第12卷 第24期 2012年8月
1671—1815(2012)24-0000-05

科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering

Vol. 12 No. 24 Aug. 2012
ⓒ 2012 Sci. Tech. Engrg.

交通运输

带时间窗约束的多类型车辆路径问题的改进节约算法

陈 锋
(陕西省商洛职业技术学院，商洛 726000)

摘 要 研究了带时间窗约束的多类型车辆路径问题。通过对C-W节约算法进行修正得来的改进型节约算法,应用于多类型车辆路径问题。通过具体算例说明了该算法的可行性。改进的基于邻域搜索的节约算法用于解决更贴合现实生活的带时间窗约束的多类型车辆路径问题,并通过计算机编程实现了该算法。通过算例证实,运用该程序我们能够快速建立多类型车辆路径问题的满意调度方案.

关键词 时间窗 多类型车辆 路径问题
中图法分类号 U492.22; **文献标志码** A

节约算法由Clarke和Wright于1964年提出[1],该算法为解决车辆路径问题提供了一个简单易行的途径,但由于当时车辆路径问题还未衍生各种具体约束,故传统的节约算法无法直接应用于现今的车辆路径问题。本文先归纳了各种针对单类型车辆路径问题的改进节约算法,然后对传统节约算法进行了改进,使之可以解决带时间窗约束的多类型车辆路径问题。

车辆路径问题(Vehicle Routing Problem)是由Dantzig和Ramser于1959年提出的。最初是为了解决在满足一组预选确定的客户需求的条件下，同时决定不同种类的车辆的组成和线路,以达到运输费用最少。该类问题在现实中有着很强的应用背景。像生产制造业、航空服务业、物流运输业、炼钢工业中的许多问题都可以转化为此类形式。比如在制造业，某机械加工车间拥有不同种类的车床,其功能不完全相同,相应可加工的工件任务既有相同的也有不同的。如果有一批加工任务等待处理,且每件工件具有到达和完工时间的约束,如何安排这些工件的加工设备和加工顺序使总的消耗费用最低就可以转化为此类模型。

此类问题虽经多人潜心研究,但由于其复杂性巨大,目前仍未找到多项式算法。专家们多把精力集中于研究高质量的启发式算法方面．车辆路径问题已由最初的简单车辆运输衍生出各种具体问题,有了更细的划分。比如根据可用车场数分为单车场问题与多车场问题,根据可用车辆的车型数分为单车型问题与多车型问题，根据决策者的要求分为单目标问题与多目标问题等[2]。再具体就比如带冷藏系统的车辆运输问题[3]。随着VRP问题的持续发展,考虑需求点对于车辆到达的时间有所要求之下,在车辆途程问题之中加入时间窗的限制,便形成了一个新的种类——有时间窗车辆路径问题(VRP with Time Window,VRPTW)。此类问题中,车辆除满足VRP问题的限制外,还必须满足需求点的时间窗限制,即由于早到某个客户而引起的等待时间和客户需要的服务时间。自从Savelsbergh[4]证明了VRPTW是N-P难题后,对其算法的研究就集中在了各种启发式算法上。

从文献中可以看到,对于车辆路径问题,国内外已经有了深入的研究。近些年比较流行的遗传算法[5,6],蚁群算法[7]都已在VRP问题中得到应

2012年5月4日收到 商洛职业技术学院科研基金(2011008)资助
作者简介:陈锋(1968—),男,陕西镇安人,讲师。研究方向:基础数学。E-mail:chenfeng8060@163.com。

用,但这些研究主要集中于单一类型车辆。国内关于多类型车辆路径问题的研究较少,与这方面研究相关的文献有 Golden et al.[8](1984),J. A. Ferland and P. Michelon[9](1988),F. H. Liu and S. Y. Shen[10](1999),于波,丁源[11](2006)。

前面提到的各种文献中有很多采用了灵感来自生物界的遗传算法和蚁群算法。遗传算法运行方式和实现步骤规范,便于具体实用,适用于复杂优化问题。比较而言,节约启发式算法可提高车辆的利用率,能解决大规模问题[12]。而且节约算法的思想更为简单易懂. 这里我们着重讨论了通过对简单易行的 C-W 节约算法进行修正得来的改进型节约算法。在对单类型带时间窗车辆路径问题的改进节约算法进行总结归纳后,我们根据 Golden *et al.* 在1984 年提到的节约值计算表达式[8],并结合邻域搜索的思想, 提出了一种改进型节约算法,然后将改进节约算法应用于多类型车辆路径问题,通过具体算例说明了该算法的可行性。

