文章编号:1000-582X(2009)01-0091-05

# 基于均方误差的变步长恒模盲均衡算法仿真

谭晓衡,张 凯,胡友强 (重庆大学通信工程学院,重庆400030)

摘 要:阐述了用于信道盲均衡中恒模算法的数学模型和基本原理,在此基础上进一步研究其改进的变步长算法。采用的改进算法是以剩余均方误差作为调整步长的参量,解决了传统恒模算法中,由于采用固定步长而造成的收敛速度与收敛精度之间的矛盾。在分析不同步长对算法收敛性能的影响的时候,使用了集平均的处理方式,使得均方误差学习曲线变得较为平滑,易于比较。理论分析和计算机仿真实验均表明该算法与传统的恒模算法相比,具有更快的收敛速度和更小的稳态剩余误差。

关键词:恒模算法;盲均衡;Bussgang 性质;变步长;集平均中图分类号:TN911.5 文献标志码:A

# Simulation of the constant modulus blind equilibrium algorithm with variable step-size based on the mean square error

TAN Xiao-heng, ZHANG Kai, HU You-qiang

(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China)

Abstract: The mathematic models and basic theory of constant modulus algorithm (CMA) for blind channel equalization are introduced. An improved algorithm with variable step size is proposed based on CMA. The improved algorithm uses the mean square error (MSE) to obtain the new variable step-size to solve the contradiction between the convergence rate and accuracy in traditional CMA with fixed step. To smooth the MSE learning curve for easy comparison, an ensemble average technique is used to analyze the performance of convergence with different step sizes. The theoretical analysis and the simulation results show that the improved algorithm is superior to the traditional constant modulus(CM) in terms of convergence speed and residual error.

**Key words:** constant modulus algorithm; blind equalization; Bussgang property; variable step-size; ensemble average technique

所谓盲均衡是指均衡器不借助训练序列,而仅 仅利用所接收的信号序列即可对信道进行自适应均 衡。它能有效地补偿信道的非理想特性,克服码间 干扰,减小误码率,提高通信质量,是当前飞速发展 的数字通信系统中的关键技术之一[1-2]。 传统自适应均衡器的设计目标是使均衡后的输出序列逼近输入的码元序列;而盲均衡的设计目标则是使均衡后输出序列的统计量逼近输入序列的统计量。在盲均衡算法中应用最广泛的算法是由Godard[3]和 Triechiar[4]等人提出的恒模算法

收稿日期:2008-09-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(104207520050618)

作者简介: 谭晓衡(1976-), 男, 重庆大学副教授, 博士, 主要从事扩频及码分多址通信、移动通信等方面的研究, (Tel)023-65105925; (E-mail) txh@cqu. edu. cn。

(constant modulus algorithm, CMA),该算法运算量小、易于实时实现、具有良好的收敛性能,因此,被广泛应用于脉幅调制(PAM)和正交幅度调制(QAM)通信系统中。

收敛速度和剩余均方误差是衡量盲均衡算法性能优劣的重要指标<sup>[5-6]</sup>。在恒模算法迭代过程中,步长因子μ值越大,算法的收敛速度越快,但收敛后的稳态误差偏大;反之,算法的收敛速度越慢,收敛后的稳态误差偏小<sup>[7-9]</sup>。所以,采用固定步长时,算法的收敛速度和收敛精度相互制约。笔者研究的改进算法是采用剩余均方误差(MSE)作为调整步长的参量,通过算法仿真证明,改进算法解决了传统恒模算法中,由于采用固定步长而造成的收敛速度与收敛精度之间的矛盾。

