DOI:10.7631/issn.1000 - 2243.2015.03.0333 **文章编号**:1000 - 2243(2015)03 - 0333 - 07

考虑偏好序且权重未知的群双边匹配决策

林 杨[1,2], 王应明[1]

(1. 福州大学经济与管理学院, 福建 福州 350116; 2. 福建师范大学经济学院, 福建 福州 350117)

摘要: 考虑匹配主体是群且成员权重未知, 提出一种基于偏好序信息的群双边匹配决策方法. 先给出群双边匹配、综合满意度等概念. 使用极大极小离差法求出主体群的成员权重, 并通过 OWA 算子进行集结、生成一方主体群对另一方主体群的综合满意度. 以最大化双方主体群的综合满意度之和为目标, 建立 0 ~ 1 单目标优化模型并对模型解法进行拓展, 求解模型获得最优匹配方案. 最后通过实例说明该方法的简单、有效性.

关键词: 群双边匹配; 偏好序; 综合满意度; 极大极小离差; OWA 算子; 优化模型

中图分类号: C934 **文献标识码**: A

An approach for group bilateral matching with uncertain weights under preference ordinals

LIN Yang[1,2], WANG Yingming [1]

(1. School of Economics and Management, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350116, China;
2. School of Economics, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350117, China)

Abstract: An approach for group bilateral matching problem based on preference ordinals is proposed with unknown weights of both sides of agents. Firstly, the definitions of group bilateral matching, comprehensive satisfaction degrees are given. Second, use the OWA operator to aggregate each group members' satisfaction degree, whose weights is generated by so-called minimax disparity method with given optimism index. Then, a single - objective optimization model that maximizes the comprehensive satisfaction degree of both two sides is built and extended in this paper. The optimal matching outcome can be reached by solving this model. A numerical example is provided to illustrate the application of the proposed approach in a simple and effective way.

Keywords: group bilateral matching; preference ordinals; comprehensive satisfaction degree; minimax disparity; OWA operator; optimization model

0 引言

双方互为决策的匹配问题, 即双边匹配(bilateral matching)是决策科学的重要研究内容. 其理论和方法在经济管理领域有广泛的应用背景, 如电子商务背景下的供需双方匹配问题[1], 风险投资基金与创业公司的选择问题[2], 高校招生与学生升学的双向选择问题[3], 男女双方婚姻匹配问题[4]等.

双边匹配是指在两个不相交的主体集合中, 各方主体根据已有的信息对潜在的匹配方给出偏好判断, 并依此进行匹配. 合理满意的匹配方案是管理实践追寻的目标. 在双边匹配决策中, 通常需要考虑双方的偏好序信息. 有关这方面的研究, 多年来得到国内外学者的广泛关注. Gale 和 Shapley[5]最早研究了男女婚配问题并提出稳定匹配的概念, 给出经典的 G - S 匹配算法. 随后, Roth[6]和 Balinski[7]等对 G - S 匹配算法进行全面讨论, 提出一般意义下双边匹配的概念并证明双方均具有严格偏好时, 存在 Pareto 最优的匹配方案; Abdulkadiroglu 等[8]研究了弱偏好条件下的双边匹配及其特性, 提出有效适应延期接受机制. Irving和 Manlove[9]针对美国医学院毕业生与实习医院存在的现实问题, 研究了不完全和不严格偏好序的匹配方法. 樊治平、乐琦等[10-12]研究考虑完全偏好序以及稳定匹配条件的双边满意匹配, 并建立优化模

收稿日期: 2014 - 10 - 30
通讯作者: 林杨(1983 -), 实验师, 博士研究生, 主要从事最优化理论与决策分析研究, linyang@fjnu.edu.cn
基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(70925004); 国家自然科学基金资助项目(70171035)

型求解最优匹配结果. 梁海明等[13]针对主体给出弱偏好序形式的偏好信息的双边匹配问题, 使用变步长算法求解优化模型. 陈圣群等[14]针对高校课程与教学人员的匹配问题, 使用证据推理求出双方的匹配度并构建优化模型. 万树平等[15]针对风险投资商与企业匹配问题, 考虑决策主体的风险规避的心理特征, 基于前景理论和 TODIM 量化双方的匹配感知价值, 并构建了评价指标为不同类型信息的匹配模型. 以往研究为解决基于偏好序的双边匹配决策问题打下良好的理论基础.

