

一种新的脑电逆问题求解方法

周 霆, 李 娟, 潘 林, 余 轮

(福州大学物理与信息工程学院, 福建 福州 350108)

摘要: 以“路”代“场”, 把脑电逆问题看成是从颅内大脑皮质层源电位到头皮实测 EEG 信号之间的电路网络传输, 从能量守恒、动能位能的相互转换等普适性原理出发, 建立了动态的电压平衡方程。用经验模态分解等方法反演计算出脑电生理学材料参数之后, 通过求解该方程来确定脑电的源电位, 为解决脑电逆问题提供新的途径。

关键词: 脑电; 逆问题; 反演计算; 生理学材料参数

中图分类号: R318

文献标识码: A

A new method for EEG inverse problem solution

ZHOU Ting, LI Juan, PAN Lin, YU Lun

(College of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350108, China)

Abstract: The paper considered the EEG inverse problem as circuit transmission from the source potential in cerebral superficial cortex to practical measured EEG signal over scalp. By studying from some universal principles, such as energy conservation equation, the transformation mechanism between kinetic energy and potential energy and so on, a dynamic voltage equilibrium equation is proposed. By using the empirical mode decomposition and other methods, the cerebral electrophysiology material parameters are inversion calculated. And then the brain electrical source potential is settled down by solving the dynamic voltage equilibrium equation. In this way, a new method for EEG inverse problem solution is proposed.

Keywords: EEG; inverse problem; inversion calculation; electrophysiology material parameters

脑电逆问题, 即由头皮 EEG 信号推算出颅内脑皮层电位, 过去常用 Marquardt 方法迭代求解。每迭代一次都要先解一次正问题, 随后调节偶极子参数, 使实测电位与推算电位实现非线性最小均方优化。它的理论基础是空间电磁场、Maxwell 方程和 Biot-Savart 定律, 是一种矢量场的映射和变换理论。虽然它已经取得了进步和成果, 但也存在两个从根本上无法回避的困难: 一是解答的非唯一性, 二是推断过程所用到 Green 函数在逆问题中对噪声的极度敏感性, 使结果经常造成病态或不稳定。根据空间电磁场的场路一致性原理, 容易证明, 电磁场能量的转换传递与传输线路上的 KCL、KVL 方程是等价的, 可表达为:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = V(t) \quad (1)$$

式中: L 、 R 、 C 是对应于电生理学的材料参数, 即电感、电阻和电容; $q(t)$ 为电荷量; $V(t)$ 为源电位(容积电位值)。当已知 $V(t)$ 求解 $q(t)$, 亦称为脑电正问题, 反之, 称为逆问题。显然, 式(1)对时段积分后有:

$$\frac{1}{2} L \bar{i}^2 + R \bar{i} dt + \frac{1}{2C} \bar{q}^2 = \bar{W} \quad (2)$$

式中: \bar{i} 、 \bar{q} 表示时段内的电流和电压的平均值; \bar{W} 为输入的能量平均值; 左端 3 项则分别代表动能、阻尼耗能和势能。(2)式实际上表达了普适的能量守恒定律, 并且有动能和势能最大值之间的相互转换关系, 使电路中材料参数 L 和 C 之间建立了函数关系。

收稿日期: 2008 - 09 - 03

作者简介: 周 霆(1973 -), 女, 硕士, 讲师。

基金项目: 福建省教育厅科研项目资助(JA08006)

1 脑电信号中的电感与电导率

Plonsey R^[1]指出：电感效应源于磁效应，沿空间 z 方向传播的 TEM 波（电场 E 和磁场 H 均垂直于传播方向的平面波），时间因子为 $e^{j(\omega t - kz)}$ ，其中衰减项 $e^{-j\beta z}$ ，参数 $\beta = -\sqrt{\mu_0/(1 + \sigma/j)}$ 表示波沿 z 方向传播单位距离时相位的改变，称为相位常数（式中： ω 为相速度， σ 为圆频率， μ_0 为真空磁导率， ϵ_0 为介电常数， σ 为电导率）。由于展开式：

$$e^{-j\beta z} = 1 - j\beta z - \frac{(\beta z)^2}{2!} + j\frac{(\beta z)^3}{3!} + \dots \quad (3)$$

