doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2019.02.007

基于重要抽样法的热防护系统热可靠性评估方法

邓诗圆1,辛健强2,张 琨1,王林林1,姚建尧1,洪文虎2

(1. 重庆大学 航空航天学院,重庆 400044;2. 中国运载火箭技术研究院研发中心,北京 100076)

摘要:热防护系统的可靠性直接影响到高超飞行器的安全性和结构完整性。为提高热防护系统可靠性分析的效率,在之前研究的基础上提出了基于重要抽样(Importance Sampling, IS)的热可靠性评估方法,给出了该方法的具体实施流程和评价方法,有效解决蒙特卡洛法(Monte Carlo method, MC)对于低失效概率问题分析效率过低的问题。以典型的非烧蚀热防护系统为例,在考虑材料、几何尺寸不确定性的情况下进行了热可靠性分析,验证文中方法的有效性。计算结果表明,要得到同等置信度的失效概率结果,重要抽样法所需的抽样次数仅为传统蒙特卡洛法10%,大大提高了可靠性分析的效率。

关键词:热防护系统;热可靠性;重要抽样法;蒙特卡洛法;置信度 中图分类号:U461.91 文献标志码:A 文章编号:1000-582X(2019)02-062-09

Assessment of thermal reliability of thermal protection systems by importance sampling method

DENG Shiyuan¹, XIN Jianqiang², ZHANG Kun¹, WANG Linlin¹, YAO Jianyao¹, HONG Wenhu²
(1. College of Aerospace Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China; 2. Research and Development Center, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, P. R. China)

Abstract: Safety and structural integrity of hypersonic vehicles are directly influenced by the reliability of their thermal protection system (TPS). To improve the efficiency of reliability analysis of TPS, a new method based on importance sampling was proposed in this paper. The detailed calculation procedure and thermal reliability assessment methods were also introduced. The thermal reliability analysis of a typical non-ablative TPS with uncertainties about material properties and geometries was used as numerical example to verify the effectiveness of the proposed method. The results indicate that to achieve reliability result with the same confidence level, importance sampling method needs only 10% simulation iterations of the conventional Monte Carlo method, which dramatically improves the efficiency of reliability analysis.

Keywords: thermal protection system; thermal reliability; importance sampling; Monte Carlo simulation; confidence level

基金项目:国家自然科学基金(11502036)。

收稿日期:2018-07-03

Supported by the National Natural Science Foundation of China (11502036).

作者简介:邓诗圆(1995—),重庆大学硕士研究生,主要从事飞行器结构概率设计与分析方面的研究。 姚建尧(联系人),研究员,主要从事高超飞行器热防护系统可靠性评估,航空发动机结构强度、振动和可靠性 等方面的研究,(E-mail)yaojianyao@cqu.edu.cn。

随着现代航空航天工业的快速发展,近低空有氧环境、长时间机动飞行以及可重复使用等要求对高速飞行器的结构、散热、耐抗氧化等性能都提出了非常高的要求。热防护系统(thermal protection system, TPS) 作为高超声速飞行器最重要的子结构之一,其稳定性和可靠性是保障飞行器安全运行的前提。因此热防护 系统的设计制造是高速飞行器研究的重要任务之一^[1-4]。

由于轨道偏差、气动热环境和结构材料属性的分散性、加工误差等各类因素,热防护系统的设计和使用 中通常存在着不同程度的不确定性。在传统的确定性设计方法中,需要以较大的裕度来保证结构的可靠性, 往往会导致热防护系统超重。随着设计水平的不断提高,能够更为准确地考虑变量不确定性的概率设计方 法逐渐受到重视,并得到了广泛的研究和应用。

通常,确定性设计方法以较大的裕度来保证结构的可靠性,但容易导致结构臃肿。尤其对于飞行器来 说,过重的热防护系统是不可接受的。因此,考虑变量不确定性的概率设计方法逐渐受到重视,并得到了广 泛的研究和应用,也越来越受到设计人员的欢迎。