1 问题提出

讨论了单类型车辆运输问题。但现实生活中,由于服务中心会对车辆进行更新换代,而且为了不同客户的需求,会及时补充新的货车,这就造成服务中心有不同类型的车辆可用,而不仅是单一类型的车辆。不同类型主要指其载重量不同及其使用费用不同。

这里我们主要考虑一类多车辆运输问题,其中允许车辆具有不同的容量限制,客户对服务需要是设固定的。假设每个客户的服务需求不超过给定车辆的最大容量,这样如果要求有且只有一辆车辆对客户进行服务,则问题的提出是合理的。我们进一步做出假设如下,某车辆可以对客户进行服务当且仅当车辆的容量超过客户的需求。此类问题的研究是与经典的车辆路径问题联系在一起的。对于车辆路径问题的各种变形,我们在前边已介绍过,它们具有下面的共同特征. 一组为车辆设定路线集合和一个中心车站,车辆从中心车站出发并最终回到车站。每条路线上的客户的需求是已知的,其需求量的总和不超过车辆总的运载量。总的费用主要包括车辆的启动费用(这里假设为车辆一旦启动就需要花费的费用)、车辆的运行费用(该费用与车辆的运行距离有关,这里假设为运行距离的一次线性函数)。经典 VRP 问题中所有车辆的运载量都是相同的,而我们这里所考虑的是混合车队,各车辆的运载量不同。

此类问题同样属于 NP-hard 问题,只有在问题规模很小时才可能存在可行的精确解法,所以通常采用启发式解法求得满意解. 我们继续对原理简单、灵活性强、交互性好[15]的节约算法进行改进,以达到求解多类型车辆路径问题的目的。

2 模型建立

多类型车辆路径问题描述为一个服务中心有 K 种不同型号的服务车辆。第 k 种类型的车辆的为 b_k $(k=1,2,\cdots,K)$,k 类型车辆的启动费用为 w_k,k 类型车辆的使用数量为 x_k,则总的车辆启动费用为 $\sum_{k=1}^{K} w_k x_k$。令服务中心为基点 0,该中心向 n 个客户点送货,其中客户点 i 需要服务的时间区间限制为 $[ET_i, LT_i]$,即最早允许车辆到达时间为 ET_i 最迟允许车辆到达时间为 LT_i,且该客户点需货量为 g_i,卸货时间为 $UT_i(i=1,2,\cdots,n)$。中心与客户、客户与客户两两之间的运输费用为 c_{ij}(这里我们假设不同类型车辆的单位运输费用是一致的,即所有类型的车辆在点 i、j 之间的运输费用相同),运输时间为 t_{ij} $(i,j=0,1,2,\cdots,n)$。车辆不允许超载且必须在时间窗内将货物送达客户点. 要求指派车辆并确定车辆运输路线,使得总费用最低。

利用图论的知识来描述此类问题,则更加明了。现有一个中心 0 及一个客户点集 N,其中 $N=\{1,2,\cdots,n\}$,中心车辆的类型集合为 $V_K=\{v_1,v_2,\cdots,v_k\}$。对每个客户时间窗的定义同上,每个客户点 i 可使用的车辆类型集合为 $K_i=\{v_{i(1)}, v_{i(2)},\cdots, v_{i(l)}\}$。对每个类型的车辆, 建立一个服务网络如下:

$$D_k=(N_k\cup\{0\}, A_k\cup(\{0\}, N_k)\cup(N_k,\{0\})),$$

其中 N_k 为点集,代表 k 类型车辆可以服务的客户,0 表示服务中心,弧 $(i,j)\in A_k$ 当且仅当 $LT_i+t_{ij}\leqslant$

ET_i,其中 $i,j \in \mathbf{N}_k$. 定义 i,j 间的运输费用 c_{ij} 为弧(i,j)的权. 若选定 k 类型车辆为客户服务,则车辆路径问题在 k 类型车辆的服务网络这个局部可以看作是一个有特殊约束的求最短路问题。