若取参数 $\omega = 5 \text{ S/m}$, $\mu_0 = 4 \times 10^{-7} \text{ H/m}$, 介电常数中只考虑传导电流（因为其值远远大于位移电流，故不计位移电流在内），Plonsey R^[1] 算出 $\beta \approx 0.198 \text{ rad/m}$, $\beta^2 = 0.0392 \text{ rad}^2/\text{m}^2$, 说明在方程 (1) 中，忽略电感的非线性项，误差只有 4%。因此，为简便计，本文的数值计算暂不计及电感项的影响，计算结果见表 1。

近年来，有不少关于头骨电导率问题的讨论^[2-12]，但值得注意的有两点：

1) 头皮、颅骨、脑皮层的电阻率（电导率的倒数）之比值相差较大，早期的研究大多采用 1.80.1. 但近期逐步趋向采用 1.15.1, 1.19.6.1, 1.24.4.1 等。

2) 仔细研究所列 11 篇文献^[2-12]，在颅骨电导率较小且不变的情况下，颅骨的厚度对总电阻的影响就比较大，要确切了解各电极点位置上对应颅骨的厚度变化，需要通过磁共振成像（MRI）并扫描至计算机进行三维重构后才能比较准确地获得此项数据。另外，各电极控制的面积大小与实测 EEG 信号的电阻成反比，而这一数据因为电极位置的不均匀，彼此可以相差近 5 倍，需要通过球面 Voronoi 图的计算才能得到。据此，我们按 MRI 图片扫描获得的值，颅骨厚度 2.5-3.5 mm, 头皮层 8 mm, 硬膜与脑脊液层 3 mm, 大脑皮质（灰质层）0.4 mm, 电导率依次为：0.33, 0.0168, 1.47, 0.45 S/m, 头皮各电极控制面积按球面 Voronoi 图计算，对应颅骨面积按比例为头皮面积的 84.64%，以实测 EEG 数据为依据，计算出各电极的对应电阻值（见表 1）。由表 1 可见，受颅骨厚度和各电极分布不均匀的影响，电阻值从 435-4038 变动较大，因此，各电极上对应的功率以及它们的损耗差异也很大。

表 1 各电极电阻计算结果

Tab 1 The calculation results of resistance for each electrode

序号	电极点	$S_{\text{头皮}} / \text{cm}^2$	$d_{\text{颅骨}} / \text{mm}$	$R_{\text{头皮}} / \Omega$	$R_{\text{颅骨}} / \Omega$	$R_{\text{硬膜与脑脊液}} / \Omega$	$R_{\text{脑皮质层(灰质电阻)}} / \Omega$	$R_{\text{总}} / \Omega$
1	FPZ	5.3199	2.9	45.57	383.36	4.53	1.97	435.43
3	FZ	2.7763	2.9	87.32	734.59	8.68	3.78	834.37
5	FC5	2.2826	2.5	106.20	770.24	10.56	4.60	891.60
7	FC2	2.2918	2.7	105.78	828.52	10.52	4.58	949.40
9	T7	1.6337	2.5	148.38	1076.18	14.75	6.43	1245.74
11	C4	2.3077	2.7	105.05	822.81	10.44	4.55	942.85
13	T8	1.6340	2.5	148.36	1075.98	14.75	6.43	1245.52
15	CP1	2.1310	3.1	113.76	1023.04	11.31	4.93	1153.04
17	CP6	2.0050	3.1	120.91	1087.33	12.02	5.24	1225.50
19	P3	1.8701	3.3	129.63	1240.98	12.89	5.62	1389.12
21	P4	1.8696	3.3	129.66	1241.31	12.89	5.62	1389.48
23	PO7	1.0220	3.5	237.20	2408.42	23.58	10.28	2679.48
25	POZ	1.3918	3.5	174.18	1768.51	17.32	7.55	1967.56
27	PO8	1.0210	3.5	237.43	2410.78	23.61	10.29	2682.11
29	OZ	1.3692	3.3	177.05	1694.97	17.60	7.67	1897.29
30	O2	0.6342	3.3	376.90	3608.14	37.47	16.33	4038.84