概率设计法以概率和数理统计理论为基础来研究结构的安全问题^[5]。Freudenthal 最早在文献[6]中提 出了较为完整的理论体系,考虑设计变量的不确定性对结构的影响,并论述了基于不确定量相互作用的观 点,讨论了载荷的不确定性。在此理论基础上,众多的随机失效概率计算方法被开发出来,大体上分为解析 法和数值方法两类。

解析法包括一次二阶矩法(first order second moment, FOSM)、PNET 法(probabilistic network evaluation technique)等等^[7-8]。这些方法分别针对单模式和多模式失效,着眼于在设计点附近精确地逼近功能函数,其准确度和精确度根据不同的问题,有不同的适应性和局限性。并且因为某一种特定算法通常具有较高的针对性,所以只在一些简单或特殊的场合使用,不具备通用性。

数值方法包括数值积分和数值模拟两大类。数值积分通过在失效域中对概率密度函数进行积分来得到 失效概率。常用的数值积分法包括转换积分法、降阶积分^[9-10]等。数值模拟通过蒙特卡洛法,基于概率密度 函数进行随机抽样,用落入失效域的样本点的数量与总样本点的数量之比作为失效概率的无偏估计^[11]。相 比于数值积分要求准确的功能函数,蒙特卡洛法不要求显式的功能函数,可以借助有限元等数值工具进行可 靠性分析,显然具有更高的适用性,因此成为结构可靠性分析最通用的方法^[12]。

在飞行器热防护系统的设计制造领域,由于热流和材料属性的不确定性,使用确定性设计方法来合理地 估计参数区间变得非常困难,但概率设计方法在考虑不确定性的基础上,能很好地对其进行分析,加上蒙特 卡洛技术的实用性,因此得到了广泛的应用。例如,Nakamura等^[13]采用蒙特卡洛法对一重入飞行器的热防 护系统进行了概率设计和分析; Dec 等^[14]在火星探测器上应用了蒙特卡洛法; Chen 等和 Wright 等^[15,16]针 对同一火星探测器整体热防护系统,应用蒙特卡洛法进行了热可靠性分析。

蒙特卡洛法本身虽然具有一定会收敛到正确值的优良性质,但对于复杂的结构和小概率事件,如文献 [17]中的分块式热防护系统,其收敛速度很慢,计算规模庞大,且收敛过程的方差大,导致其抽样效率很低。 因此学者提出了一些所谓"方差缩减技术",能够有效降低蒙特卡洛法计算过程中的方差,从而提高抽样效率 和抽样精度。主要包括重要抽样法、描述性抽样法、分层抽样法等等。其中重要抽样法^[18-21]使样本点落入失 效域的概率大大增加,从而显著提高了抽样效率,获得了非常完善的发展和较多的应用。

高超飞行器热防护系统对可靠性要求高,因此失效概率非常低,采用传统的蒙特卡洛抽样方法得到的失效样本数量很少,需大量抽样才能获得较为准确的统计结果,分析效率低。因此,笔者在之前研究^[22-23]的基础上,将重要抽样法的引入至热防护系统的概率设计和分析中,给出了高超飞行器热防护系统热可靠性分析流程,并进行了相应的验证。

1 基本抽样和评价理论

1.1 重要抽样法基本原理

设 X 是结构的基本随机向量,概率密度函数为 f(x), g(x)是结构的功能函数。则失效概率为

$$p_{f} = \int_{-\infty}^{\infty} I[g(\mathbf{x})]f(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \int_{D_{f}}^{\infty} f(\mathbf{x})d\mathbf{x}, \qquad (1)$$

式中: D_f 是使得 g(x) < 0 的 x 的取值范围,称为失效域,

$$I(g_{i}) = \begin{cases} 1, & g_{i} < 0\\ 0, & g_{i} \ge 0 \end{cases},$$
(2)

