

文章编号:1000-582x(2001)03-0012-03

## 0-1 规划在投资组合中的应用

管昕武<sup>1</sup>, 任强<sup>2</sup>, 邹文超<sup>2</sup>, 曾立平<sup>1</sup>, 易树平<sup>1</sup>

(1. 重庆大学机械工程学院, 重庆 400044; 2. 重庆长安汽车股份有限公司, 重庆 400023)

**摘要:** 针对现有无风险投资组合在实际应用中存在的问题, 建立了无风险投资组合的 0-1 规划优化模型, 研究了优化模型的约束方程, 并开发了相应的软件系统进行模型求解。实例分析表明, 该优化模型可有效地解决无风险投资组合的优化求解问题。

**关键词:** 0-1 规划; 投资组合; 优化模型

**中图分类号:** O 224

**文献标识码:** A

投资战略是企业发展战略的重要组成部分。投资是指预先投入一定的要素或资源, 以期在未来取得收益的经济行为。投资组合是提高投资收益, 分散或弱化投资风险的有效手段, 广泛应用于企业投资战略规划 and 证券分析领域, 作者主要讨论投资组合在企业投资战略中的应用。一般情况下, 可供企业投资的项目会有多个, 可供投资的项目虽然都已经过论证, 但各个项目之间依然存在着收益水平的差距, 如收益率不同, 收益的绝对大小不同等。因此, 在资金总量一定的前提下, 选择总体收益最大的投资项目组合是提高投资收益的有效方法。

### 1 企业投资组合决策中存在问题的分析

在进行多项目投资组合选择时, 现行的方法是人工判定, 选择一组项目组合, 一旦可供投资的项目数量增多, 如超过 10 个, 很难确定最佳投资项目组合。另外, 当存在约束条件时, 人工判定的方法更是无从下手。因此, 为保证企业健康良好的发展, 亟需一套科学有效、简便易行的投资组合分析及求解方法以便为决策提供依据, 把有限的资金、物力和人力资源配置到经济效益最好的项目上去, 达到最大限度地提高资源的利用效率, 最终增强企业的竞争力。

### 2 投资组合的线性规划模型

#### 2.1 线性规划

线性规划是运筹学中的一个重要分支, 广泛地应用于生产管理和经营决策活动中, 主要用于研究解决有限资源的最佳分配问题。其标准型式如下:

$$\begin{aligned} \max z = & \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s.t.} \left\{ \begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &= b_i \\ x_j &\geq 0 \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (1)$$

$(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$

##### 2.1.1 整数规划

线性规划模型一般是连续型的, 因此决策变量允许取分数值。然而对于某些实际问题, 它们的决策变量必须是整数才有意义, 如: 产品件数、工作人数、装货的车数等。对于纯整数线性规划, 其模型为:

$$\begin{aligned} \max z = & \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s.t.} \left\{ \begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i \\ x_j &\geq 0, x_j \text{ 是整数} \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (2)$$

$(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$

##### 2.1.2 0-1 规划

0-1 规划是纯整数线性规划中的特殊情形, 它的变量  $x_j$  仅取 0 或 1。本文讨论的 0-1 规划的型式为:

收稿日期: 2000-12-20

基金项目: 重庆市科委基金资助项目(98-5020)

作者简介: 管昕武(1969-), 男, 四川江油人, 重庆大学讲师。主要从事先进制造技术和信息技术研究工作。

$$\begin{aligned} \max z &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s. t. } &\begin{cases} a_{ij} x_j \leq b_i \\ x_j = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases} \quad (3) \\ &(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

2.2 无风险投资组合的 0-1 规划模型

一个投资项目是否纳入投资组合只存在两种情况：要么接受该项目，要么拒绝该项目。据此，用 0-1 规划来解决投资组合问题符合实际情况。下面讨论 0-1 规划模型的建立。

2.2.1 决策变量的确定

由于项目的不可分性，以某投资项目  $x_j$  的取舍为决策变量，数学上的表达为：

$$\begin{aligned} x_j &= 0 && \text{该项目被拒绝} \\ x_j &= 1 && \text{该项目被接受} \end{aligned}$$

确定  $x_j$  的值，就得到求解的投资组合方案。

2.2.2 目标函数的建立

反映项目经济效益或盈利水平的指标有：投资收益率、净现值、净年值、净现值率、内部收益率等等。按照利润绝对值最大化的原则来拟定目标函数，采用净现值指标来衡量项目组合的利润水平。净现值指标不仅考虑了资金的时间价值，而且它还考察项目整个计算期内的现金流量综合结果，能比较全面地反映投资项目的经济效益状况，是一个综合性的动态评价指标。

目标函数为：
$$\max z = \sum_{j=1}^n NPV_j \cdot x_j \quad (4)$$

式中： $NPV_j$ —项目  $j$  的净现值； $j = 1, 2, \dots, n$ ； $n$ —参与优化项目数量。

2.2.3 约束条件

企业在进行投资组合优选时总会因资金总量限制或投资方向调控等因素使得优化工作存在一定约束条件，这些约束条件形成优化模型的约束方程组。下面分别分析可能的约束方程组。

1) 资金限额约束

但是在实际的经济活动中，无论是企业本身的自有资金，还是企业外部筹措的资金，都是有一定限度的。在有限的资金约束下，选择一个项目，意味着可能要放弃其它的可选项，即项目之间存在着互斥关系。