2 脑电生理学材料参数的计算

2.1 材料参数 L、C 的多频率分量特点

实测 EEG 信号中既包含了空间位置又包含了时间演化的影响，必须把这两种变量进行分离即时空解耦，本征正交分解技术 (Proper Orthogonal Decomposition, POD)^[13] 是实现特征空间压缩和时空解耦的最有效方法。利用经过 POD 分解后的各点主坐标 (时间变量的随机函数) 和各阶模态 (位置变量的确定性函数)，可以重构或预测空间任意位置的信号及时间过程。图 1 为 32 通道脑电图 POD 分解后的前六阶本征模态，图 2 为重构信号与原信号的比较，吻合很好。

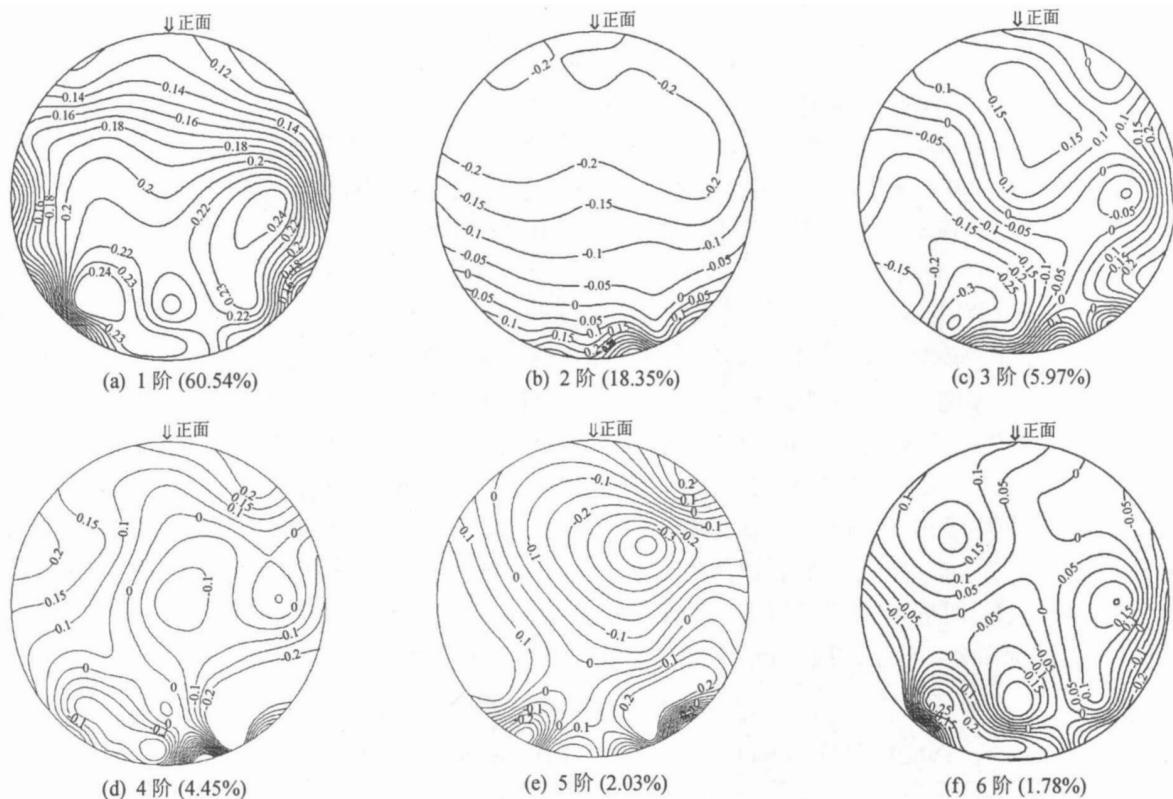


图 1 30 个通道的 EEG 信号 POD 分解前 6 阶特征向量 $[\phi_m]$ 的分布

Fig. 1 The distribution of the former six order eigenvectors POD decomposition for 30 channel EEG signal

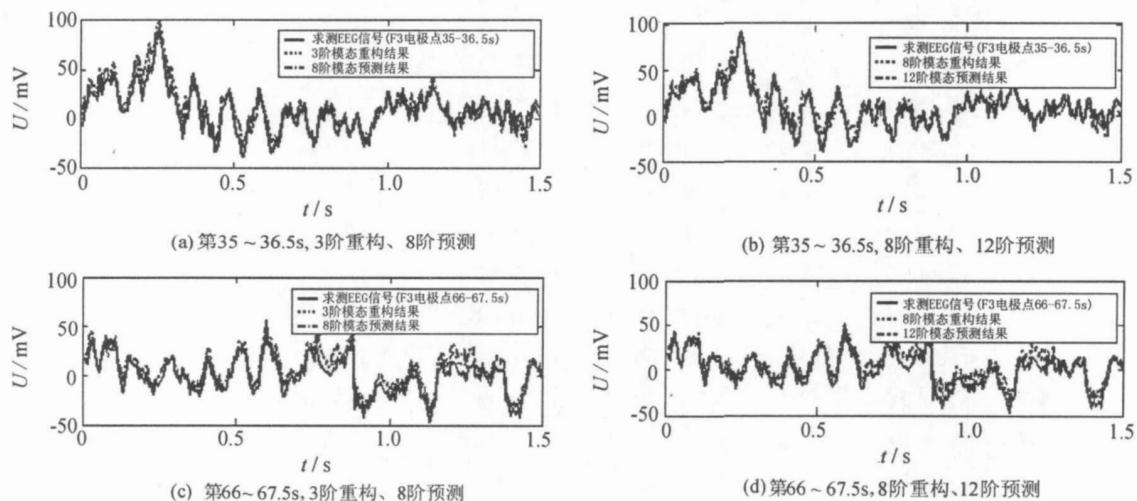


图 2 POD 方法重构、预测信号与原信号的比较

Fig. 2 Comparison between original signal and reconstructed signal, original signal and predictable signal

通常认为经过分解以后的各阶本征模态之间是线性无关的，对解耦后单模态时域方程：

$$\ddot{q}_m(t) + 2\zeta_m \dot{q}_m(t) + \omega_m^2 q_m(t) = V_m^*(t) / M_m^* \quad (4)$$

可以进行各模态主坐标 $q_m(t)$ 的计算。式中： ζ_m 为第 m 阶模态的阻尼比； ω_m 为对应的该模态自振频率； M_m^* 为归一化系数；又可称为广义电感值； $V_m^*(t)$ 为广义激励电位。

注意从式(1)到式(6)的解耦条件是：

$$\begin{cases} [\phi_m]^T [L] [\phi_m] = M_m^*, & [\phi_m]^T [C]^{-1} [\phi_m] = \omega_m^2 M_m^*, \\ [\phi_m]^T [R] [\phi_m] = 2\zeta_m \omega_m M_m^*, & V_m^*(t) = [\phi_m]^T V(t) \end{cases} \quad (5)$$