## 1 恒模算法

恒模算法是 Bussgang 类盲均衡算法的特例<sup>[10]</sup>。Bussgang 性质盲均衡器是在传统自适应均衡技术的基础上发展起来的,它是以有限长抽头式横向滤波器为基本结构,利用信号的物理特性构造一个误差函数(或代价函数),使得理想系统对应该目标函数的极小值点,然后采用某种自适应算法寻找误差函数的极值点。当目标函数达到极值点后,系统也就成为期望的理想系统。Bussgang 盲均衡技术的一个分支,其显著特点是不增加计算的复杂度,物理概念清晰,易于实现。Bussgang 盲均衡器的原理框图<sup>[11]</sup>如图 1 所示。

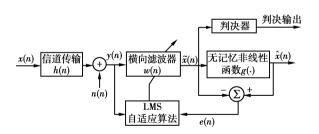


图 1 Bussgang 类盲均衡器的原理图

在盲均衡器中,因无训练序列,发送端发送的信号x(n)是未知的,一般用发送信号的估计值 $\hat{x}(n)$ 来代替。图 1 中 e(n) 为均衡器输出相对于估计值 $\hat{x}(n)$ 的误差信号;y(n) 为均衡器的输入信号; $\hat{x}(n)$  为均衡器的输出信号; $\hat{x}(n)$  为估计信号; $g(\bullet)$  为无记非线性估计函数。

Bussgang 类盲均衡算法的抽头系数迭代公式为

$$W(n+1) = W(n) - \mu \frac{\partial E\{\mid e(n)^2 \mid\}}{\partial W(n)} =$$

$$W(n) - 2\mu e(n)Y^*(n),$$
 (1)

式中: $e(n) = \hat{x}(n) - g(\hat{x}(n)); \mu$  为迭代步长因子,通常取足够小的正常数。不同的 Bussgang 盲均衡算法具有不同的非线性函数  $g(\bullet)$ 。

恒模算法的代价函数为

$$J(n) = \frac{1}{4} E\{(|\tilde{x}(n)|^2 - R_2)^2\}, \qquad (2)$$

式(2)表明,恒模算法的代价函数只与接收序列的幅值有关,而与相位无关,故对载波相位不敏感,其无记忆非线性函数  $g(\cdot)$ 为

$$g(\widetilde{x}(n)) = \frac{\widetilde{x}(n)}{\mid \widetilde{x}(n) \mid} \left[\mid \widetilde{x}(n) \mid + R_2 \mid \widetilde{x}(n) \mid -\mid \widetilde{x}(n) \mid^3 \right], \tag{3}$$

式中  $R_2 = \frac{E\{|\hat{x}(n)|^4\}}{E\{|\hat{x}(n)|^2\}}$ 为一常数。

按照最速下降法,得到恒模算法的迭代公式为  $W(n+1) = W(n) + 2\mu \tilde{x}(n) \times$ 

$$\lceil R_2 - | \stackrel{\sim}{x}(n) |^2 \rceil Y^*(n), \qquad (4)$$

式中"\*"表示取共轭。式(2)表示均衡器输出信号的平方模相对于某个常数的偏差的期望值,这可以看成基于恒模(CM)准则的代价函数。由式(4)可以看出,该算法采用固定步长  $\mu$ ,步长因子是影响算法收敛性能的重要参数。

## 2 变步长恒模算法

前面所讨论的 CMA 算法在物理方面很简单,但由于其高度非线性特性,其数学分析将非常复杂。使用集平均[12]学习曲线研究自适应滤波器的统计特性是一种通用的方法,下面以简单的 LMS 算法为例来说明这种集平均的处理方式。

仿真环境:信道输入的随机序列 $\{x_n\}$ 由伯努利 (Bernoulli)序列组成, $x_n=\pm 1$ ,随机变量 x(n)具有 零均值和单位方差。滤波器阶数为 11 阶,信噪比为 20 dB,固定步长  $\mu$  为 0.05,信道冲激响应 13 为 h= 0.05 0.063 0.088 0.126 0.25 0.904 7 0.25 0.126 0.038 0.088]。以迭代次数 N 为横轴,考察算法的收敛性能, $X_{mse}$ 表示均方误差。