称为指示函数,它表示结构失效与否。则 p_i 可看成是 $I[g(\mathbf{x})]$ 的数学期望。如果对随机向量 \mathbf{X} 进行 N 次蒙特卡洛随机抽样(Monte Carlo sampling),则 p_i 的无偏估计值为

$$\hat{p}_{\mathrm{f}} = E[I(\bullet)] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I(g_i), \qquad (3)$$

并且,其方差 D[I(•)]可以用于评估抽样过程的平稳性。

若把式(1)改为

$$b_{f} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I[g(\mathbf{x})]f(\mathbf{x})}{h(\mathbf{x})} h(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \qquad (4)$$

即抽样规律由 $f(\mathbf{x})$ 变为 $h(\mathbf{x})$,称为重要抽样函数,使得抽取的样本点有更大的几率落入失效域,从而提高 抽样效率,这就是重要抽样法的概念。记 $A(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})/h(\mathbf{x})$ 则失效概率的估计值变为

$$\hat{p}_{i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A(\mathbf{x}_{i}) I(g_{i}), \qquad (5)$$

方差变为 D[A(・)I(・)]。

一般情况下,重要抽样函数都设为正态分布,其密度中心与原密度中心不重合,称为重要抽样中心,方差 与原密度函数保持一致。因此重要抽样法的关键就在于选择合理的重要抽样中心,以最大化提高抽样效率。

应用重要抽样法计算失效概率一般按如下步骤进行:

1)选择合适的重要抽样中心,构造重要抽样函数h(x);

2)按 $h(\mathbf{x})$ 产生容量为N的样本总体 $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,代入功能函数 $g(\mathbf{x})$,根据式(2)得到指示向量 $I(\mathbf{x})$;

3)根据式(5)计算失效概率 \hat{p}_{f} 。

1.2 评价抽样结果:置信度

从式(3)和式(5)可以看到,失效概率 \hat{p}_{f} 本质上是某个抽样样本的样本均值。根据统计学中的大数定律和中心极限定理,当样本容量 N 足够大时,样本均值总是逐渐趋近于正态分布,与样本的分布无关,只要其均值和标准差存在即可。因此,若给定置信区间长度 W,那么 \hat{p}_{f} 的置信度为

$$1 - \alpha = 2\Phi\left(\frac{W\sqrt{N}}{2S}\right) - 1. \tag{6}$$

置信度代表了该置信区间包含样本均值正确值的概率,其中 是 $\Phi(\cdot)$ 标准正态分布函数, S^2 代表了样本的方差,对于蒙特卡 洛和重要抽样过程,分别有 $S^2_{MC} = D[I(\cdot)]$ 和 $S^2_{IS} = D[A(\cdot)I(\cdot)]$ 。

从式(6)可以看出,在置信区间长度W不变的情况下,提高置 信度的方法有两种:增加样本容量N和降低抽样方差S²。

2 基于重要抽样法的热可靠性评估方法

高超飞行器热防护系统的概率设计和可靠性评估流程如图 1 所示^[22],一般可分为确定性设计、概率设计以及可靠性评估等 3 个部分。

确定性设计主要是根据飞行器的工作环境确定热防护系统的 初始设计,如飞行器表面各部位的热防护系统的材料和结构选择、 系统几何尺寸、系统重量估计等。

为充分考虑各类不确定的影响,在保障系统可靠性的前提下 尽量减轻热防护系统的重量,需在确定性设计的基础上进行概率



设计。在该过程中,首先明确不确定性的来源和分布,并引入分析模型中,然后通过有限元分析或者代理模型(如响应面法)进行瞬态热传导分析,得到热防护系统温度场的概率特性。通常,我们重点关注热防护系统 在加热过程中的最高背温或飞行器冷结构的最高温度的概率分布特性。