对各个电极点而言，若把脑皮层到头皮电极点之间的通路看成是二阶动态电路，除耗能元件电阻外，储能元件电容都与各模态的激发频率有关，它们是各模态频率的函数。

计算结果显示，左半脑与右半脑的数据基本对称，这与实际情况相符。仅以左半脑计算结果为例进行分析。为能更好地观测电容的分布情况和发展趋势，将 10-20 国际标准电极点按其分布位置分成几条连线（见图 3），表 2 是其中 F3-C3-P3-PO3 连线的计算结果，计算曲线见图 4。

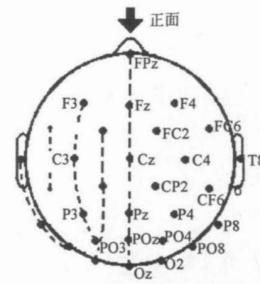
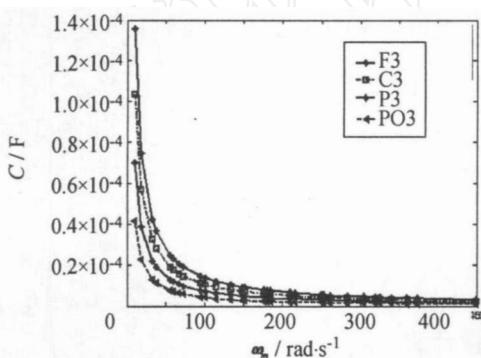
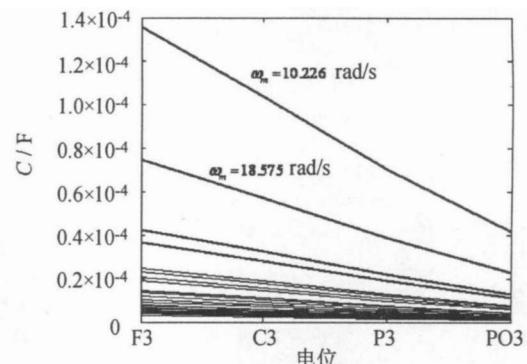


图 3 电极分布连线示意图

Fig 3 The connection line of electrode



(a) 左脑 F3-C3-P3-PO3 连线在不同 ω_m 下的电容值



(b) 左脑 F3-C3-P3-PO3 连线在不同位置时的电容值

图 4 左脑电极点 F3 - C3 - P3 - PO3 连线在各模态下的电容 C 值

Fig 4 The value of capacitance for each mode of F3 - C3 - P3 - PO3 electrode on left brain

表 2 各本征模态求解结果

Tab 2 The calculation results of each eigen mode

阶次 m	$\sqrt{\zeta_m}$	归一化角频率比例 ω_m	C_{F3}/F	C_{C3}/F	C_{P3}/F	C_{PO3}/F
1	0.0022253	449.37	3.08E-06	2.36E-06	1.60E-06	9.41E-07
3	0.0027761	360.21	3.85E-06	2.94E-06	2.00E-06	1.17E-06
5	0.0030724	325.48	4.26E-06	3.26E-06	2.21E-06	1.30E-06
7	0.0032859	304.33	4.55E-06	3.49E-06	2.37E-06	1.39E-06
9	0.0038355	260.72	5.32E-06	4.07E-06	2.76E-06	1.62E-06
11	0.0040098	249.39	5.56E-06	4.25E-06	2.89E-06	1.70E-06
13	0.0047799	209.21	6.62E-06	5.07E-06	3.44E-06	2.02E-06
15	0.0055662	179.66	7.71E-06	5.90E-06	4.01E-06	2.35E-06
17	0.0065716	152.17	9.11E-06	6.97E-06	4.73E-06	2.78E-06
19	0.0075125	133.11	1.04E-05	7.97E-06	5.41E-06	3.18E-06
21	0.0098621	101.4	1.37E-05	1.05E-05	7.10E-06	4.17E-06
23	0.013605	73.505	1.89E-05	1.44E-05	9.79E-06	5.75E-06
25	0.016752	59.695	2.32E-05	1.78E-05	1.21E-05	7.09E-06
27	0.026502	37.733	3.67E-05	2.81E-05	1.91E-05	1.12E-05
29	0.053835	18.575	7.46E-05	5.71E-05	3.88E-05	2.28E-05
30	0.097788	10.226	0.000136	0.000104	7.04E-05	4.14E-05

