DOI:10.7631/issn.1000-2243.2017.01.0133 文章编号:1000-2243(2017)01-0133-07

数量弹性契约下考虑采购折扣的供应商数量优化问题

陈可嘉, 李烜楠

(福州大学经济与管理学院, 福建省金融科技创新重点实验室, 福建 福州 350116)

摘要: 针对企业所面临的供应中断风险和市场需求风险, 以及考虑企业采购中涉及的采购折扣问题, 通过引入数量弹性契约, 以考察企业在选择供应商数量时的风险成本和采购成本, 并分析了由交易成本、风险成本、采购成本构成的企业总成本与供应商数量的关系. 在此基础上, 建立数量弹性契约下考虑采购折扣的供应商数量优化模型, 并对数量弹性契约应用于供应商数量优化问题时的可行性进行证明. 最后, 通过算例验证了其有效性, 并探讨了弹性系数和折扣系数对最优供应商数量的影响.

关键词: 供应商数量优化; 数量弹性契约; 采购折扣

中图分类号: F274 **文献标识码**: A

The problem of suppliers number optimization considering purchase discount under quantity flexible contract

CHEN Kejia, LI Xuannan

(School of Economics and Management, Fuzhou University, Fujian Provincial Key Laboratory of Finance and Technology Innovation, Fuzhou, Fujian 350116, China)

Abstract: According to interrupt risk of the supply and demand risk of the market, as well as the procurement discount problem involved in the procurement of enterprises, the quantity flexibility contract is introduced to investigate the risk cost and procurement cost of the enterprises in the selection of suppliers number and the relation between the number of suppliers and the total cost of the enterprise constructed by transaction cost, risk cost and procurement cost is analysis. Based on these, the model of suppliers number optimization considering purchase discount under quantity flexible contract is built, and the validity of quantity flexibility contract applied to the optimal number of suppliers is analyzed. Finally, the validity of quantity flexibility contract is verified through the numerical example, and the sensitivity of optimal number of suppliers to the elastic coefficient and discount coefficient is discussed.

Keywords: suppliers number optimization; quantity flexibility contract; discount coefficient

0 引言

在当前激烈的市场环境下, 企业往往通过与供应商形成战略联盟以谋求供应链的最大竞争优势. 当前的供应链管理趋势是企业与较少数量的供应商建立战略合作关系, 以使其获得足够的采购折扣来降低采购成本. 然而, 供应商数量的减少会加大供应链的不稳定性, 将给企业带来很大的风险成本[1]. 所以, 如何在平衡采购成本和风险成本的情况下同时考虑现实环境中的企业采购折扣, 成为供应商数量优化问题中的难点. 数量弹性契约指的是企业在销售前向供应商提供一个产品采购量, 供应商保证以高于这个采购量的一定比例来组织生产, 同时要求企业承诺其实际采购量不少于规定的比例[2]. 数量弹性契约具有灵活调整采购量的特点, 能够有效地降低企业在选择供应商数量时所面临的风险成本和采购成本.

关于供应商数量优化问题, 已经有许多学者做了相关研究, 其中一部分学者从采购折扣的角度出发研究了该问题. 张存禄等[3]在定量分析供应商数量与供应风险及采购总成本关系的基础上, 构建了考虑采

收稿日期: 2015-12-01

通讯作者: 陈可嘉(1978-), 教授, 主要从事工业工程, 系统工程方面的研究, kjchen@fzu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71601050); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-11-0903)

购折扣的决策模型; 林强等[4]假定市场需求服从正态分布, 分析了企业采购需求发生变化时对选择供应商数量所造成的影响, 并构建了供应商数量与采购折扣之间的对应关系; Mirahmadi 等[5]在供应商数量优化问题中, 考虑了供应商开发成本、管理成本、因增加供应商数量而导致的采购折扣损失, 并以此建立了决策树模型; Liu 等[6]将供应链风险分为了供应风险和需求风险, 通过考虑了采购折扣的影响, 提出了确定最优供应商数量的非线性整数规划模型; Babich 等[7]讨论了供应商风险、固定供应成本、采购折扣价格等因素对供应商数量优化的影响, 构建了随机需求和确定性产量下企业的运营决策. 除此之外, 还有部分学者对数量弹性契约在供应商数量优化问题中的应用做了研究. 刘臣等[8]分析了供应风险与市场需求随机性对企业选择供应商数量的影响, 通过引入数量弹性契约, 建立了最优供应商数量的整数规划模型; Kim 和 Wu[9]分析了数量弹性契约中订购量对于供应商生产量和企业采购量的影响, 并研究了数量弹性契约在供应商与企业的成本协调问题中的有效性; Chung 等[10]探讨了数量弹性契约中弹性系数对于供应链效益的影响; Mahajan[11]基于数量弹性契约研究了供应链中需求的不确定性对采购价格的影响; 陈可嘉等[12]采用数量弹性契约, 并基于此建立了以采购总成本最小化为目标的考虑供应链中断风险的最优供应商数量决策模型.