在有资金限额的情况下，约束条件为：

$$\sum_{j=1}^n k_j x_j \leq b \quad (5)$$

式中： $k_j$ —项目  $j$  的投资额； $b$ —资金约束总量。

2) 项目组的上下界约束

式(5)表示了由资金限额约束引起的项目间的互

斥关系。而在某些时候，某一组相关项目之间可能存在上下界约束关系。例如：企业为进行投资方向的控制，会对某一方向的投资项目进行控制，约束条件如下：

$$\begin{aligned} \text{上界约束} \quad &x_1 + x_2 + \dots + x_k \leq n \\ \text{下界约束} \quad &x_1 + x_2 + \dots + x_k \geq n \end{aligned} \quad (6)$$

式中： $n$ —约束上界或下界。

式(6)表示一组项目中纳入投资组合的项目个数不超过  $n$  个，或不少于  $n$  个。

3) 相互依存项目的约束

有时项目之间是紧密联系的，如项目和它的配套项目，两者要么同时选取，要么同时舍弃。它的约束条件为：

$$x_i = x_j \quad (i \neq j) \quad (7)$$

4 互斥约束

某些项目之间存在互斥关系，不能同时纳入投资组合，约束表达式为：

$$x_i + x_j = 1 \quad (i \neq j) \quad (8)$$

该约束可转化为上界约束。

5) 项目的指定约束

对于某些项目，因种种原因，可能被直接指定为必选或必不选入投资组合。用数学语言描述为：

$$x_j = 0 \quad \text{或} \quad x_j = 1 \quad (9)$$

式中： $j = 1, 2, \dots, n$

6) 自由条件

除资金限额外，无其它约束条件。

3 计算机求解

3.1 规划模型的求解

0-1 规划模型的解法可以利用二叉树与二元向量之间的对应关系，遍历二叉树。常用的比较成熟的算法有加法算法和隐枚举法。

3.2 决策变量约束矩阵

计算机是不能自动识别项目之间的约束，约束的判定必须由工作人员来进行。对于标准约束，可以建立一张决策变量约束表来简化操作人员的判定及输入。因此，约束方程主要采取人机交互方式输入，这样就增加了操作人员的主动性和灵活性。

3.3 投资组合求解实例

某企业某年有若干项目，其投资额、净现值以及约束关系如表 1 所示。

上述约束中：项目 4 和 11 是必选项目，7 是必不选项目；项目 1、2、3 和 8 4 个项目中只能选 3 个；项目 5、6 和 10 三个项目中至少选两个。

目标函数及约束方程如下：

表1 项目投资额、净现值与约束的关系

项目序号	投资额/元	净现值	指定约束	上界约束	下界约束
1	200 000	30 000			✓
2	400 000	58 000			✓
3	300 000	12 000			✓
4	250 000	42 500	1		
5	10 000	1 600			
6	75 000	4 150			✓
7	25 000	1 750	0		✓
8	550 000	133 500			✓
9	80 000	8 500			
10	35 000	3 000			✓
11	600 000	145 000	1		
约束值				3	2
总投资	2 525 000				
资金限额	2 350 000				

$$\begin{cases}
 \max z = \sum_{i=1}^{11} NPV_i x_i \\
 \sum_{i=1}^{11} i_i x_i \leq 2\,350\,000 \\
 x_4 = 1 \\
 x_7 = 0 \\
 x_{11} = 1 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_8 \leq 3 \\
 x_5 + x_6 + x_{10} \geq 2
 \end{cases}$$

优化结果:最优投资组合: {1,2,4,5,6,8,9,10,11},总投资:2 132 500(元)。

如果只有资金限额约束没有其它约束条件,最优投资组合又为: {1,2,3,4,5,6,7,8,11};总投资:2 342 500(元)。

#### 4 结论

作者利用0-1型整数规划,建立了无风险投资组合的优化模型,并对约束方程的类型进行了研究。利用相应的软件系统进行了模型优化求解,实例分析表明:该优化模型可有效地解决无风险投资组合的优化求解问题。

#### 参考文献:

- [1] 钱颂迪. 运筹学[M]. 北京:清华大学出版社,1994.
- [2] 朱军生. 财务管理 - 原理与决策[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1996.
- [3] 周继民,王国防. 财务管理学[M]. 北京:首都经济贸易大学出版社,1996.
- [4] 陈锡璞主编. 工程经济学[M]. 机械工业出版社,1994.
- [5] 张建中, 详绍吉. 线性规划[M]. 北京:科学出版社,1997.
- [6] 黎诣远. 微观经济分析[M]. 北京:清华大学出版社,1995.

## Application of 0-1 Linear Programming in Investment Combination in Enterprise

ZAN Xin-wu<sup>1</sup>, ZOU Wen-chao<sup>1</sup>, REN Qiang<sup>2</sup>, ZENG Li-ping<sup>1</sup>, YI Shu-ping<sup>1</sup>

(1. College of Mechanical engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. Chongqing Changan Co. Ltd. Chongqing 400023, China)

**Abstract:** The optimal model of investment combination has been constructed with 0-1 linear programming. The subject-to equations of the model are also discussed, and the solution of investment combination is acquired through special software. A case study demonstrates that the model of investment combination can effectively resolve the decision of annual planning of investment items in enterprise.

**Key words:** 0-1 linear programming; investment combination; optimal model

(责任编辑 成孝义)