需要指出的是, 已有的研究都是局限于匹配主体在单人环境下进行决策. 现实中, 随着管理实践活动的日趋复杂, 及力图避免个人认知偏差造成的决策失误, 决策往往由多名人员共同参与[16]. 例如在金融投资领域, 面对众多的申请项目, 投资公司必须拥有十分出众的智囊团对项目进行专业的甄别、调查论证及评价. 遗憾的是, 迄今鲜有对决策主体是多名成员, 即群双边匹配进行深入研究. 因此, 群双边匹配是决策分析理论亟待解决的实际问题之一. 鉴于此, 本研究从双边匹配和群决策理论的综合视角, 提出一种基于偏好序信息且权重未知的群双边匹配的决策方法. 先由双方主体的每位群成员给出对另一方的偏好序信息和对匹配的乐观程度指数. 再将偏好序转化为满意度, 由乐观程度指数演算可得到群成员权重, 并用 OWA 算子对个人满意度进行集结, 生成主体群的综合满意度, 并以双边主体群满意度最大为目标, 建立单目标优化模型. 最后, 求解模型获得匹配方案.

1 相关概念

1.1 群双边匹配

群双边匹配可视为在双边匹配决策理论的基础上进行拓展延伸. 匹配主体由单人增至多人, 下面给出群双边匹配的定义. 存在参与匹配的甲乙双方, 甲方主体群为 $A = \{A_1, A_2, \cdots, A_m\}$, 乙方主体群为 $B = \{B_1, B_2, \cdots, B_n\}(m, n \geqslant 2)$; 不失一般性, 令 $m \geqslant n$. 其中: A_i 表示甲方第 i 个主体群, $A_i = (a_1^i, a_2^i, \cdots, a_{pi}^i)$, $|A_i| = p_i(p_i \geqslant 2)$, a_k^i 表示主体 A_i 中第 k 个成员, B_j 表示乙方第 j 个主体群, $B_j = (b_1^j, b_2^j, \cdots, b_{q_j}^j)$, $|B_j| = q_j(q_j \geqslant 2)$, b_l^j 为主体 B_j 的第 l 个成员.

定义 1 群双边匹配定义为映射 μ: $A \cup B \to A \cup B$, $\forall A_i \in A$, $\forall B_j \in B$, 满足如下: ① $\mu(A_i) \in B \cup \{A_i\}$; ② $\mu(B_j) \in A$; ③ $\mu(A_i) = B_j$, 当且仅当 $\mu(B_j) = A_i$, 则称 μ 为群双边匹配.

定义 2 若 $\mu(A_i) = B_j$, 则 $\mu(B_j) = A_i$, 称(A_i, B_j) 是μ 确定的一个主体群匹配对. 若$\mu(A_i) = A_i$, 则称 A_i 在 μ 中未匹配. 由 μ 确定的所有主体群匹配对的集合称为一个匹配方案.

1.2 偏好序与 OWA 算子

双边匹配是主体互相决策、择优选择潜在对象的过程. 考虑双方给出偏好序形式的匹配信息. 设 $G_i = \{g_1^i, g_2^i, \cdots, g_n^i\}(i = 1, 2, \cdots, m)$ 为A_i 给出的关于B的偏好序信息, 其中: $g_k^i = (\phi_1^{ij}, \phi_2^{ij}, \cdots, \phi_{pi}^{ij})(j = 1, 2, \cdots, n)$, ϕ_k^{ij} 表示 A_i 第 k 个成员 a_k^i 把 B_j 排在第 ϕ_k^{ij} 位. 同理, $H_j = \{h_1^j, h_2^j, \cdots, h_m^j\}$, $(j = 1, 2, \cdots, n)$ 为 B_j 给出的关于 A 的偏好序信息, 其中: $h_l^j = (\varphi_1^{jl}, \varphi_2^{jl}, \cdots, \varphi_{pi}^{jl})(i = 1, 2, \cdots, m)$, φ_l^{jl} 表示 B_j 第 l 个成员 b_l^j 把 A_i 排在第 φ_l^{jl} 位. 例如, $\phi_3^{23} = 1$ 表示 A_2 第 3 个成员 a_3^2 把 B_3 排在第 1 位. $h_1^2 = (3, 2, 1, 4)$, 表示 B_2 共有 4 位成员, 依次把 A_1 排在第 3, 2, 1, 4 位.