综上所述, 大部分研究都仅从采购折扣的角度或数量弹性契约的应用方面来分析供应商数量优化问题, 而对于问题的整体性研究还略显不足. 在引入数量弹性契约解决供应商数量优化问题的同时考虑企业采购折扣, 不仅能够发挥数量弹性契约降低风险成本和采购成本的优势, 也具有很强的现实意义. 因此, 在数量弹性契约的基础上, 通过考虑采购折扣, 建立数量弹性契约下考虑采购折扣的供应商数量优化模型, 并证明数量弹性契约应用于该类问题时的可行性. 然后通过算例研究, 对其有效性进行验证. 最后, 对参数变动时的最优供应商数量的变化情况进行分析.

1 基本假设

为了方便建模和计算, 在不失模型的一般性和现实意义的前提下, 做出以下假设:

1) 在一个市场上一共有 N 家相互独立的供应商, 每个供应商都能够提供同样的产品或服务, 企业从这 N 个供应商当中选择 n 个供应商进行订单均匀分配.

2) 根据供应中断风险的影响范围将其分为两类. 第一类是外部中断风险, 例如自然灾害、战争、疾病等事件[13], 对于这类风险, 由于企业是无法对其进行有效控制的, 所以, 一般与供应商数量的多少没有直接关系; 第二类是内部中断风险, 例如合作关系破裂、基础设施损坏等事件的发生, 对于这类风险, 通过增加供应商的数量可以得到有效解决, 当某家或某几家供应商发生供应中断时, 企业可以从其他供应商处通过增加采购量来保证供应.

3) 假设外部中断风险与内部中断风险的概率之间是相互独立的, 与此同时, 任意供应商所面临的内部中断风险的概率也是相互独立. 假设供应商有共同的外部中断风险的概率 $p_1 \in (0, 1)$; 为了简化模型, 可合理假设各供应商发生内部中断风险的概率也相同, 均为 $p_2 \in (0, 1)$.

4) 当中断风险发生时, 企业没有能力在短时间内改变供应商结构体系.

5) 供应商要么供应成功, 要么供应失败. 当出现供应失败的情况时, 企业在一段时间内无法找到相应的供应商进行替代, 由此将会产生惩罚成本, 但是企业不需要支付采购成本.

6) 当前市场中, 对某一种产品或服务的需求 ξ 服从均值为 μ、方差为 σ^2 的正态分布, 即 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 采用 $f(\xi)$ 来表示其密度函数, 采用 $F(\xi)$ 来表示其分布函数, 市场的需求期望值为 Q, 并且其满足条件 $Q = \int_0^{+\infty} \xi f(\xi)\,\mathrm{d}\xi$.

7) 针对市场需求的不确定性, 企业与供应商决定使用数量弹性契约. 企业预先告知各个供应商其采购量为 Q/n 个单位. 供应商据此准备 $Q(1+\alpha)/n$ 数量的产品或服务. 随后, 企业可以根据市场变化情况, 在供应商的供应变化范围内进行准确采购, 其最低采购量不得低于 $Q(1-\beta)/n$, 同时假设 $0 \leqslant \alpha = \beta < 1$.

8) 由于市场的不确定性, 当企业出现供大于求时, 产品或服务的单位处理成本为 k, 当出现供不应求时, 产品或服务的单位惩罚成本为 r.

2　模型构建

设企业选择 n 家供应商提供产品或服务时产生的总成本 $\mathrm{TC}(n)$ 为：

$$\mathrm{TC}(n) = U_n + V_n + W_n \tag{1}$$

其中：U_n为交易成本；V_n为风险成本；W_n为采购成本.

