,用于复杂优化问题的求解。由于算法收敛的速度快、设置参数少、实现简单,受到了学者和工程技术人员的兴趣。现在,粒子群优化算法在函数优化、神经网络训练、模式分类、模糊系统控制以及其它工程领域都得到了广泛的应用。

目前,有关粒子群优化算法的研究主要集中在以下三个方面:粒子群优化算法的运行机理分析^[3,4];粒子群优化算法与其它进化算法的融合^[5,6];粒子群优化算法在新领域中的应用^[7,8]。由于标准粒子群优化算法主要适用于求解连续空间的优化问题,如何将其改进并应用于求解离散空间的优化问题,特别是 NP 问题中的优化问题,是粒子群优化算法的一个改进与应用研究方向。Kennedy 和 Eberhart 在 1997 年首先提出了粒子群优化算法的改进形式——二进制粒子群优化算法(Binary Particle Swarm Optimization, BPSO)^[9],并成功将其

应用于求解离散优化问题。但由于 BPSO 本身存在一定的缺陷,使种群多样性和全局收敛性大大降低,影响了算法的性能^[10]。为克服这一不足,一些专家学者在 BPSO 的基础上提出了一些改进算法^[11—13],取得了不错的效果。在以上研究成果的启发下,本文在 BPSO 的基础上提出一种改进。利用种群个体极值的平均信息和粒子的个体极值来决定粒子当前值的取值概率,使粒子利用更多的信息来调节自身的行为。仿真实验表明本文的改进有利于提高算法的性能,实验结果要优于 BPSO 和一些改进的二进制粒子群优化算法。

1 粒子群优化算法

粒子群优化算法是一种基于种群的优化算法,种群称为粒子群,粒子群中的个体称为粒子。设有 N 个粒子组成一个群体,其中第 i 个粒子表示为一个 D 维的向量 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$, $i = 1, 2, \dots, N$, 即第 i 个粒子在 D 维的搜索空间中的位置是 x_i 。第 i 个粒子的飞行速度也是一个 D 维的向量,记为 $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$, 记第 i 个粒子迄今为止搜索到的个体极值为 $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$, 整个种群迄今为止搜索到的全局极值为 $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$, 粒子群优化算法采用下列公式对粒子操作:

2012年3月27日收到

第一作者简介:王志刚(1978—),男,讲师,研究方向:组合优化与算法。E-mail:wzg19.scut@163.com

$$v_{id} = wv_{id} + c_1r_1(p_{id} - x_{id}) + c_2r_2(p_{gd} - x_{id}) \quad (1)$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \quad (2)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, N, d = 1, 2, \dots, D, w$ 表示惯性权重, c_1 和 c_2 表示学习因子, r_1 和 r_2 是 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数, 每一维粒子的速度都被限制在一个最大速度 v_{\max} ($v_{\max} > 0$) 之间, 若 $v_i > v_{\max}$ 时, $v_i = v_{\max}$; 若 $v_i < -v_{\max}$ 时, $v_i = -v_{\max}$ 。

2 二进制粒子群优化算法

由于粒子群优化算法主要适用于求解连续空间的优化问题, 对于一些采用二进制编码的问题, 例如 0—1 整数规划, 粒子群优化算法在粒子进行速度和位置更新后产生的位置分量 x_{id} 不一定是 0 或 1, 使得粒子群优化算法无法对其进行求解。Kennedy 和 Eberhart 在 1997 年专门针对 0—1 整数规划问题给出 BPSO, 在 BPSO 中, 每个位置分量 x_{id} 要么取 1, 要么取 0, 因此速度分量 v_{id} 不再表示位置变化的大小, 它反映的是 x_{id} 取 1 的概率。为了使概率值在 $[0, 1]$ 之间, BPSO 采用 logistic 变换对 v_{id} 进行处理。BPSO 采用下列公式对粒子操作:

$$v_{id} = wv_{id} + c_1r_1(p_{id} - x_{id}) + c_2r_2(p_{gd} - x_{id}) \quad (3)$$

$$x_{id} = \begin{cases} 0, & r \geq 1/(1 + \exp(-v_{id})) \\ 1, & r < 1/(1 + \exp(-v_{id})) \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中 r 为 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数。