由图 2 可见,对于 2PAM 调制的基带信号,应用 LMS 均衡算法在 80 次迭代运算后已经趋于收敛,基本能恢复原来的信号序列,消除信道干扰。在图 3 中,可以看到 LMS 算法单一实现的学习曲线呈现严重噪声的形式,而通过 100 次独立实验集平均后所得到学习曲线具有很好的平滑效果。在下面所涉及收敛曲线的绘制过程中都将应用这种集平均的

处理方式。图 4 是反映不同步长对收敛速度和剩余误差的影响,步长分别取 0.05 和 0.01。

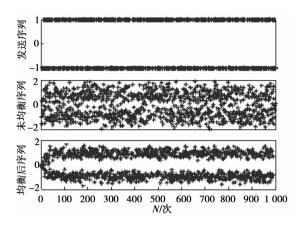


图 2 2PAM 调制均衡前后比较

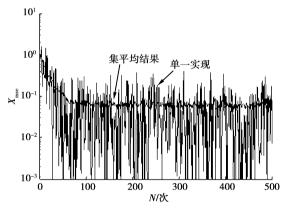


图 3 LMS 算法收敛曲线

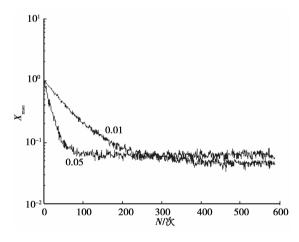


图 4 不同步长 LMS 算法收敛曲线

在恒模算法迭代过程中,步长因子也起着同样 重要的作用,μ值大,算法的收敛速度和跟踪速度 快,但收敛后的稳态误差偏大;μ值小,算法的收敛 速度和跟踪速度慢,但收敛后的稳态误差小。所以, 采用固定步长时,算法的收敛速度和收敛精度相互 制约。解决这一问题的最好方法是采用变步长来代替固定步长。在算法收敛初期,加大步长,加快收敛速度;在接近收敛时,减小步长,提高收敛精度。

目前用来控制步长的参量有 MSE、剩余误差的 自相关、剩余误差的峰度<sup>[14]</sup>、梯度矢量平均值<sup>[15]</sup>以 及输出信号功率等。其中,基于 MSE 的变步长算法 是以剩余均方误差作为调整步长的参量,相比于其 他几种算法物理概念更为简单,运算量也相对少 一些。

变步长恒模算法中抽头系数的迭代公式为  $W(n+1) = W(n) + \mu(n) \hat{x}(n) [R_2 - |\hat{x}(n)|^2] Y^*(n),$  (5)

式中 μ(n) 为可变步长, 其迭代形式为

 $\mu(n+1) = \alpha \times \mu(n) + \beta \times E[e^2(n)]$ , (6) 式中: $0 < \alpha < 1$ ,  $\alpha$  为控制步长的变化率; $\beta$  为比例因子,为了确保算法的收敛, $\beta$  的选取必须保证 $\mu(n)$ 的最大值小于步长的上界 $^{[13]}$ ; $\mu_{max} = 2/3$  tr R,R 为输入信号的自相关矩阵,tr R 为矩阵 R 的迹。采用式(6)而不是直接采用剩余误差与 $\mu$  的乘积主要是因为开始时刻稳态误差比较大,为了保证算法收敛稳态误差所乘因子相对就很小,这样步长因子就会随迭代次数快速变小而不能起到加快收敛速度的作用。而采用式(6)的变步长算法,可以通过因子 $\alpha$ 来控制步长的变化速率,并且若中间信道有变化使得稳态误差增大,同样能够增大步长因子,对加快收敛做出贡献。