2.1　交易成本

交易成本是指完成一笔交易时所要花费的全部成本，由于某些供应商会为了追求自身利益的最大化而使用一些隐瞒、欺骗企业的机会主义行为[14]，将会给企业造成机会主义成本. 因此将交易成本划分为前期交易成本、后期交易成本和机会主义成本，用以构成企业选择供应商时的总交易成本.

将企业的交易成本设为：

$$U_n = a + bn^{\theta} + cn^{\eta} + (d/n) \tag{2}$$

其中：$a > 0$，$b > 0$，$c > 0$，$d > 0$，$\theta > 1$，$\eta > 1$. a 为合作初期所进行一次性固定投资成本，不随着时间和供应商数量产生变化；b 为增加一个供应商时产生的前期交易成本，例如搜寻成本、信息成本、议价成本、决策成本；c 为每增加一个供应商所造成的后期交易成本的增加，例如监督成本、违约成本、供应商管理成本、渠道维护成本；θ 为企业和供应商的合作程度，供应商数量越多，则表示企业需要投入更多的资金来和供应商维持较好的合作关系；η 为企业对供应商的管理程度，当 η 越大，增加供应商时后期交易成本的增幅也越大[15]；d/n为供应商的机会主义成本，供应商的数量越多则机会成本越少.

2.2　风险成本

企业的风险成本主要来自于两个方面.

第一个方面：由于发生外部中断风险而导致供应商的供应集体中断产生的外部中断风险成本，可以表示为：$V_{n1} = p_1 \cdot r \cdot Q$. 其中：$r$ 表示供不应求的单位惩罚成本；Q 为市场需求的期望值；$Q = \int_0^{+\infty} \xi f(\xi)\,\mathrm{d}\xi$.

第二个方面：没有发生外部中断风险，此时有 $i(0 \leqslant i \leqslant n)$ 个供应商正常供应. 当 $i = 0$ 时，表示供应链中所有供应商都发生了内部中断风险，此时产生的内部中断风险成本为$(1 - p_1) \cdot p_2^n \cdot r \cdot Q$. 那么，在有 i 个供应商正常供应时，由于市场上需求的不确定性，企业可能存在供过于求或者是供不应求的情况导致的需求风险成本.

针对供应中断风险和市场需求风险，引入数量弹性契约：

1）第 i 个供应商正常供应$(0 \leqslant i \leqslant n)$ 的概率为：$(1 - p_1)\, C_n^i\, p_2{}^{n-i}\,(1 - p_2)^i$.

2）当有 i 家供应商正常供应时，企业的最小订购量为 $x_i = \dfrac{iQ(1 - \beta)}{n}$，最大订购量为 $y_i = \dfrac{iQ(1 + \alpha)}{n}$.

3）第 i 个供应商正常供应，供过于求的概率为：$(1 - p_1) C_n^i p_2^{n-i}\,(1 - p_2)^i \cdot p(\xi \leqslant x_i)$，当出现供过于求的情况时，企业使用低于采购成本的价格将多余的订单出售，产生单位处理成本 k. 企业供过于求的成本期望值为：$V_{n2} = (1 - p_1) C_n^i p_2^{n-i}\,(1 - p_2)^i \int_0^{x_i} k(x_i - \xi) f(\xi)\,\mathrm{d}\xi$.

4）第 i 个供应商正常供应，供不应求的概率为：$(1 - p_1) C_n^i p_2^{n-i}\,(1 - p_2)^i \cdot p(\xi \geqslant y_i)$，当供不应求时，企业无法达成客户的需求，将会导致企业诚信度下降，以致出现客户流失，产生了大于采购成本的单位惩罚成本 r. 企业供不应求的成本期望值为：$V_{n3} = (1 - p_1) C_n^i p_2^{n-i}\,(1 - p_2)^i \int_{y_i}^{+\infty} r(\xi - y_i) f(\xi)\,\mathrm{d}\xi$.

在描述风险成本时，引入企业风险偏好系数 t，该系数反映了供应中断风险和市场需求风险对企业的影响程度[16]. 风险偏好系数越大就表示企业的风险成本越高，而当系数 t 变小时，对应的风险成本也会随之下降，此时风险对企业影响力降低，企业在选择供应商的时候，会更多地考虑减少供应商的数量以节省总成本. 因此，企业的风险成本期望值为：

$$\begin{aligned} V_n &= (V_{n1} + V_{n2} + V_{n3}) \cdot t \\ &= \left\{ p_1 \cdot r \cdot Q + (1 - p_1) \sum_{i=0}^{n} C_n^i p_2^{n-i}\,(1 - p_2)^i \left[\int_0^{x_i} k(x_i - \xi) f(\xi)\,\mathrm{d}\xi + \int_{y_i}^{+\infty} r(\xi - y_i) f(\xi)\,\mathrm{d}\xi \right] \right\} \cdot t \end{aligned} \tag{3}$$

2.3 采购成本

采购成本是企业向供应商购买产品或服务时的支出. 考虑到供应中断风险和市场需求风险, 将采购成本分为 3 种情况: 供过于求成本、供不应求成本和供求相等成本.