热防护系统的热可靠性一般可定义为:在加载热流 Q(t)的过程中,飞行器热防护系统背温或冷结构的 最高温度为 T_{max},其可承受最高温度为 T_d,若 T_d-T_{max}<0,则该热防护系统在该次热流加载过程中失效。 在使用数值模拟方法时,失效概率可表示为

$$\hat{p}_{\rm f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I(T_{\rm d} - T_{\rm max}^{(i)}), \qquad (7)$$

式中:N是样本总数, $T_{max}^{(i)}$ 表示在第i次热流加载过程中,飞行器结构的最高温度,指示函数 $I(\cdot)$ 的含义与式(3)相同。

由于热防护系统要求的可靠性高,在设计状态的均值附近抽样时得到的失效样本较少,严重影响热可靠 性的评估精度。为提高热可靠性的评估精度和效率,这里采用文中介绍的重要抽样方法,将抽样重心向危险 方向移动,以增加样本中失效样本的个数,并最终获取高置信度的失效概率或可靠性。

3 算例

笔者主要研究重要抽样法对计算效率和精度的影响,下面通过2个算例对蒙特卡洛法和重要抽样法的 结果进行分析比较。第1个为解析算例,用以验证方法的正确性;第2个为热防护系统工程算例,用以验证 方法的有效性。

3.1 解析算例

主 1 荧性上次计管结甲

若有功能函数 $g_1(R,S) = R - S$,其中 R 表示承载力,服从 N(4,1)的正态分布; S 表示静载荷,服从 N(0,1)的正态分布。那么功能函数 g_1 服从 N(4,2)的正态分布,因此失效概率应为

$$p_{\rm f} = P(g_1 < 0) = \Phi(-\frac{4}{\sqrt{2}}) \approx 2.4 \times 10^{-3}$$
(8)

表1给出的是5次样本量为10000的蒙特卡洛模拟结果。若设置信区间宽度为1×10⁻³,对应的置信 度也列在表1中。可以看到,在样本容量为10000时,得到的结果与真实值有较大差距,且置信度只有70% 左右。

图 2 是第 1 次模拟的失效概率收敛曲线。横轴是计算用到的样本量,纵轴是累积失效概率。可以看到, 该曲线比较陡峭,置信度较低。

004	•	双 I 家村下石川并 由木	
IN A A	imulation	Result of Monte Carlo si	Table 1
003 WWW menne	置信度/%	失效概率/10-3	序号
002 -	70.34	2.7	1
001 -	77.51	3.1	2
	67.38	2.2	3
000 0 2 000 4 000 6 000 8 000 10 000 样本数量	71.41	2.3	4
图 2 蒙特卡洛模拟的失效概率收敛曲线	67.38	3.2	5
Fig. 2 Convergence of failure probability using			
Monte Carlo simulation			

然后,通过改变 S 的均值来构造重要抽样函数。若把 μ_s 向危险方向分别移动 0.5,1.0,1.5 个 σ_s ,即 $\mu_s = 0.5$, $\mu_s = 1.0$ 和 $\mu_s = 1.5$,然后基于此进行重要抽样。表 2 分别给出了其计算结果(样本量均为 10 000)。图 3 分别给出了不同 μ_s 的 $\hat{\rho}_i$ 收敛曲线。

Table 2	Results obta	ined using different impor	tance functions
$\mu_{ m s}$	序号	失效概率/10-3	置信度/%
	1	2.1	92.42
	2	2.1	91.78
0.5	3	2.2	90.42
	4	2.3	91.14
	5	2.2	89.92
	1	2.3	96.70
	2	2.4	95.57
1.0	3	2.3	95.84
	4	2.3	97.24
	5	2.5	97.40
	1	2.7	93.11
	2	2.4	98.75
1.5	3	2.6	97.79
	4	2.3	95.85
	5	2.5	97.96







从图 3 可以看到,在相同样本量下,将 μ_s 向危险方向移动到 μ_s =0.5,收敛曲线相比原本 μ_s =0 而言平稳 了许多,置信度也提高到了 90%左右。继续移动到 μ_s =1 和 μ_s =1.5,可以看到收敛曲线已经非常平滑,且置 信度达到了 95%以上。但是,在样本量不变的情况下,如果把 μ_s 一直向危险方向移动,样本方差并不会一直 减小,而是呈现出先减小后增大的趋势,如图 4 所示。