设在同一条路线上点 i 是点 h 后面的相邻点,车辆到达点 h 的时间为 RT_h,到达点 i 的时间为 RT_i,则有:$RT_i = RT_h + UT_h + t_{hi}$。

为建立模型,我们定义二进制变量:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{一辆 } k \text{ 类型车辆从点 } i \text{ 行驶到点 } j; \\ 0, & \text{否则。} \end{cases}$$

$$y_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{一辆 } k \text{ 类型车辆给客户点 } i \text{ 送货;} \\ 0, & \text{否则。} \end{cases}$$

设每个客户货物需求量小于车辆的最大容量,这样可以保证每个客户被一车辆服务一次. 则在满足客户货物需求的情况下极小化总费用的模型可表示:

$$\min \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{n} w_k x_{0ik} + \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} c_{ij} x_{ijk}。$$

满足约束:

$$\begin{cases} \sum_k y_{ki} = 1, i = 1,2,\cdots,n & (1) \\ \sum_i x_{ijk} = y_{kj}, j = 1,2,\cdots,n; \forall k & (2) \\ \sum_j x_{ijk} = y_{ki}, i = 1,2,\cdots,n; \forall k & (3) \\ \sum_i g_i y_{ki} \leqslant b_k, \forall k & (4) \\ x_{ijk} = 0 \text{ 或 } 1, i,j = 0,1,\cdots,m; \forall k & (5) \\ y_{ki} = 0 \text{ 或 } 1, i = 0,1,\cdots,m; \forall k & (6) \\ X = (x_{ijk}) \in S & (7) \\ ET_i \leqslant RT_i \leqslant LT_i & (8) \end{cases}$$

各约束条件的含义可参考单类型车辆路径问题的模型。

3　改进节约型算法

传统节约型算法及针对单类型车辆路径问题的改进节约算法前面都已给出,由于使用的车辆类型的不同会带来车辆使用成本的不同,所以无法直接应用上述算法来求解多类型车辆路径问题. 但可以对节约算法中的节约值进行改进,这里我们采用 Golden *et al.*[8](1984)中的一个节约值计算公式:Optimistic Opportunity Savings(OOS),其节约值的计算表达式为:

$$s_{ij} = c_{0i} + c_{j0} - c_{ij};$$
$$s_{ij}^{oos} = s_{ij} + F(z_i) + F(z_j) - F(z_i + z_j) + F(P(z_i + z_j) - z_i - z_j)$$

其中 s_{ij} 与传统节约算法中的意义相同,$F(z)$表示服务总需求量为 z 的路线所需载重最小的车辆的启动费用,在进行具体点的连接时,若 k 是一条线路中第一个或最后一个客户点,我们用 z_k 代表该路线总的需求量;$P(z)$表示服务总需求量为 z 的路线所需最小车辆的载重。

上述节约值表达式中,除考虑路程节约值,还考虑了由于连接两点造成的使用载重量更大的车辆而形成的节约值。$(P(z_i + z_j) - z_i - z_j)$是一种乐观估计,它表示所使用的大载重车辆还可运载的货物量,$F(P(z_i + z_j) - z_i - z_j)$则表示由这些货物量可形成的节约值。

这里我们采用基于邻域搜索的节约算法。基于邻域搜索的节约算法的基本思想[3]:首先将各客户点与服务中心直接相连,构成 n 条仅含一个客户点的初始路径,然后计算将两个客户点连接在一条线路上的费用节约值,节约值越大说明将这两个点连在一起后,总成本越小。连接后如果符合车辆载重和时间范围条件。则继续向两端延伸。延伸路径方法:找出所有与这 2 个端点相连接节约值最大的点,然后判断是否同时符合车辆载重和时间窗条件,如果符合,则连接该点;否则找出次大点,进行判断。直到所有节点都不能同时满足车辆载重和时间要求,结束该路径的延伸。

该算法的步骤可表述如下:

1)计算 s_{ij}^{oos},把 s_{ij}^{oos} 按照所对应的序对(i,j)排列成 $n \times n$ 矩阵 M。

2)找出 M 中最大的元素,不妨设最大元素为 s_{ij}^{oos}(如果有多个,则任选其中一个)。考察 s_{ij}^{oos}。

a. 令 $gz = g(i) + g(j)$,如果 $gz \leqslant \max_k \{b_k\}$,转入 b),否则转入 3)。

b. 令 $RT(j) = RT(i) + UT(i) + t(i,j)$。若 $ET(j) \leqslant RT(j) \leqslant LT(j)$,则连接点 i 和点 j,形成路线"0

$\rightarrow i\rightarrow j\rightarrow 0$”，令 $g(i)=g(j)=gz$，将 M 中不为 0 的元素重新计算，并转向步骤4）；否则，令 $M(i,j)=0$，转向步骤2）。

3）令矩阵 M 中的元素 $M(i,j)=M(j,i)=0$，转向步骤2）。

4）分别找出 M 中第 i 列和第 i 行的最大元素 $M(m,i)$，$M(j,l)$（若有多个，则任选一个），然后比较二者大小。

① 若 $s_{jn}^{oos}<s_{mi}^{oos}$，考察 s_{mi}^{oos}。

a. 装载量约束：若 $g(m)+g(i)\leqslant\max\limits_{k}\{b_k\}$，转向 b；否则，令 $s_{mi}^{oos}=0$，转向步骤4）。

b. 时间窗约束：计算连接点 m 和点 i 后的 $EFi(m,i)$。

若 $EFi(m,i)=0$，转向步骤5）；若 $EFi(m,i)<0$，计算 Δ_{i-}，若 $|EFi(m,i)|\leqslant\Delta_{i-}$，则转向步骤5），否则转向步骤6）；若 $EFi(m,i)>0$，计算 Δ_{i+}，若 $EFi(m,i)\leqslant\Delta_{i+}$，则转向步骤5），否则转向步骤6）。

② 若 $s_{mi}^{oos}<s_{jn}^{oos}$，考察 s_{jn}^{oos}，同上判断，若同时满足装载量约束和时间窗约束两个条件，连接点 j 和点 l，形成路线“$0\rightarrow i\rightarrow j\rightarrow n\rightarrow 0$”，计算车辆到达各点的时间，令 l 列元素为 0，$g(l)=g(l)+g(j)$，令 $j=l$，$g(i)=g(j)$，并将 M 中不为 0 的元素重新计算，转向步骤4）。否则，令 $s_{jn}^{oos}=0$，转向步骤4）。

③ 若 $s_{mi}^{oos}=s_{jn}^{oos}$，若同时满足装载量约束和时间窗约束两个条件，连接点 m 和点 i，点 j 和点 l，形成路线“$0\rightarrow m\rightarrow i\rightarrow j\rightarrow n\rightarrow 0$”，计算车辆到达各点的时间，令 m 行，l 列为 0，$g(m)=g(m)+g(i)+g(l)$，$g(l)=g(m)$，$i=m$，$j=l$，并将 M 中不为 0 的元素重新计算，转向步骤4）。否则，令 $s_{mi}^{oos}=s_{jn}^{oos}=0$，转向步骤4）。

5）连接点 m 和点 i，形成路线“$0\rightarrow m\rightarrow i\rightarrow j\rightarrow 0$”，计算车辆到达各点的时间，令 m 行元素为 0，i 列元素为 0，$g(m)=g(j)=g(m)+g(i)$，令 $i=m$，$g(j)=g(i)$，并将 M 中不为 0 的元素重新计算，转向步骤4）。

6）令 $s_{mi}^{oos}=0$，转向步骤4）。

7）矩阵 M 中所有元素均不能同时满足装载约束条件和时间窗约束条件，结束该路径的延伸，并得到服务该路线应使用的车辆，将其从车辆集合中，消去转到步骤2）。

8）矩阵 $M=0$，考察未在任何一条线路上的客户点，尽最大可能保留初始路径，若车辆使用完毕，结束算法。

注：当出现因服务中心车辆数目不足及载重约束造成有客户得不到服务时，可适当调整，比如：若时间窗约束允许，则可以让最早回到服务中心的车辆（通常是服务初始路径的车辆）再次从中心出发，对没有得到的服务的客户进行服务。