2.2 考虑系统非平稳特性的各电极点材料参数计算方法

上述参数多频率分量特性使我们在确定各电极点的材料参数中遇到了很大困难，其根本原因在于各电极点的实测 EEG 信号是典型的非平稳信号，不但幅值上波动很大，而且其频率成分复杂。信号的非平稳特性决定了解决问题的工具和方法，这就是经验模态分解 (Empirical Mode Decomposition, EMD) 和 HHT 变换技术 (Hilbert - Huang Transform, HHT)^[14]。

方程 (1) 当其响应状态变量为电容电压时，解可以表达为图 5：

$$\left\{ \begin{array}{l} u_C = \frac{U_0}{p_2 - p_1} (p_2 e^{-p_1 t} - p_1 e^{-p_2 t}) = \frac{U_0}{p_2 - p_1} e^{-p_1 t} \sin(t + \phi) \\ i = \frac{U_0}{p_1} e^{-p_1 t} \sin(t + \phi) \\ u_L = \frac{U_0}{p_2} e^{-p_2 t} \sin(t + \phi) \end{array} \right.$$

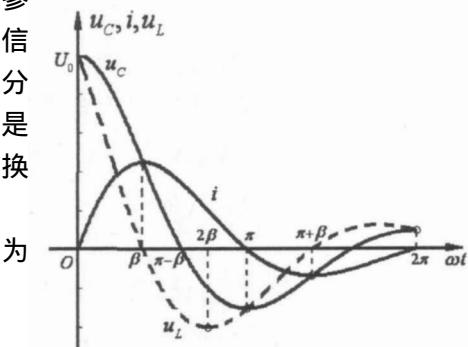


图 5 振荡放电过程中 u_C 、 u_L 和 i 波形

Fig 5 The curves of u_C 、 u_L and i during transient discharges process

式中： U_0 为电容充电电压； p_1 、 p_2 为特征根，是一对共轭复数； $\omega^2 = \frac{R^2}{2L}$ ； $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ ； $\frac{p_1}{p_2} = -\frac{\omega^2}{R^2} = -\frac{1}{2} \pm j \frac{1}{2}$ ； $\phi = \arctan \frac{1}{2}$ 。式 (6) 实际上是 $R < 2 \sqrt{\frac{L}{C}}$ 条件下的衰减振荡放电过程，符合 EEG 信号电压正负交替变化的实际情形。从数学上看，它只是方程 (1) 右端项为零时齐次方程的通解。因此，只要在满足初始条件下再找到方程 (1) 的一个特解，二者迭加，问题就可以迎刃而解。而这一特解，在电生理学材料参数确定之后，反演求解 $V(t)$ 即可获得。