图 4 中,横轴为重要抽样中心,纵轴为 10 000 个样本的标准 差。可以看到,当重要抽样中心位于 μ_s=1.5 附近时,方差最小, 置信度最高,而当重要抽样中心位于 μ_s>1.5 时,方差逐渐增大且 不稳定,根据方差得到的置信区间和置信度也没有参考价值。说 明重要抽样法可以得比蒙特卡洛法精度更高的结果,前提是选择 合适的重要抽样函数。

3.2 热防护系统工程算例

在文献[22]的基础上,建立一个简化的热防护系统二维模型, 应用重要抽样法对其进行热可靠性评估。热防护系统的有限元模 型如图 5 所示,分为表面辐射涂层、隔热面板和隔热材料等三层, 隔热材料连接飞行器冷结构,各层的材料属性和几何参数列于 表 3,材料属性设定参考文献[23]和[24]。辐射涂层为高表面发 射率的反应固化玻璃(RCG)涂层,面板为耐高温的 C/C 复合材 料,隔热层则采用刚性陶瓷瓦。

为了简化分析模型,首先作以下几点假设:

1)不考虑热流数据的不确定性;

2)假设材料参数均服从正态分布,且不随温度变化。

表 3 三种材料的参数设置

Table 3 Material properties of the investigated TPS

辐射涂层	隔热面板						隔热材料	
辐射率	密度/ (kg・m ⁻³)	厚度/ mm	热传导系数/ (W・(m・K) ⁻¹)	比热容/ (J・(kg・℃) ⁻¹)	密度/ (kg・m ⁻³)	厚度/ mm	热传导系数/ (W・(m・K) ⁻¹)	比热容/ (J・(kg・℃) ⁻¹)
0.7	2 500	1	0.05	500	500	15	0.04	1 000

向热防护系统顶部加载如图 6 所示的热流 Q(t)进行有限元分析,该热载荷为飞行器再入过程中较为典型的热流^[13],在计算中设置时间步长为 10 s,总步数为 180,得到的结果见图 7。



Fig. 6 Thermal flux on the TPS surface



图 7 热防护顶部和底部的温度趋势图

Fig. 7 Temperature of top and bottom of the TPS



图 5 简化的热防护系统二维模型 Fig. 5 2D model of a simplified thermal protection system

从图 7 看到,*t* = 1 000 s 左右时,热防护系统底部的温度达到最大值,约为 110 ℃。若设飞行器冷结构可 承受最高温度为 T_d = 120 ℃。然后,只控制隔热材料的厚度 *h* 来进行重要抽样。假设 *h* 服从正态分布 *N*(15,0.25),假设重要抽样中心分别为 μ_h = 14.5, μ_h = 14.0,和 μ_h = 13.5,进行样本量为 1 000 的重要抽样, 结果列于表 4 中(置信区间宽度仍为 1×10⁻³)。

	Table 4	Results of importance samp	oling
$\mu_{ m s}$	序号	失效概率/10-3	置信度/%
	1	0.9	90.46
	2	1.4	86.89
14.5	3	0.8	92.30
	4	0.7	94.13
	5	1.0	94.13
	1	0.8	91.54
	2	0.8	93.16
14.0	3	1.2	89.41
	4	0.6	90.36
	5	0.7	88.61
	1	0.4	76.54
	2	0.9	75.69
13.5	3	2.8	54.64
	4	0.6	87.16
	5	1.8	60.27

表 4 重要抽样法结果

可以看到,当μ_h=14.5 时即可得到置信度较高的结果,而μ_h=13.5 时,置信度开始下降。实际上,如何 选择重要抽样函数依赖于具体分析的模型。如果结果对于选取的变量非常敏感,则抽样中心位移偏量不宜 过大,反之则应该选择较大的位移偏量。