该改进节约算法与单类型车辆路径问题的改进节约算法最大的不同在于节约值的计算，不但节约值公式更为复杂，而且若点 i 和点 j 进行了连接，节约值都要被重新计算，故运算量增大，这里我们主要利用计算机辅助计算。上机运算的输出结果应包括运输线路的图形界面．运输线路应是多个闭合回路，一个闭合回路代表一台车的行驶路线．若有客户不在任一条闭合回路上，说明该客户的约束太紧，不存在满足约束的解。

4 结语

C-W 节约算法思想简单，在解决旅行商问题时是一种很好的算法，可以快速得到问题的满意解．通过对此算法进行改进，加入车辆装载量约束和客户需求时间窗约束，我们即可利用其解决带时间窗约束的车辆路径问题。本文对应用于单类型车辆路径问题的节约算法进行了推广，将改进的基于邻域搜索的节约算法用于解决更贴合现实生活的带时间窗约束的多类型车辆路径问题，并通过计算机编程实现了该算法，通过算例证实，运用该程序我们能够快速得到本文所建立的多类型车辆路径问题的满意调度方案。

文中模型和算法还可进一步扩展，例如加入驾驶员途中休息时间约束，单车行驶路程约束等。另外，本文只研究了单车场，客户需求固定的多类型车辆路径问题，同时要求每个客户仅能由一辆车服务，对于多车场，带有模糊客户需求，可对客户进行重复运输的多类型车辆路径问题还有待进一步研究。

参 考 文 献

1 Clarke G, Wright J. Scheduling vehicles from a central depot to number of delivery points. Operations Research, 1964; 12(4): 12—18

2 《运筹学》教材编写组. 运筹学. 第三版. 北京: 清华大学出版社, 2005

3 王海丽, 王　勇, 曾勇长. 带时间窗的易腐食品冷藏车辆配送问题. 工业工程, 2008; 11(3), 127—130

4 Savelsbergh M. Local search for routing problems with time windows. Annals of Operations Research, 1985; 4: 285—305

5 郎茂祥, 胡思继. 用混合遗传算法求解物流配送路径优化问题的研究. 中国管理科学, 2002; 10(5), 51—56

6 李向阳. 遗传算法求解 VRP 问题. 计算机工程与设计, 2004; 25(2), 271—276

7 王海星, 王德占, 申金升. 蚁群算法解决有时间窗的车辆优化调度问题研究. 物流技术, 2006;(11), 37—40

8 Golden B, Assad A, Levy L, *et al.* The fleet size and mix vehicle routing problem. Comps & Opns Res, 1984; 11, 49—66

9 Ferland J A, Michelon P. The vehicle scheduling problem with multiple vehicle types. Operational Research Society, 1988; 39(6), 577—583

10 Liu Fuhhwa, Shen Shengyuan. A method for vehicle routing problem with multiple vehicle types and time windows. Proc Natl Sci Counc ROC(A), 1999; 23(4), 526—536

11 于　波, 丁　源. 带模糊需求的多类型车辆路径问题研究. 兰州交通大学学报(自然科学版), 2006; 25(3): 137—140

12 潘　凌. 规模车辆调度中两种算法的研究. 科技经济市场, 2008;(5), 13—14

13 陈一永, 许　力. C-K 节约算法在配载车辆调度问题上的应用研究. 商场现代化, 2009;(562): 149—152

14 丁宝录, 王庆金, 王炬香, 等. 基于车辆限制的可重复运输路径优化研究. 科学技术与工程, 2007; 7(24), 6483—6487

15 陈一永, 韩　江, 龚延成. 带时间窗约束的配载车辆调度问题研究. 物流技术, 2005;(3), 48—50

The Improved Saving Methods of Vehicle Routing Problem with Time Window

Chen Feng

(Shaanxi Shangluo Vocational And Technical Instituion Shangluo 726000)

[**Abstract**]　The multi-type vehicle routing problem with time window is investigated. By modifing the C-W algorithm, improved saving algorithm has applied to the multiple-type vehicle routing problem. And the specific and numerical algorithm example shows that the improved saving algorithm is feasible. This algorithm based on neighbourhood search can practically solve the multi-type vehicle routing problem, and achieved by computer programming. This computer programming be could used to produce the satisfied dispatching project rapidly from the multi-type vehicle routing problem this paper mentioned, which are proved by the improved saving algorithm.

[**Key words**]　time window　　multiple-type vehiclo　　routing problem