值得注意的是, 随着采购数量的增多, 企业会得到一定的采购折扣. 假设市场处于完全竞争状态, 那么企业购买 x 单位的产品或服务的采购价格函数为: $h(x) = u + v + wx^{-z}$. 其中: u 为产品或服务的单位生产成本; v 为单位基本利润; w 为单位加成利润; z 为单位折扣系数. 其中, u, v, w, z, $x > 0$. 因为 $h'(x) = -zwx^{-z-1} < 0$, 所以采购价格函数 $h(x)$ 是一个随着采购数量 x 而变化的减函数.

推论 供应商的利润要想随着采购量的增加而增加, 则单位折扣系数 z 必须满足充分条件: $0 < z \leqslant 1$.

证明 根据采购价格函数, 可以推出供应商出售 x 件产品的总利润函数为:

$$L = (v + wx^{-z}) \cdot x \tag{4}$$

对式(4)进行求导, 可以得出 $L' = v + (1 - z)wx^{-z}$. 在实际生产当中, 供应商的总利润必须要呈现增长态势, 才有可能提供折扣. 因此可知 L' 必须满足条件 $L' > 0$, 即 $v + (1 - z)wx^{-z} > 0$. 由于产品的单位基本利润必须大于 0, 所以可知 $v > 0$, 那么如果要满足 $L' > 0$, 则需要满足条件 $v > (z - 1)wx^{-z}$ 或 $(1 - z)wx^{-z} \geqslant 0$. 在第一种情况下, z 的取值主要受到 v, w, x 的取值影响, v 和 x 的值越小或者 w 的值越大, 则 z 对利润的影响越显著, 具体情况不做详细讨论; 在第二种情况下, 因为 w, z, $x > 0$, 得出 $wx^{-z} > 0$, 由此可以推出 $(1 - z) \geqslant 0$, 即 $z \leqslant 1$.

根据供过于求时的采购量为 x_i, 供不应求时的采购量为 y_i, 供求相等时的采购量为市场需求量 ξ. 可以得出:

1) 在供过于求的情况下, 企业的采购成本期望值为:

$$W_{n1} = (1 - p_1) \sum_{i=0}^{n} C_n^i p_2^{n-i} (1 - p_2)^i \int_0^{x_i} x_i h(x_i) f(\xi) \mathrm{d}\xi$$

2) 在供不应求的情况下, 企业的采购成本期望值为:

$$W_{n2} = (1 - p_1) \sum_{i=0}^{n} C_n^i p_2^{n-i} (1 - p_2)^i \int_{y_i}^{+\infty} y_i h(y_i) f(\xi) \mathrm{d}\xi$$

3) 在供求相等的情况下, 企业的采购成本期望值为:

$$W_{n3} = (1 - p_1) \sum_{i=0}^{n} C_n^i p_2^{n-i} (1 - p_2)^i \int_{x_i}^{y_i} \xi \cdot h(\xi) f(\xi) \mathrm{d}\xi$$

所以, 得到企业的采购成本的期望值 W_n 为:

$$\begin{aligned} W_n &= W_{n1} + W_{n2} + W_{n3} \\ &= (1 - p_1) \sum_{i=0}^{n} C_n^i p_2^{n-i} (1 - p_2)^i \Big[\int_0^{x_i} x_i (u + v + wx_i^{-z}) f(\xi) \mathrm{d}\xi + \\ &\quad \int_{y_i}^{+\infty} y_i (u + v + wy_i^{-z}) f(\xi) \mathrm{d}\xi + \int_{x_i}^{y_i} \xi \cdot (u + v + w\xi^{-z}) f(\xi) \mathrm{d}\xi \Big] \end{aligned} \tag{5}$$

