文章编号:1000-582X(2010)07-053-04

高重合度齿轮应力场有限元分析

尹 刚

(重庆大学资源及环境科学学院;西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室,重庆 400044)

摘 要:基于弹塑性接触有限元理论,建立了高重合度齿轮副的三维静态有限元分析模型,运用牛顿-拉普森方法进行求解,得到了高重合度斜齿轮接触应力沿接触线的分布状态。通过实例分析了啮合数对齿间载荷分配系数的影响,研究了不同摩擦系数时摩擦应力的分布状态。对有限元分析结果与 Hertz 公式计算值对比显示,前者计算的最大接触应力小于 Hertz 应力。运用分块 Lanczos 法分析了小齿轮的模态,计算了低阶固有频率和主振型。

关键词:齿轮;接触分析;应力分布;有限元;固有频率 **中图分类号:**TH132 **文献标志码:**A

Finite element analysis of high contact-ratio gear stress field

YIN Gang

(College of Resources and Environmental Sciences; Key Laboratory for the Exploitation of Southwest Resources and the Environmental Disaster Control Engineering, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: Based on the elastic contact finite element method(FEM), three-dimensional static contact model of high-contact-ratio gears is established. The Newton-Raphson(NR) method is used to get the contact stress. Load distribution factor of gear teeth and the influence of different friction coefficients were achieved by the FEA. Comparison with Hertz contact stress, the maximum contact stress is less than Hertz stress. Natural frequencies and major modes of the gear are calculated by the Lanc20s method, and the results provided theoretical basis for the design and application of helical involute gear.

Key words: gears; contact analysis; stress distribute; finite element method; natural frequency

高速齿轮传动具有重合度大、转速高等特点,其 强度较普通齿轮受更多因素的影响,传统的半经验 半公式的强度计算方法很难真实反映齿面受力的真 实情况,随着有限元分析技术(FEA)的发展,不少学 者致力于齿轮副力学分析数值化的研究,如文献[1] 考察了高速行星传动内齿圈的应力分布,文献[2-4] 讨论了齿轮副有限元仿真分析的建模方法,文献[5] 分析了宽斜齿轮的应力分布,相关的研究多证明有 限元方法的可靠性,直观地给出了齿面应力分布状态。高重合度齿轮副齿向载荷分配、齿间载荷分配 数值化研究却鲜有报道。

笔者在三维弹塑性接触有限元理论的基础上, 分析齿轮的啮合特性,研究高重合度齿轮静态应力 沿接触线的分布规律和重合度变化的影响,并对高 速级小齿轮的模态进行分析计算,以期为动力学分 析提供必要的依据。

收稿日期:2010-02-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50728504)

作者简介:尹刚(1964-),男,重庆大学研究员,主要从事机械系统的分析和控制,以及工业自动化的研究,(E-mail) qksgear@yahoo.cn。

1 齿轮副的有限元模型

1.1 有限元模型的建立

齿轮材料牌号选用 17CrNiMo6,其密度 ρ = 7 800 kg/m³,弹性模量 E=2.06×10⁵ MPa,泊松比 μ =0.3,其接触疲劳极限 σ_{Hlim} =1 500 MPa,弯曲疲劳极限 σ_{Flim} =500 MPa。

三维有限元计算复杂,考虑硬件的计算能力,只 取参与啮合的几对齿进行处理,以保证接触区域的 计算精度和分析效率,简化模型如图1所示,几何参 数如表1所示。

齿数比	压力角/(°)	模数	齿宽/mm
120/24	20	2.5	50

齿轮参数

表 1



图 1 齿轮副三对齿啮合的网格模型

1.2 网格划分

渐开线沿螺旋线扫描得到的齿面可以采用四面 体单元和六面体单元。但后者的计算精度比同尺寸 的四面体单元高1~2个数量级,而且划分的网格更 加规则、整齐,因此,采用 3D-20节点实体单元 Solid95,该类型单元具有良好的单元位移柔顺性。 三对齿啮合模型划分为199625个单元,220474个 节点;四对齿啮合模型划分为238856个单元, 252086个节点。将参与啮合的轮齿齿廓面设置接 触对,使小齿轮的齿面为接触面,大齿轮齿面为目 标面。