如上所述, 群双边匹配的主体是由若干名成员组成, 各成员关于潜在方的偏好可能不同. 根据群决策理论, 为确定最优匹配方案, 必须将成员的个人偏好转化、集结为一种可以表示主体群作为独立单位的匹配信息. 本研究使用 OWA 算子进行集结. OWA 算子由美国著名学者 Yager[17] 提出, 是一种介于最大与最小算子间的信息集结算子, 为不同的决策准则提供了统一框架, 定义如下:

定义 3 设 f_w: $\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$, $\boldsymbol{W} = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^{\mathrm{T}}$ 是与 f_w 有关的加权向量, 满足 $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1(0 \leqslant w_j \leqslant 1, j = 1, 2, \cdots, n)$, 若 $f_w(a_1, a_2, \cdots a_n) = \sum_{i=1}^{n} w_i b_i$, 其中 b_i 是 $a_1, a_2, \cdots a_n$ 中第 i 个最大的数, 则称 f_w 是 n 维 OWA 算子.

1.3 综合满意度及满意匹配

为便于后续优化模型的建立, 将给定的偏好序转化为满意度信息.

定义 4　A_i 成员 a_k^i 对 B_j 的满意度为 α_k^{ij}，B_j 成员 b_l^j 对 A_i 的满意度为 β_l^{ji}，记 $\alpha_k^{ij}=S_\alpha(\phi_k^{ij})$，$\beta_l^{ji}=S_\beta(\varphi_l^{ji})$；其中，$S_\alpha(\cdot)$，$S_\beta(\cdot)$ 是单调递减的非线性函数，均满足 $S(\cdot)\geqslant 0$ 且 $S(\cdot)=1$. 根据文献[10]，$S_\alpha(\cdot)$ 和 $S_\beta(\cdot)$ 可取：

$$S_\alpha(\phi_k^{ij})=\left((n+1-\phi_k^{ij})/n\right)^2 \tag{1}$$

$$S_\beta(\varphi_l^{ji})=\left((m+1-\varphi_l^{ji})/m\right)^2 \tag{2}$$

其中：$i=1,2,\cdots,m$；$j=1,2,\cdots,n$；$k\leqslant p_i$；$l\leqslant q_j$.

定义 5[18]　群双边匹配 μ，$\exists A_{i_1}$，A_{i_2}，B_{j_1}，B_{j_2}，$i_1\neq i_2$，$j_1\neq j_2$，其中 $\mu(A_{i_1})=\mu(B_{j_1})$，$\mu(A_{i_2})=\mu(B_{j_2})$；若 $\alpha^{i_1j_2}+\alpha^{i_2j_1}\leqslant\alpha^{i_1j_1}+\alpha^{i_2j_2}$，$\beta^{i_1j_2}+\beta^{i_2j_1}\leqslant\beta^{i_1j_1}+\beta^{i_2j_2}$ 且等式不同时成立，则 μ 是不满意匹配，否则是满意匹配.

本文要解决的问题是，考虑匹配双方的主体群各成员给出的偏好序信息且成员权重未知，运用何种决策方法，确定最优满意匹配方案.

2　群双边匹配方法

2.1　计算主体的综合满意度

得到主体群成员的个人满意度后，需对其进行集结并生成主体群的综合满意度. 集结是联合个体的不同建议、评价并产生关于群的量值[19]. 在群决策理论中，信息集结一般会涉及成员的权重. 受环境、知识、经验等因素的局限，一般群成员不易直接给出准确的权重，而权重影响最终匹配方案的满意度和可靠性. 因此，如何合理、有效地确定群成员权重是群双边匹配的一个关键环节.

根据行为理论[20]相关研究，在决策过程中，主体自身的乐观程度测度相对容易假定. 针对匹配中群成员权重未知的特点，使用笔者提出的基于 OWA 算子的极大极小离差法[21-22]，一种给定 ORNESS 测度下，通过最小化任意两个相邻成员之间的权重差值求得一组最优权重. 在双边匹配中，ORNESS 测度可看成主体群对当前匹配的乐观程度倾向. 因此，当已知主体群对匹配方的乐观程度倾向，运用极大极小离差法就得到群成员基于 OWA 算子的权重，过程如下：