2.4 数量弹性契约下考虑采购折扣的供应商数量优化模型

在考虑供应商中断风险和市场需求风险的情况下, 通过引入数量弹性契约, 得到了企业的总成本为:

$$\begin{aligned} \mathrm{TC}(n) &= U_n + V_n + W_n \\ &= a + bn^{\theta} + cn^{\eta} + \frac{d}{n} + \Big\{ p_1 \cdot r \cdot Q + (1 - p_1) \sum_{i=0}^{n} C_n^i p_2^{n-i} (1 - p_2)^i \Big[\int_0^{x_i} k(x_i - \xi) f(\xi) \mathrm{d}\xi + \\ &\quad \int_{y_i}^{+\infty} r(\xi - y_i) f(\xi) \mathrm{d}\xi \Big] \Big\} \cdot t + (1 - p_1) \sum_{i=0}^{n} C_n^i p_2^{n-i} (1 - p_2)^i \Big[\int_0^{x_i} x_i (u + v + wx_i^{-z}) f(\xi) \mathrm{d}\xi + \\ &\quad \int_{y_i}^{+\infty} y_i (u + v + wy_i^{-z}) f(\xi) \mathrm{d}\xi + \int_{x_i}^{y_i} \xi \cdot (u + v + w\xi^{-z}) f(\xi) \mathrm{d}\xi \Big] \\ &= a + bn^{\theta} + cn^{\eta} + \frac{d}{n} + p_1 \cdot r \cdot Q \cdot t + (1 - p_1) \sum_{i=0}^{n} C_n^i p_2^{n-i} (1 - p_2)^i \Big\{ \int_0^{x_i} [t \cdot k(x_i - \xi) + \end{aligned}$$

$$x_i(u+v+wx_i{}^{-z})\big]f(\xi)\mathrm{d}\xi+\int_{y_i}^{+\infty}\big[t\cdot r(\xi-y_i)+y_i(u+v+wy_i{}^{-z})\big]f(\xi)\mathrm{d}\xi+$$
$$\int_{x_i}^{y_i}\xi\cdot(u+v+w\xi^{-z})f(\xi)\mathrm{d}\xi\Big\}\tag{6}$$

式(6)中的 a、b、c、d、θ、η、r、k、t、p_1、p_2、u、v、w、z 均为确定的常数，$x_i=\dfrac{iQ(1-\beta)}{n}$，$y_i=\dfrac{iQ(1+\alpha)}{n}$，$Q=\int_0^{+\infty}\xi f(\xi)\mathrm{d}\xi$，$\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$.

由此，可以建立数量弹性契约下考虑采购折扣的供应商数量优化模型：

$$\min\ \mathrm{TC}(n)$$
$$\mathrm{s.t.}\begin{cases}n\geqslant 1\\ n\in Z\end{cases}\tag{7}$$

2.5 数量弹性契约下考虑采购折扣的供应商数量优化模型分析

假设现有的条件不变，如果不采用数量弹性契约，则企业的成本可以用下式来计算：

$$\mathrm{TC}'(n)=a+bn^{\theta}+cn^{\eta}+\frac{d}{n}+p_1\cdot r\cdot Q\cdot t+$$
$$(1-p_1)\sum_{i=0}^{n}C_n^ip_2^{n-i}(1-p_2)^i\Bigg\{\int_0^{\frac{i\cdot Q}{n}}\Bigg[t\cdot k\left(\frac{i\cdot Q}{n}-\xi\right)+\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}\right)\Bigg]f(\xi)\mathrm{d}\xi+$$
$$\int_{\frac{i\cdot Q}{n}}^{+\infty}\Bigg[t\cdot r\left(\xi-\frac{i\cdot Q}{n}\right)+\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}\right)\Bigg]f(\xi)\mathrm{d}\xi\Bigg\}\tag{8}$$