3 利用种群平均信息的二进制粒子群优化算法

文献[4]指出, BPSO 继续沿用标准粒子群优化算法的表达形式来求取值概率的必要性并不是很强, 而且采用的 logistic 函数的主要功能是限界, 并没充分的理由。为此, 文献[12]提出了一个改进的二进制粒子群优化算法版本 (IBPSO), 利用种群极值和个体极值来决定粒子当前值的取值概率, 取消粒子当前值对下一步迭代的影响, 仿真实验取得了比 BPSO 好的效果。然而, 在 IBPSO 中, 每个粒子获得的是个体极值和种群极值的信息, 忽略了种群中其它粒子的个体极值信息。E. O. Wilson^[14] 论证: 至少在理论上, 在群体搜索食物的过程中, 群体

中的每个个体可以从群体的新发现和群体中所有其它个体的经验中受益。受此启发, 在 BPSO 和文献[12]的基础上本文提出一种利用种群平均信息的二进制粒子群优化算法, 算法利用种群个体极值的平均信息 $p_{vd} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{id}$ 和粒子的个体极值来决定粒子当前值的取值概率。本文这样做的理由是种群个体极值的平均信息和粒子的个体极值本身包含了历次迭代中粒子的遗传信息, 可以使粒子利用更多的信息来调节自身的行为。为了避免因为过度参考而使算法陷入局部极值, 可以通过设定 p_{id} 和 p_{vd} 判断的可信度来解决。在此, 我们采用文献[12]提出的两个假定:

1) 用 x_{id} 表示优化的极值点, 由于优化过程中 x_{id} 的真值是未知的, 故假定先验概率:

$$P(x_{id} = 0) = P(x_{id} = 1) = 0.5。$$

2) 在寻找最优值的过程中, 假定 p_{id} 和 p_{vd} 对最佳值的判定是相互独立的。

由 p_{vd} 的计算公式可知, p_{vd} 未必取 0 或 1, 我们可以先做如下转换:

$$p'_{vd} = \begin{cases} 0, & p_{vd} < 0.5 \\ 1, & p_{vd} \geq 0.5。 \end{cases}$$

这样做的理由是如果种群中有一半以上粒子的个体极值 p_{id} 取 1, 则 $p_{vd} \geq 0.5$, 此时令 $p'_{vd} = 1$; 如果种群中有不足一半以上粒子的个体极值 p_{id} 取 1, 则 $p_{vd} < 0.5$, 此时令 $p'_{vd} = 0$, 这符合日常生活中人们做决策时采用的“少数服从多数”原则。