设 A_i，B_j 给出的 ORNESS 值分别为 ε_i，$\lambda_j\in[0,1]$，a_k^i，b_l^j 的权重分别是 ω_k^i，ω_l^j，根据极大极小离差法，ω_k^i，ω_l^j 可由式(3a)，(3b) 确定：

$$\min\left\{\max_{k\in\{1,\cdots,pi-1\}}|\omega_k^i-\omega_{k+1}^i|\right\}\quad\left(\text{s.t.}\ \frac{1}{pi-1}\sum_{k=1}^{pi}(pi-k)\omega_k^i=\varepsilon_i\left(\sum_{k=1}^{pi}\omega_k^i=1\quad(0\leqslant\omega_k^i\leqslant1)\right)\right)\tag{3a}$$

$$\min\left\{\max_{l\in\{1,\cdots,qj-1\}}|\omega_l^j-\omega_{l+1}^j|\right\}\quad\left(\text{s.t.}\ \frac{1}{qj-1}\sum_{l=1}^{qj}(qj-l)\omega_l^j=\lambda_j\left(\sum_{l=1}^{qj}\omega_l^j=1\quad(0\leqslant\omega_l^j\leqslant1)\right)\right)\tag{3b}$$

从式(3)可知，ORNESS 值越接近于 1/0，主体群对当前匹配越倾向于乐观 / 悲观. ORNESS = 0.5 表示主体持中立态度，且每位成员的权重均为 $1/pi$.

例 1　主体群 A_i 由 5 位决策者组成，经协商给出的 ORNESS 值 $\varepsilon=0.7$. 则依据式(3)，基于 OWA 算子的群成员权重 $(\omega_k^i)_k=(0.36,0.28,0.20,0.12,0.04)(k=1,2,\cdots,5)$.

得到各组群成员的权重后，使用 OWA 算子进行集结. 设已知 a_k^i 对 B_j 的满意度 α_k^{ij}，b_l^j 对 A_i 的满意度 β_l^{ji}，$k\leqslant p_i$，$l\leqslant qj$，$i=1,2,\cdots,m$，$j=1,2,\cdots,n$；ω_k^i，ω_l^j 分别是 α_k^{ij} 和 β_l^{ji} 的权重，A_i 对 B_j 的综合满意度 α^{ij}，及 B_j 对 A_i 的综合满意度 β^{ji} 为：

$$\alpha^{ij}=\sum_{k=1}^{pi}\omega_k^i\widetilde{\alpha}_k^{ij},\quad\beta^{ji}=\sum_{l=1}^{qj}\omega_l^j\widetilde{\beta}_l^{ji}\tag{4}$$

其中：$\widetilde{\alpha}_k^{ij}$ 是 α_k^{ij} 中第 k 个最大的数，$\widetilde{\beta}_l^{ji}$ 是 β_l^{ji} 中第 l 个最大的数，$0\leqslant\omega_k^i,\omega_l^j\leqslant1$，$\sum\omega_k^i=\sum\omega_l^j=1$.

2.2　优化模型的建立

得到双方主体群的综合满意度后，以最大化双方的综合满意度之和为目标，建立优化模型. 设 x_{ij} 是 0～1变量，若 $\mu(A_i)=B_j$，则 $x_{ij}=1$，否则 $x_{ij}=0$. 建立优化模型(5)：

$$\max \delta \tag{5a}$$

$$\text{s. t. } \delta \leqslant \varphi^1 \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij}^1 x_{ij} + \varphi^2 \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij}^2 x_{ij} \tag{5b}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant 1 \qquad (i = 1, 2, \cdots, m) \tag{5c}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leqslant 1 \qquad (j = 1, 2, \cdots, n) \tag{5d}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \tag{5e}$$

式(5)中 $\varphi^k (k = 1, 2)$ 为各方参与匹配的重要程度，满足 $0 \leqslant \varphi^1, \varphi^2 \leqslant 1, \varphi^1 + \varphi^2 = 1$，可由专家或权威部门确定. 一般而言，参与双方地位平等时，为体现公平合作，取 $\varphi^1 = \varphi^2 = 0.5$. $c_{ij}^1 (c_{ij}^2)$ 为 $A_i (B_j)$ 对 $B_j (A_i)$ 的综合满意度，(5a) 为决策目标，(5b) 表示最大化双方综合满意度之和. (5c)、(5d) 的含义是主体群 A_i 或与某一个主体群 B_j 匹配，或未匹配，主体群 B_j 至多与 A 方某一个主体群匹配.