该情况下，企业对各个供应商的订货量均为 $\dfrac{i\cdot Q}{n}$，且 $x_i\leqslant\dfrac{i\cdot Q}{n}\leqslant y_i$，供应商则企业给出的订货量进行生产. 当市场需求小于订货量时，企业处于供大于求的状态，而当市场需求大于订货量时，企业则处于供不应求的状态. 将式(6) 减去式(8) 可以得到：

$$\mathrm{TC}(n)-\mathrm{TC}'(n)=(1-p_1)\sum_{i=0}^{n}C_n^ip_2^{n-i}(1-p_2)^i\Bigg\{\int_0^{x_i}\Bigg[t\cdot k(x_i-\xi)+x_i(u+v+wx_i{}^{-z})-$$
$$t\cdot k\left(\frac{i\cdot Q}{n}-\xi\right)-\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}\right)\Bigg]f(\xi)\mathrm{d}\xi+$$
$$\int_{x_i}^{\frac{i\cdot Q}{n}}\Bigg[\xi\cdot(u+v+w\xi^{-z})-t\cdot k\left(\frac{i\cdot Q}{n}-\xi\right)-\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}\right)\Bigg]f(\xi)\mathrm{d}\xi+$$
$$\int_{\frac{i\cdot Q}{n}}^{y_i}\Bigg[\xi\cdot(u+v+w\xi^{-z})-t\cdot r\left(\xi-\frac{i\cdot Q}{n}\right)-\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}\right)\Bigg]f(\xi)\mathrm{d}\xi+$$
$$\int_{y_i}^{+\infty}\Bigg[t\cdot r(\xi-y_i)+y_i(u+v+wy_i{}^{-z})-t\cdot r\left(\xi-\frac{i\cdot Q}{n}\right)-\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}\right)\Bigg]f(\xi)\mathrm{d}\xi\tag{9}$$

现进行逐项分析：

1）在 $\left[t\cdot k(x_i-\xi)+x_i(u+v+wx_i{}^{-z})-t\cdot k\left(\dfrac{i\cdot Q}{n}-\xi\right)-\dfrac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\dfrac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}\right)\right]$ 中，可将其化简为 $t\cdot k\left(x_i-\dfrac{i\cdot Q}{n}\right)+(u+v)\cdot\left(x_i-\dfrac{i\cdot Q}{n}\right)+w\cdot\left(x_i{}^{1-z}-\left(\dfrac{i\cdot Q}{n}\right)^{1-z}\right)$，由于条件 $x_i\leqslant i\cdot Q/n$，$0<z\leqslant 1$，所以可知此项结果小于等于 0.

2）在 $\left[\xi\cdot(u+v+w\xi^{-z})-t\cdot k\left(\dfrac{i\cdot Q}{n}-\xi\right)-\dfrac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\dfrac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}\right)\right]$ 式子中，可将其简化为 $(u+v)\cdot\left(\xi-\dfrac{i\cdot Q}{n}\right)+w\cdot\left(\xi^{1-z}-\left(\dfrac{i\cdot Q}{n}\right)^{1-z}\right)-t\cdot k\left(\dfrac{i\cdot Q}{n}-\xi\right)$，由于 $x_i\leqslant\xi\leqslant\dfrac{i\cdot Q}{n}$、$0<z\leqslant 1$，所以可知此项结果小于等于 0.

3）在 $\left[\xi\cdot(u+v+w\xi^{-z})-t\cdot r\left(\xi-\frac{i\cdot Q}{n}\right)-\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}\right)\right]$ 式子中，可将其化简为 $\xi\cdot(u+v+w\xi^{-z}-t\cdot r)-\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}-t\cdot r\right)$. 在式子当中出现了 $u+v+w\xi^{-z}-t\cdot r$ 和 $u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}-t\cdot r$ 这两项，表示的是在 ξ 和 $\frac{i\cdot Q}{n}$ 这两个点的采购成本和惩罚成本之间的关系，二者之间的关系需要进行讨论，然而在实际的市场环境当中，如果企业的采购成本大于惩罚成本，那么此时企业要使总成本最小化的最优选择，是减少采购，接受惩罚成本. 这样的做法明显不符合企业的发展常理. 所以，可以认为企业的采购成本总是小于等于惩罚成本.

由此可知，$u+v+w\xi^{-z}-t\cdot r\leqslant 0$ 和 $u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}-t\cdot r\leqslant 0$，根据已知条件 $\frac{i\cdot Q}{n}\leqslant\xi\leqslant y_i$、$0<z\leqslant 1$. 可以推出 $w\xi^{-z}\leqslant w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}$，所以，$u+v+w\xi^{-z}-t\cdot r\leqslant u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}-t\cdot r\leqslant 0$. 因此，$\xi\cdot(u+v+w\xi^{-z}-t\cdot r)-\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}-t\cdot r\right)$ 的结果小于等于 0.

