

文章编号:1000-582x(2001)02-0081-04

# 连铸薄板坯的二维热弹塑性蠕变应力模型<sup>\*</sup>

陈登福, 刘人达, 颜广庭

(重庆大学材料科学与工程学院, 重庆 400044)

**摘要:**薄板坯连铸是目前世界各国竞相发展的重大新技术。其技术的重要关键是保证薄板坯具有良好质量,铸坯的裂纹缺陷较少。针对这一目的,文中建立了薄板坯连铸二维热弹塑性蠕变应力(TEPC)模型。给出了高温蠕变条件下薄板坯弹性区、塑性区和过渡区的应力应变本构关系及考虑高温蠕变因素的等效塑性应变增量的表达式。给出了较准确的应力模型边界条件。TEPC模型具有较高精确性,可用于分析高温铸坯中的应力应变状态。

**关键词:**薄板坯;连铸;弹塑性;高温蠕变

**中图分类号:**TF 777

**文献标识码:**A

连铸时铸坯的高温应力应变状态对其质量(特别是裂纹)有重要影响。裂纹造成废品的比例很高,约占整个缺陷废品的50%<sup>[1]</sup>。薄板坯连铸,由于拉速高、坯壳薄、冷却强度大,与常规连铸比较其坯壳内承受了更大的应力。因此薄板坯连铸更易产生裂纹。为此,建立薄板坯的高温应力模型,研究其应力应变状态,减轻产生裂纹的可能性,探讨铸机工艺和设备参数对铸坯质量的影响等就具有重要意义。

在铸坯高温应力模型的研究方面,到目前为止较全面的研究工作不多。已作的工作可分为3个方面,即建立铸坯的热弹性模型、热弹塑性模型和极少的弹塑性蠕变模型。

热弹性模型由于不能从本质上反映铸坯的变形特征,因而研究得不多。热弹塑性模型的研究<sup>[2~5]</sup>主要涉及到铸坯的应力分析、某些工艺及设备参数对铸坯应力状态影响等方面。采用蠕变理论分析铸坯变形的文献,主要集中在用梁或板的弯曲理论来研究铸坯的鼓肚现象<sup>[6~8]</sup>。而用于建立蠕变模型分析铸坯断面温度场和应力场的文献很少。薄板坯连铸方面,仅有文献<sup>[5]</sup>讨论了漏斗结晶器的热和机械行为,研究了给定应力水平与结晶器锥度、铸坯裂纹指数的关系。

## 1 TEPC模型的基本方程

### 1.1 TEPC模型的基本假设

1) 忽略拉坯方向上的传热与变形,薄板坯连铸为二维平面应变问题。2) 材料满足小变形理论,弹性变形与塑性变形属同一数量级。3) 材料是各向同性和均匀的,其力学性能随温度而变化。4) 用 Prandtl Reuss 流动增量理论描述铸坯屈服时的应力应变增量关系。5) 用 Von Mises 屈服准则描述铸坯的屈服。6) 连铸时铸坯表面受夹辊支承和热应力等的反复作用而发生硬化,其硬化遵从各向同性硬化理论。

### 1.2 平衡方程

薄板二维铸坯断面,在静力平衡条件下满足于平衡方程。

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial j} + F_i = 0 \quad (i, j = x, y) \quad (1)$$

式中,  $\tau_{xy}$  为剪应力,  $\sigma_x, \sigma_y$  为正应力。

### 1.3 几何方程

薄板坯变形后保持着其整体性和连续性,其变形是协调的。其应变协调方程为:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial y \partial x} \quad (2)$$

式中,  $\gamma_{xy}$  为剪应变,  $\epsilon_x, \epsilon_y$  为正应变。

### 1.4 本构方程

薄板坯断面在其弹性区域内,应力应变本构关系满足广义虎克定律。

\* 收稿日期:2000-09-17

作者简介:陈登福(1963-),男,四川岳池人,重庆大学副教授,博士。主要研究:连续铸钢、钢冶金、资源利用与环保。

$$d\epsilon_{ij}^e = dS_{ij}/(2G) \quad (i, j = x, y) \quad (3)$$

式中,  $S_{ij}$  为应力偏量,  $G$  为剪切弹性模量。

在塑性区域内, 其应力应变本构关系可由 Prandtl Reuss 方程表示。

$$d\epsilon_{ij} = dS_{ij}/(2G) + d\lambda S_{ij} \quad (i, j = x, y) \quad (4)$$

$$d\lambda = \frac{3}{2} \cdot \frac{d\bar{\epsilon}^p}{\bar{\sigma}} \quad (5)$$