#### 3 恒模算法的性能仿真

针对基于 MSE 变换的变步长恒模算法,在 4PAM 和 16QAM 调制系统中进行收敛性能仿真。

#### 3.1 4PAM 系统的仿真结果

仿真环境:输入信号采用 4PAM 调制方式,固定步长  $\mu$  为 0.002,其他参数与第一个实验条件相同。在应用 CMA 进行算法仿真时,为保证收敛,权值初始化的中心值设为 1,其余权值为 0;当采用变步长 CMA 算法时,初始步长  $\mu(1)=0.05$ ,  $\alpha=0.8$ ,  $\beta=0.000$  2。

图 5 为固定步长和变步长 CMA 算法对 4PAM 调制信号均衡前后的比较;图 6 为 2 种算法的收敛 曲线比较。由两图可以明显地看出:在保证同样的 稳态误差性能条件下,变步长 CMA 算法经 600 次 迭代运算后达到收敛,而固定步长 CMA 算法需要 迭代近1 000 次运算,因此,变步长算法能够很好地 提高算法的收敛速度。

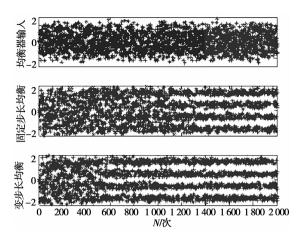


图 5 4PAM 信号均衡前后比较

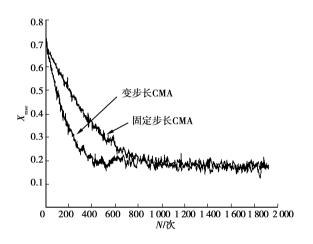


图 6 4PAM 信号收敛曲线比较

#### 3.2 16QAM 系统的仿真结果

文献[13]中给出了变步长 CMA 算法在 4QAM 调制系统中的仿真,得到了较好的均衡效果。笔者将 CMA 算法的应用推广到 16QAM 调制系统,它涉及到幅度调制和相位调制的混合应用,因此,需要通过星座图比较算法的均衡效果。

仿真环境:输入信号采用 16QAM 调制方式,固定步长  $\mu$  为 0.000 8,其他参数与第二个实验条件相同。当采用变步长 CMA 算法时,初始步长  $\mu(1)$  = 0.03, $\alpha$ =0.98, $\beta$ =0.000 5。

图 7 是均衡前的 16QAM 信号星座图,该星座图杂乱无章,误码较大,严重影响信号的检测。图 8、9 是对均衡后固定步长 CMA 算法和变步长 CMA 算法比较,可以明显看出,改进的变步长 CMA 算法的星座点更加集中清晰,即改进算法具有更小的稳态剩余误差和误码率。

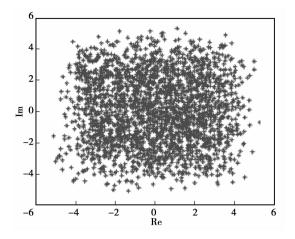


图 7 16QAM 信号均衡前星座图

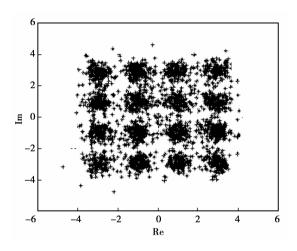


图 8 固定步长均衡后星座图

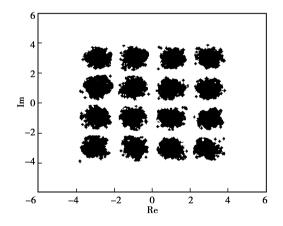


图 9 变步长均衡后星座图

图 10 为 2 种算法收敛曲线的比较,在相同稳态剩余误差的前提下,改进的变步长 CMA 算法能够更快地收敛。

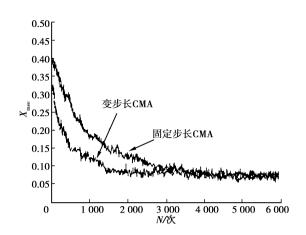


图 10 16QAM 信号收敛曲线比较

#### 4 结 语

在现有的各种盲均衡算法中,恒模算法的应用最为广泛,但其存在收敛速度慢、收敛性能差等缺点。针对传统固定步长恒模算法中收敛速度与收敛精度的矛盾,具体分析了改进的基于 MSE 变换的变步长恒模算法,分别在 4PAM 和 16QAM 通信系统中,对 2 种算法的性能进行了比较,表明改进算法提高了算法的收敛速度,减少了算法的剩余误差,具有很好的收敛性能。因此,改进的变步长恒模算法在工程实践中具有一定的指导意义与应用价值。