4）在 $\left[t\cdot r(\xi-y_i)+y_i(u+v+w{y_i}^{-z})-t\cdot r\left(\xi-\frac{i\cdot Q}{n}\right)-\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}\right)\right]$ 中，可将其化简为 $y_i(u+v+w{y_i}^{-z}-t\cdot r)-\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}-t\cdot r\right)$，根据已知条件 $y_i\leqslant\xi\leqslant+\infty$、$0<z\leqslant 1$、$x_i\leqslant\frac{i\cdot Q}{n}\leqslant y_i$. 可以推出 $w{y_i}^{-z}\leqslant w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}$，所以，$u+v+w{y_i}^{-z}-t\cdot r\leqslant u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}-t\cdot r\leqslant 0$. 因此，$y_i(u+v+w{y_i}^{-z}-t\cdot r)-\frac{i\cdot Q}{n}\left(u+v+w\left(\frac{i\cdot Q}{n}\right)^{-z}-t\cdot r\right)$ 的结果小于等于 0.

综上所述，$\mathrm{TC}(n)-\mathrm{TC}'(n)\leqslant 0$，所以企业选择数量弹性契约对于节省自身的成本是十分可行的.

3 算例分析

通过算例进一步对数量弹性契约下考虑采购折扣的供应商数量优化模型进行验证和分析. 模型的具体参数取值如下所示：$a=5$，$b=2$，$c=1.5$，$d=1$，$\theta=2$，$\eta=1.1$，$t=0.95$，$h(x)=1+5+2x^{-1/2}$，$p_1=0.05$，$p_2=0.1$，$\xi\sim N(100, 4)$，$k=5$，$r=10$，$\alpha=\beta=0.15$. 在参数分析中，假设某个参数发生变化时，其他参数保持不变.

3.1 数量弹性契约对企业总成本的影响

图 1 反映的是企业采用数量弹性契约和未采用数量弹性契约时，不同供应商数量下企业的总成本变化趋势对比图. 根据图中结果可知，随着供应商数量的增加，企业的总成本也呈现出增加的趋势. 而在采用数量弹性契约的情况下，企业的总成本总是要小于未采用数量弹性契约时的企业总成本.

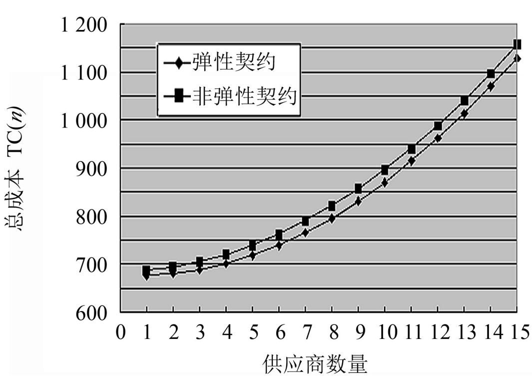

图 1 数量弹性契约对企业总成本的影响

Fig.1 Influence of quantity flexibility contract on the total cost of enterprises

3.2 折扣系数 z 对最优供应商数量的影响

折扣系数对最优供应商数量的影响见图 2. 由图 2 可知，随着折扣系数的上升，最优供应商数量也呈现出增大趋势. 可以发现，在内部中断风险 $p_2=0.1$ 时，由于企业所面临的风险较小，此时增加供应商数量对于风险成本的减少量小于采购成本的增加量. 因此，单源供应商始终是企业的最优选择. 伴随着 p_2 的上升，例如，在 $p_2=0.3$，$z=0.3$ 时，企业在综合了风险成本和采购成本之后，选择了双源供应商.

3.3　弹性系数 α、β 对最优供应商数量的影响

为了简化模型，假设 $\alpha=\beta$. 弹性系数 α、β 对最优供应商数量的影响见图 3. 由图 3 可知，在 α、β 从 0 增大到 1 的过程中，n^* 出现了先增大，接着不变，最后逐渐减小的趋势. 当弹性系数增加时，风险成本变小，采购成本变大. 所以，当弹性系数较小时，企业可以通过增加供应商的数量来减少总成本；而当弹性系数较大时，企业则需要通过减少供应商数量来降低总成本. 此外，在相同的弹性系数下，往往 p_2 的值越大，企业为了降低风险成本，选择的供应商数量也越多，随着弹性系数的增加，该趋势呈现出减弱的趋势.