3 实例计算

实例 1 32 电极国际 10 - 20 标准布置某实测 EEG 信号，各电极点 R 、 C 定量计算结果见表 3、图 6、图 7。

表 3 各电极点 R、C 定量计算结果

Tab 3 The resistance and capacitance calculation results of each electrode

序号	电极点	电阻分配			C/F
		$R_{\text{总}} /$	静态比例	$R_s /$	
1	FPz	435.43	0.0275	11.9721	0.9725
3	Fz	834.37	0.0131	10.9611	0.9869
5	FC5	891.6	0.3756	334.8939	0.6244
7	FC2	949.4	0.1867	177.2245	0.8133
9	T7	1245.7	0.0062	7.7382	0.9938
11	C4	942.85	0.2439	229.9423	0.7561
13	T8	1245.5	0.0150	18.7348	0.9850
15	CP1	1153	0.1159	133.6096	0.8841
17	CP6	1225.5	0.4853	594.6739	0.5148
19	P3	1389.1	0.1620	225.0759	0.8380
21	P4	1389.5	0.0043	5.9586	0.9957
23	PO7	2679.5	0.2406	644.7413	0.7594
25	POz	1967.6	0.1665	327.5857	0.8335
27	PO8	2682.1	0.5671	1520.9116	0.4329
29	Oz	1897.3	0.3413	647.4726	0.6587
30	O2	4038.8	0.4646	1876.3457	0.5354

注：表中非线性电阻值静态电阻 $R_s \triangleq \frac{U}{I}$ ，动态电阻 $R_d = \frac{dU}{dI}$ （与 EEG 信号的频率有关），电阻单位为 Ω ，电感单位为 H ，电容单位为 F

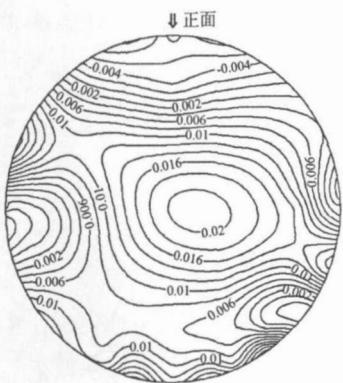


图6 脑皮层分散电位源(单位: mV)

Fig. 6 Cortex distributed source potential (unit: mV)

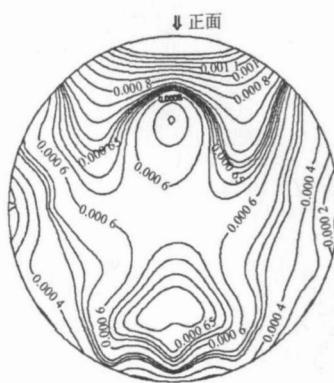


图7 脑皮层电流偶极子源(单位: mV)

Fig. 7 Cortex electric current dipole source (unit: mV)

实例 2 文献 [7] 将临床 EEG 信号 $E_{CO}G$ (颅内植入式皮质脑电图)进行对比, 用边界元方法求解, 源电位假设为分布源模式和偶极子模式两种情况, 测得的 900 ms 内的 EEG 信号幅值标度为 $150 \mu\text{V}$, 而相应 $E_{CO}G$ 信号为 $381 \mu\text{V}$, 根据 EEG 信号计算获得的相应脑皮质层分布源模式和偶极子模式的电位只占量测值的 51% ~ 45% (误差为 49% ~ 55%)。这表明, 用传统变换映射的方法依靠 EEG 反演推算脑皮层电位源这一逆问题的求解结果, 其定量计算的准确性还需要提高。相反, 用本文的高阶电路传导计算方法, 根据 KVL 电压平衡和能量守恒的脑皮质层源电位定量计算误差只在 4.85% ~ 6.25%, 精确度得到很大提高。当然, 新方法结果还需要临床手术中相应 $E_{CO}G$ 数据的支持。

4 结语

- 1) 用本征正交分解(POD)技术对全部 EEG 信号进行时空解耦后获得的各阶主模态频率和用 Hilbert-Huang 变换(HHT)对各个电极点实测信号进行的 EMD 分解, 获得各 MF 的频率分量能够相互吻合, 说明 EEG 响应频率主要取决于系统的内部结构和脑电生理学参数特性, 即系统外部激励的输入必须通过系统内部结构和材料参数起作用。
- 2) Kirchhoff 电压平衡的 KVL 方程和能量守恒及转换关系是神经元系统传导过程必须满足的普适性支配方程, 其解耦后的单模态形式(方程(6)、(7))揭示了脑电模拟储能元件电感 L 和电容 C 是激发频率的函数, 具有多频率分量的重要特征。
- 3) 通过确定脑电生理学材料参数, 并用数值方法解高阶动态电路微分方程, 可以成为解决脑电逆问题新的实用途径和方法之一。