记 p_{id} 作出正确判定的概率为 P_1 , p'_{vd} 作出正确判定的概率为 P_2 , 利用 Bayes 公式可得

$$P(x_{id} = 1 | p'_{vd} = 1, p_{id} = 1) =$$

$$\frac{P_1 P_2}{P_1 P_2 + (1 - P_1)(1 - P_2)} = \alpha,$$

$$P(x_{id} = 1 | p'_{vd} = 0, p_{id} = 0) =$$

$$\frac{(1 - P_1)(1 - P_2)}{P_1 P_2 + (1 - P_1)(1 - P_2)} = 1 - \alpha,$$

$$P(x_{id} = 1 | p'_{vd} = 1, p_{id} = 0) =$$

$$\frac{(1 - P_2) P_1}{(1 - P_1) P_2 + (1 - P_2) P_1} = \beta,$$

$$P(x_{id} = 1 | p'_{vd} = 0, p_{id} = 1) =$$

$$\frac{(1 - P_1)P_2}{(1 - P_1)P_2 + (1 - P_2)P_1} = 1 - \beta,$$

这是粒子决策的依据。

在本文中,由于 p_{id} 和 p_{vd} 的特殊性,假定它们发现最优值的概率应该超过平均值,即 $P_1 > 0.5, P_2 > 0.5$ 。其次,为了鼓励粒子进行分散搜索,避免算法陷入局部极小,令 $P_1 > P_2$ 。下面以求函数最大值为例给出利用种群平均信息的二进制粒子群优化算法的形式化描述:

```

Initialize population
Do
For  $i = 1$  to  $N$ 
  For  $d = 1$  to  $D$ 
     $r = rand()$ ;
    if  $p'_{vd} = 1$  and  $p_{id} = 1$  then
      if  $r < \alpha$  then  $x_{id} = 1$  else  $x_{id} = 0$ 
    else if  $p'_{vd} = 0$  and  $p_{id} = 0$  then
      if  $r < 1 - \alpha$  then  $x_{id} = 1$  else  $x_{id} = 0$ 
    else if  $p'_{vd} = 1$  and  $p_{id} = 0$  then
      if  $r < \beta$  then  $x_{id} = 1$  else  $x_{id} = 0$ 
    else
      if  $r < 1 - \beta$  then  $x_{id} = 1$  else  $x_{id} = 0$ 
  Next  $d$ 
Next  $i$ 
For  $i = 1$  to  $N$ 
  Compute(  $x_i$  )
Next  $i$ 
For  $i = 1$  to  $N$ 
  if  $f(x_i) > f(p_i)$  then  $p_i = x_i$ 
Next  $i$ 
 $p_g = \max(p_i)$ 
Until termination criterion is met

```

4 函数优化问题的仿真实验

为了验证本文提出算法的性能,将本文算法与 BPSO 和 IBPSO 进行对比实验,实验采用文献[12]引用的 De Jong 精心设计的一个专门用于测试演化算法性能的测试集中的 4 个函数来求其最大值,在每个函数上各运行 20 次,3 种算法的粒子数目都设为 20,迭代次数均为 2 000,在本文算法中, $P_1 = 0.9, P_2 = 0.6$ 。表 1 给出算法在 4 个测试函数上的计算结果,包括 4 个函数的理论最优值,3 种算法分别发现的平均值以及在 20 次运算中达到理论最优

值的次数。

从表 1 可以看出,3 种算法在 4 个测试函数上都能找到理论最优值,但本文算法相对于 BPSO 和 IBPSO 找到理论最优值的次数要多,且 20 次测试的平均值也要优于 BPSO 和 IBPSO,表明本文算法在函数优化问题上的性能较 BPSO 和 IBPSO 有了较大程度的提高。

表 1 3 种算法在 4 个测试函数上的结果

	理论最优值	BPSO		IBPSO		本文算法	
		发现次数	平均值	发现次数	平均值	发现次数	平均值
f_1	78.600 0	3	78.599 8	7	78.599 9	20	78.600 0
f_2	3 905.930 0	5	3 905.786 0	15	3 905.930 0	20	3 905.930 0
f_4	55.000 0	20	55.000 0	20	55.000 0	20	55.000 0
f_5	500.000 0	3	498.130 4	12	498.971 1	18	499.132 6

5 0—1 背包问题上的仿真实验

5.1 0—1 背包问题描述

已知 n 个重量和价值分别为 $w_j > 0$ 和 $c_j > 0$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 的物品,背包的容量假设为 $C > 0$,如何选择哪些物品装入背包可使在背包的容量限制之内所装物品的价值最大。引入变量 x_j ,当物品 j 被选择装入时, $x_j = 1$;否则, $x_j = 0$ 。则该问题的数学模型为:

$$\max f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n x_j c_j, \quad (5)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq C \\ x_j \in \{0, 1\} j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (6)$$