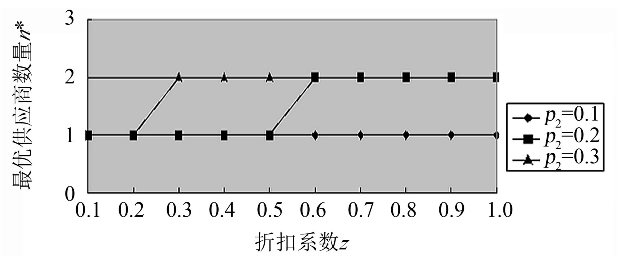

图 2　折扣系数对最优供应商数量的影响

Fig.2　Effect of discount coefficient on the optimal number of suppliers

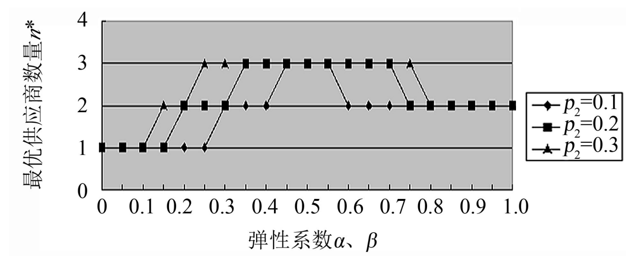

图 3　弹性系数对最优供应商数量的影响

Fig.3　Effect of elastic coefficient on the optimal number of suppliers

4　结语

以企业总成本最小化为目标，研究了不确定环境下供应商的数量优化问题. 本文所建立的数量弹性契约下考虑采购折扣的供应商数量优化模型是一个带有约束条件的非线性整数规划模型，在求解方面存在一定的难度. 在未来的工作当中，希望能够通过设计有效的算法来对该模型进行求解.

参考文献：

[1] 钟德强，仲伟俊，梅姝娥，等. 合作竞争下的供应商数量优化问题研究[J]. 管理科学学报，2003，6(3)：57-65.
[2] 刘咏梅，成尚汶，谢虎. 具有损失厌恶偏好零售商的供应商弹性数量契约[J]. 控制与决策，2012，27(7)：975-977.
[3] 张存禄，王子萍，黄培清，等. 基于风险控制的供应链结构优化问题[J]. 上海交通大学学报，2005，39(3)：468-478.
[4] 林强，李青，吴飞. 不确定需求下企业供应商数量优化问题研究[J]. 工业工程，2010，13(4)：13-17.
[5] MIRAHMADI N，SABERI E，TEIMOURY E. Determination of the optimal number of suppliers considering the risk：emersun company as a case study[J]. Advanced Materials Research，2012，433-440：5 873-5 880.
[6] LIU C，SHAN W，YU J. Optimal supplier number of a supply chain company under stochastic demand[J]. African Journal of Business Management，2012，6(25)：7 414-7 422.
[7] BABICH V，AYDIN G，BRUNET P，*et al*. Risk，financing and the optimal number of suppliers[M]//Gurnani H，Mehrotra A，Ray S，eds. Supply chain disruptions：theory and practice of managing risk. London：Springer，2012：195-240.
[8] 刘臣，张庆普，单伟. 基于数量弹性契约的供应商数量选择问题研究[J]. 运筹与管理，2010，19(4)：1-7.
[9] KIM G，WU C. Scenario aggregation for supply chain quantity-flexibility contract[J]. International Journal of Systems Science，2013，44(11)：2 166-2 182.
[10] CHUNG W，TALLURI S，NARASIMHAN R. Quantity flexibility contract in the presence of discount incentive[J]. Decision Sciences，2014，45(1)：49-79.
[11] MAHAJAN S. A quantity flexibility contract in a supply chain with price dependent demand[J]. Opsearch，2014，51(2)：219-234.
[12] 陈可嘉，金炼，林月柑. 考虑供应链中断风险的最优供应商数量决策[J]. 工业工程与管理，2016，21(4)：80-85.
[13] CHOPRA S，SODHI M S. Managing risk to avoid supply-chain break down[J]. MIT Sloan Management Review，2004，46(1)：53-61.
[14] 叶飞，张婕，吕晖. 供应商机会主义行为对信息共享与运营绩效的影响[J]. 管理科学，2012，25(2)：51-60.
[15] 朱昌磊，梁樑. 中小企业最优供应商数量决策[J]. 预测，2011，30(4)：36-41.
[16] 商学娜，郑建国. 基于风险防范的供应商数量优化决策[J]. 工业工程，2008，11(6)：34-37.

（责任编辑：洪江星）