2.3 模型的求解

该模型存在最优解[10]. 模型(5)是 0 ~ 1 单目标整数规划模型. 目标函数和约束条件均为线性的，可采用线性规划方法求解；当问题规模不大时($i, j \leqslant 50$)，也可使用 Lingo、Excel Solver 对模型(5)进行建模求解. 当问题规模较大，则不宜直接采用上述方法. 近年来发展起来的智能优化算法适用于这种情况[23-24]. 根据文献[23]的思路，经修改设计如下的可行解有界排序法，可用于求解当问题规模较大($50 \leqslant i, j \leqslant 500$)时的情形.

设 f_y 为目标函数，$\boldsymbol{X} = \{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \cdots, \boldsymbol{x}_n\}$ 为 f_y 的可行解集，$\boldsymbol{x}^* \in \boldsymbol{X}$ 是所求的最优解. 根据文献[23]，存在线性有界函数 $f^b(z)$，$f^b(z) = \sum_i \varphi_i (z_i - \tilde{z})$ 且 $f^b(z) \leqslant f_y(z)$，其中：z 是向量评价函数，$z = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \boldsymbol{x}_i$，$\lambda_i > 0$ 且 $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$；$\tilde{z}$ 是随机选取的参考向量评价函数，$\sum_{i=1}^{k} \varphi_i = 1, k = 2$.

算法：可行解有界排序法

① 选取 $f^b(z)$ 的一个初始可行解，记为 $\boldsymbol{x}_1$，$\boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{x}_1$，$i \leftarrow 1$；

② $i = i + 1$；

③ 求 f^b 的第 i 位最优解 $\boldsymbol{x}_i$；

④ 如果 $f_y(\boldsymbol{x}_i) > f_y(\boldsymbol{x}^*)$，则 $\boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{x}_i$，否则 $\boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{x}_{i-1}^*$；

⑤ 重复步骤 ② ~ ④，直到 $f_y(\boldsymbol{x}^*) >= f^b(\boldsymbol{x}_n)$；

⑥ 返回最优解 $\boldsymbol{x}^*$.

综上所述，考虑偏好序信息且权重未知的群双边匹配方法步骤如下：

步骤 1　根据式(1)和(2)，将双方主体群成员偏好序 ϕ_k^{ij}、φ_l^{ji} 分别转化为个人满意度 α_k^{ij} 和 β_l^{ji}；

步骤 2　根据式(3)，由各主体群给定的 ORNESS 值，计算群成员的权重；

步骤 3　由步骤 1 和 2 得到的个人满意度和权重，根据式(4)、(5)求出双方各主体群的综合满意度；

步骤 4　依双方综合满意度，以最大化双方综合满意度之和为目标，建立 0 ~ 1 单目标优化模型(5)；

步骤 5　求解模型(5)，得到满意匹配方案.

3 算例

2014 年 6·18 海交会上，有 5 家台资高新企业来闽，寻求有技术需求的陆资企业共拓闽台合作新优势. 经初步了解磋商，有 6 家陆资企业表达了潜在的合作意向. 为保证双方共同利益，需使配对成功的企业满意度最高. 组委会决定每家企业的决策层先进行内部商讨，对潜在的合作方给出偏好信息. 再集结成员的偏好信息作为企业的满意度评价. 然后，组委会以双方满意度最大为目标撮成意向双方. 5 家台资企业记为集合 $T = \{T_1, T_2, \cdots, T_5\}$，6 家陆资企业记为集合 $L = \{L_1, L_2, \cdots, L_6\}$；台资企业 T_i 主要从企业规模、信用评级、技术能力建设和风险规避能力等指标评价陆资企业. 陆资企业 L_j 重点考察台资企业的技术转让成本、技术转化风险、创新体制建设和信用评级等指标. 此外，根据政策环境，交易成本等因素，

双方给出对本轮闽台合作的乐观程度（ORNESS）值. 组委会收到双方的偏好序信息和乐观程度指数如表 1、2 所示（第一列括号内为 ORNESS 值）：

表 1　台资企业给出关于陆资企业的偏好序（T_i）

Tab. 1　The preference ordinals provided by Taiwanese enterprises (T_i)