5.2 求解 0—1 背包问题的二进制差异演化算法

采用本文提出的算法求解背包问题与对函数优化问题的求解过程类似,唯一的不同在于求解背包问题时在迭代过程中形成的新粒子未必满足约束条件,因此需要对其进行调整,在这里我们引入了局部搜索机制—贪婪算法,使用启发式修正算子,用来保证粒子满足约束条件,同时在保证粒子满足约束条件的前提下尽量增加其适应值。若粒子不满足约束条件,按物品 j 的价值密度 $\rho_j = c_j/w_j$, ($j = 1, 2, \dots, n$) 由小到大的方向将 $x_j = 1$ 变为 $x_j = 0$,直到将不满足约束条件的粒子变成满足约束条

件;若粒子满足约束条件,在保证满足约束条件的前提下,按 ρ_j 由大到小的方向将 $x_j = 0$ 变成 $x_j = 1$, 尽量增加其适应值,这是对个体质量的改良。虽然增加了计算开销,但考虑到它使得搜索有一定的导向,而不再盲目,这点开销还是值得的。

5.3 测试结果

我们选用文献[11]、[12]和[13]共同采用的一个算例来进行测试,该算例共有 50 个物体,最优值为 3 103,其原始数据见文献[15]。实验时,本文算法粒子个数为 50,最大迭代次数为 50, $P_1 = 0.9$, $P_2 = 0.6$, 我们一共计算 1 000 次,并将求解结果与上述文献进行对比,其中文献[11]对此算例计算 50 次,文献[12]对此算例计算 1 000 次,文献[13]对此算例从迭代 100 代到 1 000 代各运行 50 次,为方便比较,本文仅选取其迭代 200 代的情况。计算结果如表 2 所示,本文算法的平均收敛情况如图 1 所示。

表 2 4 种算法在背包问题上的结果

	种群规模	迭代次数	至 3 103 次数
文献[11]算法	180	200	50
文献[12]算法	50	200	50
文献[13]算法	500	200	0
本文算法	50	50	1 000

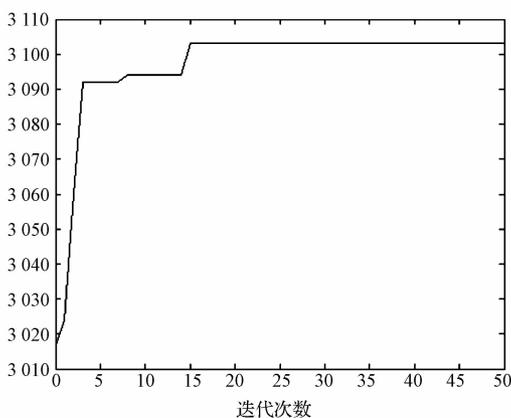


图 1 本文算法在背包问题上的收敛曲线

从表 2 可以看出,本文算法相对于一些二进制粒子群优化算法的改进形式要优秀的多,虽然文献[11]每次迭代都可以找到最优值,但其平均进化代数为 166,而本文算法在种群规模不及其 1/3 的情

况下每次迭代页都可以找到最优值,且平均进化代数仅为 16,不及文献[11]的 1/10,充分表明了本文算法的优越性。此外,从图 1 也可以看出,本文算法拥有较快的收敛速度,可以很快找到问题的最优解。

6 结束语

为解决应用粒子群优化算法求解二进制编码的问题,在 BPSO 的基础上提出了利用种群平均信息的二进制粒子群优化算法,新算法继承了标准粒子群优化算法收敛速度快的特点,同时算法仅含有两个参数,形式简单,易于实现。仿真实验表明,相对于 BPSO 和其它一些二进制粒子群优化算法的改进形式,在相同条件下本文算法可以取得更好的效果。