如果采用蒙特卡洛法进行 1 000 次抽样,得到 5 组抽样的结果在表 5 中列出。可以看到,通过蒙特卡洛 抽样得到的结果置信度比较低,不建议采纳。事实上,针对这个问题,根据式(6),要达到 90%及以上的置信 度,蒙特卡洛法所需的最小样本量约为 *n*=11 620。

Table 5 Result of M	ionte Carlo sampling
失效概率/10-3	置信度/%
0.5	62.46
1.8	74.12
1.9	56.43
0.9	58.54
2.1	60.48

表 5 蒙特卡洛抽样结果 Table 5 Result of Monte Carlo sampling

3 结论和展望

热防护系统是现代飞行器最重要的子结构之一,合理地设计热防护系统不仅可以最大限度地保护飞行器结构,还可以尽量减低飞行器整体重量。但是由于材料参数和环境参数不确定性的存在,以往的名义设计 往往会设置过大的容差,使得飞行器结构的重量过大,造成不必要的负担。因此,概率设计法成为了飞行器 设计的主流方法之一。

笔者将重要抽样法应用于热防护系统的数值模拟,结果显示,要得到相同置信度的模型结果,采用重要 抽样法的计算规模只有蒙特卡洛法的10%左右;并且,把样本均值向危险方向移动1个以内的标准差即可得 到较为合适的重要抽样函数。

需要说明的是,文中的模型没有考虑材料参数的非线性和热流的不确定性等诸多不确定性,只是通过较 为简单的算例理论上证明了重要抽样法在高超飞行器热防护系统热可靠性评估中的可行性和高效性。此 外,重要抽样方法的有效性很大程度上取决于重要抽样函数的选择,这里只对比了通过调整抽样中心提高计 算效率的方法,在今后的研究中可考虑采用自适应重要抽样、多重置信度重要抽样方法等,进一步提高该方 法的有效性和适用范围。

参考文献:

- [1]杨亚政,杨嘉陵,方岱宁.高超声速飞行器热防护材料与结构的研究进展[J].应用数学和力学,2008,29(1):47-56. YANG Yazheng, YANG Jialing, FANG Daining. Research progress on the thermal protection materials and structures in hypersonic vehicles[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2008, 29(1):47-56. (in Chinese)
- [2]任青梅,成竹.可重复使用热防护系统试验验证技术概述[J].强度与环境,2010,37(6):55-62.
 REN Qingmei, CHENG Zhu. Development of verification test technology for reusable thermal protection systems[J].
 Structure & Environment Engineering, 2010, 37(6): 55-62. (in Chinese)
- [3]杨强,解维华,彭祖军,等. 热防护设计分析技术发展中的新概念与新趋势[J]. 航空学报, 2015, 36(9): 2981-2991. YANG Qiang, XIE Weihua, PENG Zujun, et al. New concepts and trends in development of thermal protection design and analysis technology[J]. Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2015, 36(9): 2981-2991. (in Chinese)
- [4]任青梅,张婕. 陶瓷基复合材料盖板式热防护系统的设计与分析[J]. 航空科学技术, 2013(5): 44-48.
 REN Qingmei, ZHANG Jie. Design and analysis of ceramic matrix composite shingle thermal protection system[J].
 Aeronautical Science and Technology, 2013(5): 44-48. (in Chinese)
- [5]张文博.可靠性数值模拟方法及其应用的研究[D].西安:西北工业大学,2002. ZHANG Wenbo. Research on reliability numerical simulation method and its application[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2002.
- [6] Freudenthal A M. The safety of structures[J]. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1947, 112: 125-159.
- [7] Zhou C C, Lu Z Z, Li W. Sparse grid integration based solutions for moment-independent importance measures [J].
 Probabilistic Engineering Mechanics, 2015, 39: 46-55.
- [8] Feng Y S. The computation of failure probability for nonlinear safety margin equations [J]. Reliability Engineering & System Safety, 1990, 27(3): 323-331.
- [9] Feng Y S, Song B F. Reliability analysis and design for multi-box structures[J]. Computers & Structures, 1990, 37(4): 413-422.
- [10] Cui L J, Lu Z Z, Zhou C C. Probabilistic importance analysis of the input variables in structural systems[J]. Structural Safety, 2014, 51: 13-22.
- [11] Mooney C Z. Monte Carlo simulation[M]. Sage Publications, 1997: 116.
- [12] 张学军,林延鑫,吴飒,等.结构可靠性的概率设计法综述[J].装备环境工程,2016,13(3):161-168. ZHANG Xuejun, LIN Yanxin, WU Sa, et al. Review on probabilistic design method for structural reliability[J].