其中,  $d\bar{\epsilon}^p$  为等效塑性应变增量;  $\bar{\sigma}$  为等效应力。

### 1.5 高温蠕变问题

薄板坯凝固过程中, 处于相当高的温度状态。不论是弹性或塑性变形都可能随时间的变化而变化(蠕变)。铸坯高温蠕变的应力应变与温度有关。薄板坯的应变速率较小, 其蠕变可用高温蠕变方程<sup>[6, 8, 9]</sup>描述。

$$\dot{\epsilon}^c = A \exp(-Q/RT) \tau^a \bar{\sigma}^m \quad (6)$$

式中,  $A, a, m$ —蠕变常数值。对 16Mn 钢选用的值<sup>[6]</sup>为:  $A = 0.4045, m = 1.5$ 。一冷和二冷区处于第一蠕变阶段,  $a$  值为 0.25; 矫直区域,  $a$  值为 1<sup>[10]</sup>。 $Q$  为蠕变激活能, 102.4 kJ/mol。 $\tau$  为循环蠕变时间,  $s$ 。 $T$  为绝对温度, K。 $R$  为气体常数, 8.314 J K<sup>-1</sup> mol<sup>-1</sup>。 $\bar{\sigma}$  为等效应力, N/cm<sup>2</sup>。 $\bar{\epsilon}^c$  为等效蠕变应变。

## 2 薄板坯 TEPC 模型的矩阵表达

根据应变增量理论, 薄板坯热弹塑性蠕变条件下的全应变可用矩阵表达, 即

$$d\{\epsilon\} = d\{\epsilon^e\} + d\{\epsilon^p\} + d\{\epsilon^c\} + d\{\epsilon^T\} \quad (7)$$

式中,  $d\epsilon^e$ —弹性应变增量,  $d\epsilon^p$ —塑性应变增量,  $d\epsilon^c$ —蠕变应变增量,  $d\epsilon^T$ —热应变增量。

平面应变条件下, 薄板坯 TEPC 模型中应力应变本构关系的矩阵表达式为:

#### 1) 弹性区

$$d\{\sigma\} = [D_e](d\{\epsilon\} - d\{\epsilon^c\} - d\{\epsilon_0^T\}) \quad (8)$$

#### 2) 塑性区

$$d\{\sigma\} = [D_{ep}](d\{\epsilon\} - d\{\epsilon_0^T\}) - [D_e]d\{\epsilon^c\} + d\{\sigma_0^T\} \quad (9)$$

#### 3) 过渡区

薄板坯的某些单元(过渡区)在采用逐次加载法计算时, 将在前后两步加载过程中屈服。对此采用与塑性区相似的方法处理保证模型精度。即过渡区的等效弹塑性矩阵为

$$[\bar{D}_{ep}] = \rho [D_e] + (1 - \rho) [D_{ep}] \quad (10)$$

式中  $\rho$  为加权系数。对过渡区,  $0 < \rho < 1$ 。

热弹塑性蠕变状态下, 铸坯的等效塑性应变增量为

$$d\bar{\epsilon}^p =$$

$$\frac{M^T [D_e] (d\{\epsilon\} - M^T [D_e] d\{\epsilon_0^T\}) - J dt - M^T [D_e] M d\bar{\epsilon}^c}{H' + M^T [D_e] M} \quad (11)$$

以上公式中,  $[D_e]$  为弹性矩阵,  $[D_{ep}]$  为弹塑性矩阵。 $H'$  为硬化系数,  $H$  为硬化函数,  $t$  为铸坯某单元内的温度。并且

$$M = \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial |\sigma|} \right) \quad J = \frac{\partial H}{\partial t}$$