参 考 文 献

- 1 Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization. In: Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995; 4: 1942-1948
- 2 Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory. In: Proc of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, Nagoya, Japan, 1995; 39-43
- 3 连志刚,董秀洁.一种混合搜索的粒子群算法.控制理论与应用,2010;27(10):1404-1410
- 4 高海兵,周驰,高亮.广义粒子群优化算法.计算机学报,2005;28(12):1980-1987
- 5 栾丽君,谭立静,牛奔.一种基于粒子群优化算法和差分进化算法的新型混合全局优化算法.信息与控制,2007;36(6):708-714
- 6 方伟,孙俊,须文波.基于微分进化算子的量子粒子群优化算法及应用.系统仿真学报,2008;20(24):6740-6744
- 7 Salmen A, Ahmad I, Al-Madani B. Particle swarm optimization for task assignment problem. Microprocessors and Microsystems, 2002; 26: 363-371
- 8 Eberhart R C, Hu X. Human tremor analysis using particle swarm optimization. Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE Service Center, 1999: 1927-1930
- 9 Kennedy J, Eberhart R C. A discrete binary version of the particle swarm optimizer. In: IEEE International Conference on Computational Cybernetics and Simulation, volume, 1997; 5: 4104-4108
- 10 贺毅朝,王彦祺,刘建芹.一种适于求解离散问题的二进制粒子群优化算法.计算机应用与软件,2007;24(1):157-159
- 11 马慧民,叶春明,张爽.二进制改进粒子群算法在背包问题

- 中的应用. 上海理工大学学报, 2006; 28(1): 31—34
- 12 徐义春, 肖人彬. 一种改进的二进制粒子群算法. 模式识别与人工智能, 2007; 20(6): 788—793
- 13 沈显君, 王伟武, 郑波尽, 等. 基于改进的微粒群优化算法的0—1背包问题求解. 计算机工程, 2008; 32(18): 23—25
- 14 Wilson E O. Sociobiology: the new synthesis. Cambridge, MA: Belknap Press, 1975
- 15 李娟, 方平, 周明. 一种求解背包问题的混合遗传算法. 南昌航空工业学院学报, 1998; 12(3): 31—35

Binary Particle Swarm Optimization Using Average Information of Swarm

WANG Zhi-gang

(School of Mathematics, Nanjing Normal University Taizhou College, Taizhou 225300, P. R. China)

[**Abstract**] Particle swarm optimization using average information of swarm is presented based on Kennedy and Eberhart's binary particle swarm optimization. The probability of the position vector depends on the values of the average individual best position and the individual best position. The new algorithm can makes each particle use the whole swarm information effectively. The test of function optimization and 0—1 knapsack problem show that this new algorithm has a good speed of convergence, a high stability and performs better than BPSO and some modified algorithms.

[**Key words**] particle swarm optimization binary average information knapsack problem

(上接第 4671 页)

- 7 Izumi K, Umehara D, Denno S. Performance evaluation of wavelet OFDM using ASCET. IEEE ISPLC 2007, Mar. 26—28 March 2007; Pisa, Italy, 2007: 246—251
- 8 Lin L, Farhang-Boroujeny B. Cosine-modulated multitone for very-high-speed digital subscriber lines. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2006: 1—16

Performance Comparison of WOFDM and Conventional OFDM under Power Line Channels

HAN Yue, HEI Yong, QIAO Shu-shan

(Institute of Microelectronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, P. R. China)

[**Abstract**] The performance of WOFDM and conventional OFDM under AWGN are compared, multi-path effect, impulse disturbance and narrow band interference to decide which method is more appropriate for power line communications. The simulation result shows that under AWGN and multi-path effect the two methods exhibit the similar performance. Conventional OFDM outperforms WOFDM under the impulse disturbance in time domain. But WOFDM turns out better in the presence of the impulse disturbance in frequency domain and narrow band interference.

[**Key words**] discrete wavelet transform fast Fourier transform orthogonal frequency division multiplexing power line communication