参考文献:

- [1] Clark J, Plonsey R. A mathematical evaluation of the core conductor model[J]. Biophysical Journal, 1966(6): 95 - 112.
- [2] Liu A K, Dale A M, Belliveau J W. Monte Carlo simulation studies on EEG and MEG localization accuracy[J]. Human Brain Mapping, 2002, 16(1): 47 - 62.
- [3] Oostendorp T F, Delbeke J, Stegman D F. The conductivity of the human skull: results in vivo and in vitro measurements[J]. IEEE Trans on Biomed Eng, 2000, 47(11): 1487 - 1492.
- [4] Hoekema R, Huiskamp G J M, Wieneke G N, et al. Measurement of the conductivity of the skull, temporarily removed during epilepsy surgery[J]. Brain Topography, 2003, 16(1): 29 - 38.
- [5] Mirkovic N, Adjouadi M, Yaylali L, et al. 3-D source localization of epileptic foci integrating EEG and MRI data[J]. Brain Technology, 2003, 16(2): 111 - 119.
- [6] Malinivo J A, Suihko V E. Effect of skull resistivity on the spatial resolutions of EEG and MEG[J]. IEEE Trans on Biomed Eng, 2004, 51(7): 1276 - 1281.

参考文献:

- [1] 刘波, 韩彦辉. FLAC原理、实例与应用指南 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2005.
- [2] Borja R I, Lee S R. Cam-clay plasticity, part I implicit integration of elasto-plastic constitutive relations [J]. Computer Methods Appl Mech Engng, 1990, 78(1): 49 - 72.
- [3] Borja R I. Generalized creep and stress relaxation model for clays [J]. J Geotech Eng, ASCE, 1992, 118(11): 1765 - 1786.
- [4] 钟辉虹. 软土结构性及蠕变特性理论研究 [D]. 上海: 同济大学, 2003.
- [5] 汪中卫. 考虑时间与小应变的地铁深基坑变形及土压力的研究 [D]. 上海: 同济大学, 2004.
- [6] 李兴照, 黄茂松, 王录民, 等. 流变性软黏土的弹黏塑性边界本构模型 [J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(7): 1393 - 1401.

(责任编辑:沈芸)

(接第 513页)

- [7] Huiskamp G J M. Inverse and forward modeling of interictal spikes in the EEG, MEG and ECOG [C] // Proceedings of the 2th Joint EMBS/BMES Conference (CD - ROM, Omnipress). Houston: [s n], 2002(2): 1393 - 1394.
- [8] 李勇, 高小榕, 杨福生, 等. 高分辨率脑电图的理论研究 [J]. 中国生物医学工程学报, 2005, 24(1): 59 - 65.
- [9] 殷朝庆, 董秀珍, 刘锐岗, 等. 脑磁感应成象的数学模型及仿真结果 [J]. 第四军医大学学报, 2006, 27(2): 1913 - 1916.
- [10] 宫莲, 张克潜. 用三维各向异性电阻抗感成象作人脑活动的研究 [J]. 清华大学学报: 自然科学版, 1999, 39(5): 221 - 225.
- [11] 秦明新, 董秀珍, 韩涛, 等. 生物电阻抗脑断层成象正向问题仿真研究 [J]. 第四军医大学学报, 2001, 22(5): 468 - 470.
- [12] 倪安胜, 杨月胜, 董秀珍, 等. 电阻抗断层成象脑出血模型的仿真 [J]. 医疗卫生装备, 2006, 27(8): 107 - 109.
- [13] Pivkin IV. Visualization and interpretation of the proper orthogonal decomposition of bat wing kinematics [D]. Providence: Brown University, 2006.
- [14] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proceedings of the Royal Society of London: A, 1998, 454: 903 - 995.

(责任编辑:沈芸)