Equipment Environmental Engineering, 2016, 13(3): 161-168.(in Chinese)

- [13] Nakamura T, Fujii K. Probabilistic transient thermal analysis of an atmospheric reentry vehicle structure[J]. Aerospace Science and Technology, 2006, 10(4): 346-354.
- [14] Dec J A, Mitcheltree R A. Probabilistic design of a Mars Sample Return Earth entry vehicle thermal protection system[C]//40th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, January 14-17, 2002, Reno, Nevada, USA. American Institute of Aeronautics & Astronautics, 2002: AIAA 2002-0910.
- [15] Chen Y K, Squire T, Laub B, et al. Monte Carlo analysis for spacecraft thermal protection system design[C] // 9th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference. American Institute of Aeronautics & Astronautics, 2006: AIAA 2006-2951.
- [16] Wright M J, Bose D, Chen Y K. Probabilistic modeling of aerothermal and thermal protection material response uncertainties[J]. AIAA Journal, 2007, 45(2): 399-410.
- [17] Wright M J, Beck R A S, Edquist K T, et al. Sizing and margins assessment of mars science laboratory aeroshell thermal protection system[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2014, 51(4): 1125-1138.
- [18] Yuan X K, Lu Z Z. Efficient approach for reliability-based optimization based on weighted importance sampling approach[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2014, 132: 107-114.
- [19] Wei P F, Lu Z Z, Song J W. Extended Monte Carlo simulation for parametric global sensitivity analysis and optimization[J]. AIAA Journal, 2014, 52(4): 867-878.
- [20] Melchers R E. Importance sampling in structural systems[J]. Structural Safety, 1989, 6(1): 3-10.
- [21] 刘佩,姚谦峰.采用重要抽样法的结构动力可靠度计算[J]. 计算力学学报, 2009, 26(6): 851-855.
 LIU Pei, YAO Qianfeng. Dynamic reliability calculation based on importance sampling method[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2009, 26(6): 851-855.(in Chinese)
- [22] 屈强,祝文祥,辛健强,等.刚性陶瓷瓦热防护系统概率设计分析方法[J].重庆大学学报,2016,39(4):154-161.
 QU Qiang, ZHU Wenxiang, XIN Jianqiang, et al. Investigation of probabilistic design method for ceramic tile thermal protection system[J]. Journal of Chongqing University, 2016, 39(4): 154-161. (in Chinese)
- [23] 辛健强,陈景茂,董永朋,等. 高超声速飞行器辐射式热防护系统概率分析方法[J]. 战术导弹技术, 2017(1): 47-54. XIN Jianqiang, CHEN Jingmao, DONG Yongpeng, et al. Probabilistic transient thermal analysis of a multi-layer thermal protection system for hypersonic vehicle[J]. Tactical Missile Technology, 2017(1): 47-54. (in Chinese)
- [24] Ng W H, Friedmann P, Waas A. Thermalmechanical analysis of a thermal protection system with defects and heat shorts[C]//47 AIAA AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Structures, Structural Dynamics, and Materials and Co-located Conferences. American Institute of Aeronautics & Astronautics, 2006: AIAA 2006-2212.

(编辑 郑 洁)