1.3 施加边界条件及载荷

分别在小、大齿轮的轴心建立柱坐标系 O_1 、 O_2 , 将齿轮上的节点分别转化到各自的柱坐标系下,X、 Y、Z 分别代表半径方向 R、圆周转动方向 θ 和轴向 Z。简化模型的约束施加在轮齿的内孔圆周面上, 大齿轮内孔表面进行全约束;约束小齿轮内孔表面 的径向、轴向自由度(X 向、Z 向),保留其绕轴线旋 转的自由度(Y 向)。载荷通过将力矩转化为作用在 小齿轮内孔边界节点沿圆周方向运动的等效节点力 施加。

2 齿面应力分布研究

2.1 载荷对接触应力分布的影响

在参数设置相同的情况下,改变齿轮副的负载, 分析载荷对同一啮合时刻接触状态和接触应力的影 响。如图2(a)、(b)、(c)分别是齿轮副在扭矩1.837、 541、211 Nm时接触应力沿接触线的分布情况。

分析可知,载荷加大,接触线 S 增长;在 3 颗齿 啮合时,第 2 颗齿承受较大的载荷;如图所示,齿端 接触应力较大,为了避免产生应力集中,工程实际中 通常对其进行端修处理。经计算,重载时 3 颗齿承 受的扭矩分别为 376.5、970.0、490.7 Nm,其齿间载 荷比为 20.5%:52.8%:26.7%。中载场合下的齿 间载荷比为:17.8%:50.5%:31.7%。低载荷时的 齿间载荷分配比为:17%:49.6%:33.4%。



2.2 重合度对应力分布的影响

如图 3 所示,给出了同载荷下三对齿、四对齿啮

54

合时的节点接触应力沿接触线的分布情况。在第 2、3 颗齿接触线的中间部分接触应力较大,应力沿接触线 呈先增大后减小的趋势。三齿啮合时的齿间载荷分 配比为:18.7%:50.6%:30.7%,四齿啮合时的齿间 载荷分配比为:10.5%:32.7%:44.8%:12%。



图 3 应力沿接触线分布

2.3 摩擦系数对应力的影响

在其他参数相同的情况下,分析摩擦系数对接 触应力的影响,图4为摩擦系数μ分别为0.1和0.2 时摩擦产生的应力。



图 4 摩擦应力沿轴向的分布

3 数值计算与解析解的对比

3.1 Hertz 接触应力及弯曲应力基本值的计算

渐开线齿轮的啮合,可以看做是分别以两齿廓 在接触点处的曲率半径为半径的两圆柱体间的接 触,因此,传统齿面接触应力基本值的计算是以 Hertz公式为基础建立的。计算公式如下^[15]:

$$\sigma_{H^0} = Z_H Z_E Z_{\varepsilon} Z_{\beta} \sqrt{\frac{F_i}{bd_1} \frac{i+1}{i}} \,. \tag{1}$$

弯曲应力基本值的计算如下[15]:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{bm_n} Y_F Y_S Y_{\beta \circ}$$
⁽²⁾

3.2 对比结果

表 2 中列出了施加不同载荷下的基本应力和仿 真结果。

表 2 有限元与解析值的应力对比 MPa

载荷	接触 对号	最大应力数值解		解木	解析解	
编号		接触应力	齿根应力	σ_{H^0}	σ_F	
	1	1 222	930	1 546	1 280	
1	2	1 344	830	1 546	1 280	
	3	1 589	435	1 546	1 280	
	1	460	137	517	148.7	
2	2	280	163	517	148.7	
	3	243	82	517	148.7	

4 模态求解与分析

模态求解能够确定齿轮的固有频率及振型,有 利于掌握齿轮的动态特性,以避免原动机频率上的 激励,从而减小振动和噪声。由文献[16]可知齿轮 的振型通常有:圆周振、扭振、对折振、弯曲振等。