TEPC 模型中, 考虑了薄板坯连铸的卸载问题。在分步加载过程中, 由于周围单元的屈服, 可能会引起某些已屈服单元处于卸载状态 ( $d\bar{\epsilon}^p < 0$ )。此时, 这些单元的本构关系服从弹性阶段的广义虎克定律, 对薄板坯的这些单元应按弹性矩阵重新计算。

## 3 薄板坯 TEPC 模型的边界条件

### 3.1 钢水静压力及内边界条件

考虑铸坯冷却及受力的对称性, 取铸坯的 1/2 断面分析。凝固之前, 铸坯内边界上受到钢水静压力的作用, 见图 1。内边界条件为: (a) 内弧内边界:  $P_x = 0, P_y = -P$ 。(b) 外弧内边界:  $P_x = 0, P_y = P$ 。(c) 侧面内边界:  $P_x = P, P_y = 0$ 。(d) 内弧内边界角部:  $P_x = P, P_y = -P$ 。(e) 外弧内边界角部:  $P_x = P, P_y = P$ 。这里,  $P$  为钢水静压力。 $P_x, P_y$  为  $x, y$  方向上的静压力分量。完全凝固后不存在内边界,  $P$  为零。另外, 模型中还考虑了铸坯断面上内弧、外弧及侧面凝固前沿钢水静压力的差别。

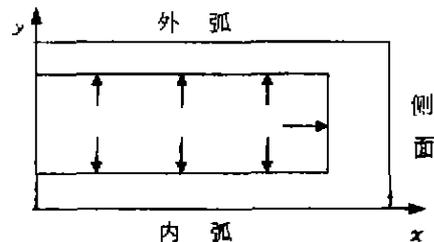


图 1 铸坯断面上钢水静压力作用示意图

### 3.2 结晶器支承条件

1) 上部紧密接触。器壁支承铸坯。2) 中部间隔接触。3) 下部出现气隙。器壁不支承铸坯。4) 结晶器长度方向上, 内弧、外弧和侧面开始出现气隙的位置不同。

### 3.3 二冷区支承条件

1) 铸坯与夹辊接触区。宽面内外弧夹辊支承铸坯。2) 夹辊以外区域, 外边界自由。3) 拉坯辊区。(a) 按夹辊支承条件处理。(b) 按夹辊对铸坯的正压力已

知处理。4) 矫直辊区。按矫直辊的实际矫直力处理。

### 3.4 外边界条件

1) 结晶器和二冷区支承时:(a) 内弧外边界:位移  $u \neq 0, v = 0$ 。(b) 外弧外边界:  $u \neq 0, v = 0$ 。(c) 侧面外边界:位于结晶器区时,  $u = 0, v \neq 0$ 。位于二冷区支承时,  $u \neq 0, v \neq 0$ 。(d) 角部外边界:边界条件与相邻的内弧、外弧、侧面的条件相同。此处,  $u、v$  分别为  $x、y$  方向上的位移。

2) 结晶器区间隔接触时:当计算次数为偶数时边界条件与支承情况相同。次数为奇数时边界条件与非支承情况相同。

3) 在结晶器和二冷区非支承时:外边界条件为  $u \neq 0, v \neq 0$ 。

4) 处于拉坯和矫直辊区时:(a) 侧面外边界自由。  $u \neq 0, v \neq 0$ 。(b) 内弧外边界:  $P_y \neq 0$  且已知, 为正值。此时  $u \neq 0, v \neq 0$ 。(c) 外弧外边界:  $P_y \neq 0$  且已知, 为负值。此时  $u \neq 0, v \neq 0$ 。(d) 角部外边界:边界条件与相邻内弧、外弧、侧面条件相同。

5) 铸坯横断面垂直于宽面和侧面的对称中心线上:两侧面的冷却对称, 宽面的冷却基本对称。故垂直于宽面的对称中心线上坯壳沿宽面方向变形的位移为零, 即  $u = 0, v \neq 0$ 。垂直于侧面的对称中心线上坯壳沿厚度方向变形的位移为零, 即  $u \neq 0, v = 0$ 。