台资企业	陆资企业					
	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
$T_1(0.6)$	(2, 1, 3)	(4, 3, 6)	(1, 2, 4)	(5, 6, 5)	(6, 5, 2)	(3, 4, 1)
$T_2(0.5)$	(4, 5, 1)	(1, 3, 3)	(5, 4, 6)	(2, 2, 4)	(6, 6, 5)	(3, 1, 2)
$T_3(0.8)$	(3, 1)	(6, 4)	(4, 6)	(5, 5)	(1, 3)	(2, 2)
$T_4(0.7)$	(4, 3, 4, 5)	(3, 1, 3, 2)	(2, 2, 1, 3)	(6, 5, 6, 5)	(1, 4, 2, 1)	(5, 6, 5, 4)
$T_5(0.5)$	(5, 2, 6, 4)	(1, 4, 2, 2)	(3, 6, 3, 5)	(4, 3, 4, 1)	(2, 5, 1, 3)	(5, 1, 5, 6)

表 2　陆资企业给出关于台资企业的偏好序（L_j）

Tab. 2　The preference ordinals provided by China Mainland's enterprises (L_j)

陆资企业	台资企业				
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
$L_1(0.5)$	(4, 2, 3, 4)	(1, 3, 1, 5)	(3, 1, 5, 2)	(5, 5, 2, 3)	(2, 4, 4, 1)
$L_2(0.6)$	(5, 4, 2)	(2, 3, 3)	(3, 1, 5)	(1, 2, 4)	(3, 5, 1)
$L_3(0.8)$	(2, 4, 1)	(3, 2, 5)	(5, 1, 3)	(1, 5, 2)	(4, 3, 4)
$L_4(0.5)$	(5, 2)	(4, 5)	(3, 3)	(1, 1)	(2, 4)
$L_5(0.7)$	(1, 3, 5)	(5, 2, 2)	(3, 5, 3)	(2, 1, 4)	(4, 4, 2)
$L_6(0.4)$	(1, 4)	(3, 2)	(2, 5)	(4, 1)	(5, 3)

根据式(3)，可求得双方主体群各成员权重，其中，5 家台资企业的成员权重分别为：w_{T_1} = (0.433, 0.333, 0.233)，w_{T_2} = (0.333, 0.333, 0.333)，w_{T_3} = (0.8, 0.2)，w_{T_4} = (0.43, 0.31, 0.19, 0.07)，w_{T_5} = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)；

6 家陆资企业的成员权重依次为：w_{L_1} = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)，w_{L_2} = (0.433, 0.333, 0.233)，w_{L_3} = (0.633, 0.333, 0.333)，w_{L_4} = (0.5, 0.5)，w_{L_5} = (0.533, 0.333, 0.133)，w_{L_6} = (0.4, 0.6)；由式(1)、(2)转化得到的个人满意度见表 3、4；在此基础上使用 OWA 算子进行集结，得到双方主体群的综合满意度，如表 5、6 所示.

表 3　转化后各台资企业的群成员个人满意度

Tab. 3　The satisfaction degree of each group member of Taiwanese enterprises

ϕ_k^{ij}	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
T_1	(0.69, 1.0, 0.44)	(0.25, 0.44, 0.03)	(1.0, 0.69, 0.25)	(0.11, 0.03, 0.11)	(0.03, 0.11, 0.69)	(0.44, 0.25, 1.0)
T_2	(0.25, 0.11, 1.0)	(1.0, 0.44, 0.44)	(0.11, 0.25, 0.03)	(0.69, 0.69, 0.25)	(0.03, 0.03, 0.11)	(0.44, 1.0, 0.69)
T_3	(0.44, 1.0)	(0.03, 0.25)	(0.25, 0.03)	(0.11, 0.11)	(1.0, 0.44)	(0.69, 0.69)
T_4	(0.25, 0.44, 0.25, 0.11)	(0.44, 1.0, 0.44, 0.69)	(0.69, 0.69, 1.0, 0.44)	(0.03, 0.11, 0.03, 0.11)	(1.0, 0.25, 0.69, 1.0)	(0.11, 0.03, 0.11, 0.03)
T_5	(0.11, 0.69, 0.03, 0.25)	(1.0, 0.25, 0.69, 0.69)	(0.44, 0.03, 0.44, 0.11)	(0.25, 0.44, 0.25, 1.0)	(0.69, 0.11, 1.0, 0.69)	(0.11, 1.0, 0.11, 0.03)