以小齿轮参数为例进行分析。固定约束齿轮内 孔圆柱面上的所有节点,选择 Block Lanczos 方法, 该方法收敛速度快,精确度较高。一般来说,相对激 振频率较低的振型更重要一些。表3给出了前五阶 模态的频率和振型,图5给出了第一阶和第三阶的 振型图。

表 3 前五阶固有频率和振型

• ·		
模态号	分析频率/Hz	主振型
1	45 370	圆周振
2	49 273	圆周振
3	49 804	对折振
4	49 806	对折振
5	51 295	圆周振

分析表明:圆周振是发生共振可能性最大的一种振型,固有频率大大超过了原动机的激励频率,故不会发生共振现象。

5 结 语

1)建立了齿轮副的有限元模型,得到了重载、中载、轻载3种载荷齿面接触应力的分布状态;研究了



图 5 振型图

3 对齿啮合和四对齿啮合时的齿间载荷分配比分别 是 18.7%:50.6%:30.7%和 10.5%:32.7%: 44.8%:12%,分析了摩擦系数对应力的影响。通过 对有限元结果和解析值的对比,认为数值分析结果 可靠。

2)对小齿轮的模态进行了分析,认为其发生共振可能性最大的振型是圆周振型。

3)用有限元软件分析齿轮,可以方便地处理复 杂的边界条件及实际工况,提高齿轮副的计算精度, 方便进行齿轮副的优化设计、可靠性设计,能够得到 更符合使用工况的应力场和应变场。

参考文献:

- [1] GE N, ZHANG J. Finite element analysis of internal gear in high-speed planetary gear units [J]. Transactions of Tianjin University, 2008, 14 (1): 1-15.
- [2] 吴忠鸣,王新云,夏巨堪,等. 基于 ANSYS 的直齿圆锥 齿轮建模及动态接触有限元分析[J]. 机械传动, 2005,29(5):49-52.

WU ZHONG-MING, WANG XIN-YUN, XIA JU-KAN, et al. Modeling and dynamic FEA technology of bevel spur based on ANSYS[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2005, 29(5): 49-52.

[3] BAUD S, VELEX P. Static and dynamic tooth loading in spur and helical geared systems-experiments and model validation [J]. Drive System Technique, 2004, 18(6):25-36.

- [4] LI Q, WENG H S, LIU L J. Creation of the Finite element model of complicated structure cylindrical involute internal spur gear[C]//2008 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, Oct. 20-22, 2008, Changsha, China. [S. l.]: IEEE, 2008: 585-588.
- [5]尚振国,王华. 宽斜齿轮修形有限元分析[J]. 农业机械学报, 2009, 40(2): 214-219.
 SHANG ZHEN-GUO, WANG HUA. Finite element analysis of modified wide helical gears[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(2): 214-219.
- [6] TIAN Y T,LI C X, TONG W, et al. A finite-elementbased study of the load distribution of a heavily loaded spur gear system with effects of transmission shafts and gear blanks[J]. Journal of Mechanical Design, 2003, 125(9): 625-633.
- [7] HEDLUND J, LEHTOVAARA. A parameterized numerical method for generating discrete helical gear tooth surface allowing non-standard geometry [J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2008, 222(6):2041-2983.
- [8] LITVIN F L, FUENTES A, GONZALES-PEREZ I, et al. Modified involute helical gears: Computerized design, simulation of meshing and stress analysis[J]. Computer Methods Applied Mechanics and Engineering, 2003, 192(33/34): 3619-3655.
- [9] Manufacturers Association (AGMA). It's all about the science at gear research institute[J]. Gear Technology, 2006,23(6): 28-30.
- [10] ROMLAY F R M. Modeling of a surface contact stress for spur gear mechanism using static and transient finite element method[J]. Structural Durability and Health Monitoring, 2008, 4(1):19-27.
- [11] 张永友. 静态与冲击载荷作用下偏斜齿轮的有限元分析[J]. 计算机测量与控制,2006,14(12):1729-1747.
 ZHANG YONG-YOU. An finite element analysis on leaned gear[J]. Computer Measurement and Control, 2006, 14(12): 1729-1747.
- [12] PARKER R G, AMBARISHA V K. Nonlinear dynamics of planetary gears using analytical and finite element models[C] // 2007 Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, September 4-7, 2007, Las Vegas, United states. Las Vegas, United states: American Society of Mechanical Engineers, 2008, 487-504.
- [13] YAN G P, LIU Z L, HU S A. Parameter modeling and finite element contact analysis of large-scale marine