## 4 计算实例

对建立的薄板坯 TEPC 应力模型,用有限元法编制计算软件计算,可获得不同拉速、铸机的不同部位坯壳中的裂纹形成指数  $R$  (等效应力与高温强度之比)、第一主应力和主应变等的变化规律。可获得铸机的设备参数对铸坯内应力应变状态的影响规律。图2、图3为薄板坯连铸时(条件为:16Mn 钢、断面尺寸为  $60 \text{ mm} \times 900 \text{ mm}$ 、拉速为  $5.5 \text{ m/min}$ 、直弧形结晶器),分别离结晶器钢液面距离( $Z$ )为  $1.56 \text{ m}$  和  $6.02 \text{ m}$ 、两夹辊间水冲击区与水聚集蒸发区交界处宽面坯壳中  $R$  值的变化规律。从图中(图2和图3中曲线  $R$  值的间隔分别为  $0.2$  和  $0.1$ ,铸坯宽面和侧面长度的坐标值单位为  $\text{mm}$ )看出,铸坯宽面中心靠近凝固前沿部位  $R$  值较高,说明这些区域相对容易产生裂纹。距离  $Z$  值越小,坯壳的断面温差愈大,其应力水平与  $R$  值相对越大;由于二冷初期侧面也有喷水,因而侧面区域的  $R$  值也较高。

## 5 结论

文中建立了薄板坯连铸二维平面应变问题的热弹

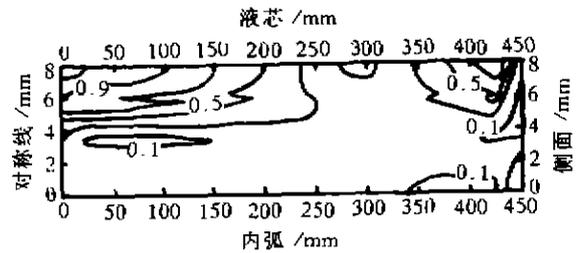


图2 凝固中宽面坯壳中的  $R$  值( $Z=1.56 \text{ m}$ )

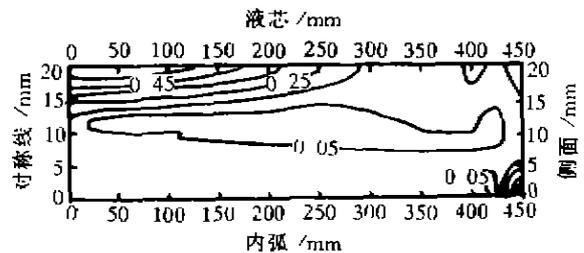


图3 凝固中宽面坯壳中的  $R$  值( $Z=6.02 \text{ m}$ )

塑性蠕变应力(TEPC)模型。给出了 TEPC 模型的基本方程,给出了高温蠕变条件下薄板坯弹性区、塑性区和过渡区的应力应变本构关系以及考虑高温蠕变因素的等效塑性应变增量的表达式。模型中还考虑了连铸的卸载问题。

针对薄板坯连铸的特点,给出了应力模型的边界条件。边界条件包括结晶器和二冷区坯壳的内边界的受力条件;外边界被支承、自由位移和拉坯及矫直时等的受力条件;铸坯冷却对称等条件。

由于考虑了铸坯的蠕变机制和采用了较准确的边界条件,因此本文中建立的 TEPC 应力模型具有较高的精确性。其 TEPC 模型可用于分析薄板坯、板坯的高温应力应变状态,对方坯的应力分析也基本适用。

### 参考文献:

- [1] 蔡开科,邵璐,刘新华. 水平连铸凝固壳热应力模型研究[J]. 钢铁研究学报, 1993, 5(2):1-8.
- [2] 刘俊江,张凤禄. 水平连铸圆坯热弹塑性应力模型[J]. 冶金能源, 1992, 11(3):47-53.
- [3] 阎小林,宁宝林. 连铸坯热应力状态的数值模拟[J]. 东北工学院学报, 1989, 10(1): 91-97.
- [4] GUNTER F, JUNGEN R B, FRANZ N F, et al. Coupled Thermal and Stress-strain Models for the Continuous Casting of Steel[J]. Steel research, 1993, 64(5):246-254.
- [5] ALDO R. Thermal-mechanical Behavior of the Solidified Shell in a "Funnel-shaped" Mold for Continuously Casting of Thin Slab[J]. Steel research, 1988, 59(10):438-448.
- [6] 王朕增. 连铸板坯的“鼓肚”、应变与设备工艺参数的关