依据表 5、6 双方的综合满意度信息 $\boldsymbol{C}_1$，$\boldsymbol{C}_2$，将其表示为矩阵形式并且 $\boldsymbol{C}_2$ 转置，建立如下 0 ~ 1 单目标优化模型：

$$\max \delta, \quad \text{s.t.} \quad \delta \leqslant \varphi^1 \sum_{j=1}^{6}\sum_{i=1}^{5} c_{ij}^1 x_{ij} + \varphi^2 \sum_{j=1}^{6}\sum_{i=1}^{5} c_{ij}^2 x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{6} x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \cdots, 5), \quad \sum_{i=1}^{5} x_{ij} \leqslant 1 \quad (j = 1, 2, \ldots, 6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i = 1, 2, \cdots, 5; j = 1, 2, \cdots, 6)$$

由于双方合作建立在平等互信基础上，组委会取 $\varphi^1 = \varphi^2 = 0.5$. 使用 Matlab 软件包求解得 $\delta = 3.09$，最优解 $\boldsymbol{X}^*$ 为：

$$\boldsymbol{X}^* = (x_{ij}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{5\times 6}$$

即匹配方案为：$\{(T_1, L_3), (T_2, L_6), (T_3, L_1), (T_4, L_5), (T_5, L_2)\}$. L_4 未匹配成功. 下面对匹配方案进行验证. 以匹配对(T_1, L_3)和(T_2, L_6)为例，根据定义 5，$\alpha^{16} + \alpha^{23} = 1.43$，$\alpha^{13} + \alpha^{26} = 0.77$，$\beta^{31} + \beta^{62} = 1.37$，$\beta^{32} + \beta^{61} = 1.04$；即 $\alpha^{13} + \alpha^{26} \leqslant \alpha^{16} + \alpha^{23}$，$\beta^{32} + \beta^{61} \leqslant \beta^{31} + \beta^{62}$. 类似的，对匹配方案中的匹配对两两验证，可知该匹配方案满足定义 5. 故该方案为满意匹配.

表 4 转化后各陆资企业的群成员个人满意度

Tab. 4 The satisfaction degree of each group member of China Mainland's enterprises

φ_l^{ji}	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
L_1	(0.16, 0.64, 0.36, 0.16)	(0.04, 0.16, 0.64)	(0.64, 0.16, 1.0)	(0.04, 0.64)	(1.0, 0.36, 0.04)
L_2	(1.0, 0.36, 1.0, 0.04)	(0.64, 0.36, 0, 36)	(0.36, 0.64, 0.04)	(0.16, 0.04)	(0.04, 0.64, 0.64)
L_3	(0.36, 1.0, 0.04, 0.64)	(0.36, 1.0, 0.04)	(0.04, 1.0, 0.36)	(0.36, 0.36)	(0.36, 0.04, 0.36)
L_4	(0.04, 0.04, 0.64, 0.36)	(1.0, 0.64, 0.16)	(1.0, 0.04, 0.64)	(1.0, 1.0)	(0.64, 1.0, 0.16)
L_5	(0.64, 0.16, 0.16, 1)	(0.36, 0.04, 1.0)	(0.16, 0.36, 0.16)	(0.64, 0.16)	(0.16, 0.16, 0.64)
L_6	(0.16, 0.64, 0.36, 0.16)	(0.04, 0.16, 0.64)	(0.64, 0.16, 1.0)	(0.04, 0.64)	(1.0, 0.36, 0.04)

表 5 台资企业对陆资企业的综合满意度

Tab. 5 The comprehensive satisfaction degree of Taiwanese enterprises

$\boldsymbol{C}_1$	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
T_1	0.77	0.28	0.72	0.09	0.34	0.64
T_2	0.45	0.63	0.13	0.55	0.06	0.71
T_3	0.89	0.21	0.21	0.11	0.89	0.69
T_4	0.32	0.76	0.81	0.09	0.89	0.09
T_5	0.27	0.66	0.26	0.49	0.62	0.31

表 6 陆资企业对台资企业的综合满意度

Tab. 6 The comprehensive satisfaction degree of China Mainland's enterprise

$\boldsymbol{C}_2$	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
L_1	0.33	0.60	0.51	0.27	0.49
L_2	0.34	0.48	0.56	0.68	0.56
L_3	0.90	0.54	0.77	0.86	0.33
L_4	0.34	0.10	0.36	1.00	0.40
L_5	0.66	0.56	0.32	0.77	0.42
L_6	0.50	0.47	0.28	0.50	0.17

4 结语

针对考虑偏好序信息且权重未知的群双边匹配问题，提出一种匹配决策方法. 该方法结合双边匹配和群决策的理论方法. 先由双方主体群的每个成员给出对另一方主体群的偏好序信息. 再将偏好序转化为满意度，根据主体群给定的乐观程度指数，求出群成员基于 OWA 算子的权重，并生成主体群的综合满意

度. 以双方的主体群综合满意度最大为目标建立匹配决策模型，并进一步阐述当问题规模较大时，用可行解边界排序法进行求解，得到匹配方案. 本文提出的群双边匹配方法，计算量适中，不仅丰富了双边匹配决策理论，而且有较强的应用背景，为管理活动中遇到的群双边匹配问题提供决策理论支持.