#### 参考文献:

- [1] 张贤达,保铮.通信信号处理[M].北京:国防工业出版 社,2000.
- [2] 邱天爽,魏东兴.通信中的自适应信号处理[M].北京: 电子工业出版社,2005.
- [3] GODARD D N. Self-recovering equalization and carrier-tracking in two-dimensional data communication systems[J]. IEEE Trans Commun, 1980, 28 (11): 1867-1875.
- [4] TREICHIAR J R, AGEE B. A new approach to multipath correction of constant modulus signals [J]. IEEE Trans ASSP, 1983,31(2):459-471.
- [5] QIU T S, TANG H, ZHAI D F. Capture properties of the generalized CMA in alpha stable noise environment [C] // Seventh International Conference on Signal Processing. Beijing: International Conference on Signal Processing, 2004: 439-442.
- [6] RAO W, HAN Y G, GUO Y C. A new family of combination blind equalization with a new constant

- modulus algorithm based on variable slope error function [C] // Eighth International Conference on Signal Processing. Guilin: [s. n.], 2006: 16-20.
- [7] ENEMAN K, MOONEN M. Iterated partitioned block frequency-domain adaptive filtering for acoustic echo cancellation [J]. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 2003, 11(2):143-158.
- [8] ATHURALIYA S A, GARTH L M. Quantized CMA equalization for shaped signal constellations [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(2):67-70.
- [9] LI N, GUO Y, GUO L. Property of the constant modulus algorithm to capture the weak signal[J]. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2003, 10(1):9-14.
- [10] 陶立伟. 基于恒模准则的盲均衡算法仿真[J]. 无线电工程,2007,37(3):22-24.

  TAO LI-WEI. Simulation of blind equalization algorithm based on constant modulus criterion [J]. Radio Engineering, 2007, 37(3):22-24.
- [11] 张思玉. 一种改进的变步长恒模算法[J]. 实验科学与技术,2006,4(1):25-27.

  ZHANG SI-YU. An improved CMA of varying step-size [J]. Experiment Science & Technology, 2006, 4(1):25-27.
- [12] HAYKIN S. 自适应滤波器原理[M]. 郑宝玉,译. 北京:电子工业出版社,2006.
- [13] 高丽娟,赵洪利,蒋太杰. 一种改进的变步长常数模算法[J]. 电子与信息学报,2007,29(2):283-286.
  GAO LI-JUAN, ZHAO HONG-LI, JIANG TAI-JIE.
  A modified variable step size constant modulus algorithm [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007,29(2):283-286.
- [14] 张立毅,刘婷,王华奎. 基于误差信号峰度的时变步长恒模盲均衡算法[J]. 计算机工程与应用,2006,42(6): 144-145.

  ZHANG LI-YI, LIU TING, WANG HUA-KUI. Variable step-size constant modulus blind equalization algorithm based on the kurtosis of error sequence[J]. Computer Engineering and Applications, 2006, 42(6): 144-145
- [15] 王宁才,王本平. 基于梯度矢量平均值的变步长恒模盲均衡算法[J]. 吉林大学学报,2007,25(2):151-154. WANG NING-CAI, WANG BEN-PING. Variable step-size constant modulus blind equalization algorithm based on square of average grads[J]. Journal of Jilin University, 2007,25(2):151-154.

(编辑 李胜春)