herringbone gears pair [C] // Proceedings of the International Conference on Mechanical Transmissions, Sep. 26-30, 2006, Chongqing, China. Chongqing, China: Science Press, 2006: 134-139.

- [14] MLYOSHI Y, TOBISAWA K, SAIKI K. Composite analysis method of tooth contact load distribution of helical gear [C] // 2007 ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Sep. 4-7 2007, Las Vegas, NV, United States. Las Vegas, NV, United States: ASME, 2008: 173-180.
- [15] 朱孝录, 鄂中凯.齿轮承载能力分析[M].北京:高等教 育出版社, 1992:143-170.
- [16] 刘辉,吴昌林,杨叔子. 基于有限元法的斜齿轮体模态 计算与分析[J]. 华中理工大学学报, 1998, 26(11): 75-77.

LIU HUI, WU CHANG-LIN, YANG SHU-ZI. Calculation and Analysis of a mode for helical gear based on FEM[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1998, 26(11): 75-77.

(编辑 王维朗)

(上接第34页)

[7] 葛利嘉,曾凡鑫. 超宽带无线通信[M]. 北京:国防工业 出版社,2006.

ゆむむむむむむむむむむむむむむむ

- [8] BAUM C E, STONE A P, TYO J S. Ultra-wideband, short-pulse electromagnetics 8 [M]. [S. l.]: Springer Press, 2007.
- [9] SCHOENBACH K H, NUCCITELLI R, BEEBE S J. Zap [J]. IEEE Spectrum, 2006, 43(8): 20-28.
- [10] BAUM C E, FARR E G. Impulse radiating antennas. Ultra-wideband, short-pulse electromagnetics[M]. [S. l.]: Springer Press, 1993.
- [11] ALTUNC S, BAUM C E, CHRISTODOULOU C E. et al. Focal waveforms for various source waveforms driving a prolate-spheroidal impulse radiating antenna [J]. Radio Science, 2008, 43(4): 327-335.
- [12] BAUM C E. Focal waveform of a prolate-spheroidal impulse-radiating antenna (IRA) [J]. Radio Science, 2007, 42(6):27-36.
- [13] XIAO S, MIGLIACCIO M A, CAMP J T, et al. A wide-band focusing system for bioelectric applications [C] // 16th International Pulsed Power Conference Proceeding, June 17-22, 2007, Albuquerque, NM. [S. l.]: IEEE, 2007:105-110.

- [14] 邓扬建,林为干,赵愉深.聚焦口径轴向电磁能的研究
 [J].电子科技大学学报,1994,23(6):595-601.
 DENG YANG-JIAN, LIN WEI-GAN, ZHAO YU-SHEN. Axial electromagnetic energy from focused apertures [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 1994, 23 (6): 595-601.
- [15] 肖辰飞,吕善伟,吴东梅,等. 椭球反射面聚焦天线的设 计和仿真[J]. 电子测量技术,2006,29(5):21-23.
 XIAO CHEN-FEI, LV SHAN-WEI, WU DONG-MEI, et al. Design and simulation of elliptical reflector antenna [J]. Electronic Measurement Technology, 2006, 29(5):21-23.
- [16] 杨可忠. 现代面天线新技术[M]. 北京:人民邮电出版 社,1993.
- [17] MALONEY J G, SMITH G S. Optimization of a conical antenna for pulse radiation. An efficient design using resistive loading [J]. IEEE Transactions on Antennas Propagation, 1993, 41(7): 940-947.

(编辑 王维朗)