参考文献：

[1] Sarne D, Kraus S. Managing parallel inquiries in agents' two - sided search[J]. Artificial Intelligence, 2008, 172(4/5): 541 - 569.

[2] Elitzur R, Gavious A. A multi - period game theoretic model of venture capitalists and entrepreneurs[J]. European Journal of Operational Research, 2003, 144(2): 440 - 453.

[3] Pais J. Random matching in the college admissions problem[J]. Economic Theory, 2008, 35(1): 99 - 116.

[4] Teo C P, Sethuraman J, Tan W P. Gale - Shapley stable marriage problem revisited strategic issues and applications[J]. Management Science, 2001, 47(9): 1 252.

[5] Gale D, Shapley L. College admissions and the stability of marriage[J]. American Mathematical Monthly, 1962, 69(1): 9 - 15.

[6] Roth A E. Common and conflicting interests in two - sided matching markets[J]. Economic Review, 1985, 27(1): 75 - 96.

[7] Balinski M, Snmez T. A tale of two mechanisms: student placement[J]. Journal of Economic Theory, 1999, 84(1): 73 - 94.

[8] Abdulkadiroglu A, Pathak P A, Roth A E. Strategy - proofness versus efficiency in matching with indifferences: redesigning the New York City high school match[R]. New York: National Bureau of Economic Research, 2009.

[9] Irving R W, Manlove D F, Scott S. The hospitals - residents problem with ties[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2000, 1 851: 259 - 271.

[10] 樊治平，李铭洋，乐琦. 考虑稳定匹配条件的双边满意匹配决策方法[J]. 中国管理科学，2009，17(4)：113 - 118.

[11] 樊治平. 基于完全偏好序信息的严格双边匹配方法[J]. 管理科学学报，2014，17(1)：21 - 34.

[12] Fan Z P, Yue Q, Bo F. An approach to group decision making with uncertain preference ordinals[J]. Computers & Industrial Engineering, 2007, 58(1): 51 - 57.

[13] 梁海明，姜艳萍. 一种基于弱偏好序信息的双边匹配决策方法[J]. 系统工程学报，2014，22(9)：154 - 159.

[14] 陈圣群. 高校课程与教学人员的匹配决策方法[J]. 福州大学学报：自然科学版，2013，41(6)：986 - 989.

[15] 万树平. 具有不同类型信息的风险投资商与投资企业多指标双边匹配决策方法[J]. 中国管理科学，2014，22(2)：40 - 47.

[16] 尤天慧，李洪燕，刘彩娜. 一种具有不确定偏好序信息的多指标群决策方法[J]. 中国管理科学，2013，21(5)：110 - 114.

[17] Yager R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1988, 18(1): 183 - 190.

[18] Vicki K. Marriage matching and gender satisfaction[J]. Social Choice Welfare, 2009, 32(1): 15 - 27.

[19] Wang Y M, Fan Z P. Fuzzy preference relations: aggregation and weight determination[J]. Computers & Industrial Engineering, 2007, 53(1): 163 - 172.

[20] Gavetti G. PERSPECTIVE: toward a behavioral theory of strategy[J]. Organization Science, 2012, 23(1): 267 - 285.

[21] Wang Yingming, Parkan C. A minimax disparity approach for obtaining OWA operator weights[J]. Information Sciences, 2005, 175(1/2): 20 - 29.

[22] Wang Yingming, Parkan C. A preemptive goal programming method for aggregating OWA operator weights in group decision making[J]. Information Sciences, 2007, 177(8): 1 867 - 1 877.

[23] Lucie G, Patrice P, Olivier S. Choquet - based optimisation in multi - objective shortest path and spanning tree problems[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 204(2): 303 - 315.

[24] 蒋忠中，樊治平，汪定伟. 电子中介中具有模糊信息且需求不可分的多属性商品交易匹配问题[J]. 系统工程理论与实践，2011，31(12)：2 355 - 2 366.

（责任编辑：沈芸）