

坝体—库水动力相互作用的数值求解格式

赵兰浩,李同春,牛志伟

(河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 针对目前数值格式求解效率的不足,基于广义 Newmark- β 法,建立了求解坝体和库水流固耦合动力相互作用问题的 2 种新的数值求解格式:交错迭代法和直接积分整体求解法.导出了有限元求解公式,讨论了 2 种数值离散格式的特点,并结合实际工程计算比较了 2 种求解方法的计算效率.结果表明:2 种方法均能有效地求解坝体—库水动力相互作用问题;在相同计算条件下,迭代法的计算规模要小,但花费的总机时长;整体求解法的计算效率更具优势.

关键词 坝体—库水动力相互作用;数值求解格式;计算效率

中图分类号 :TV312

文献标识码 :A

文章编号 :1000-1980(2008)04-0491-05

对于地震作用下坝体承受的动水压力的计算,Fok 等^[1-4]进行了研究,并取得了许多成果.Westergaard^[5]于 1933 年给出了刚性重力坝在水平地震载荷作用下的动水压力分布计算公式,其解至今仍为许多国家的坝工抗震设计规范所沿用.1982 年,Clough^[6]对 Westergaard^[5]的公式进行了推广,从而使得该公式能适应任意河谷形状和任意形状的坝体,并可以考虑任意方向的地震加速度.Clough^[6]还导出了用有限元方法计算动水压力的附加质量矩阵.一般情况下,利用有限元法得到的附加质量矩阵是一个满阵,即在所有的力和加速度分量之间会产生耦联,这给求解带来很大的困难.

近几年,一些学者研究了水的可压缩性对动水压力的影响和新的数值求解格式.例如:戴大农^[7]对流固耦合系统动力分析的若干基本问题与数值方法进行了研究;晏启祥等^[8]在传统 Wilson- θ 法的基础上,提出了基于改进的 Wilson- θ 法的流固耦合迭代算法;刘浩吾^[9]通过 3 座拱坝现场迫振实验的理论分析,论证了库水可压缩性对动水压力的放大效应及其实现条件.

本文在前人工作的基础上,给出了求解坝体—库水动力相互作用的 2 种新的数值求解格式,即基于广义 Newmark- β 法的流固耦合方程交错迭代求解方法和整体求解方法,并结合工程实例讨论了 2 种求解格式的特点.

1 坝体相互作用的有限元方程

对于区域 Ω 上的均匀、无黏、无旋、线性小挠动理想流体,考虑自由表面 Γ_1 、流固耦合边界 Γ_2 、库底吸收边界 Γ_3 和库尾放射边界 Γ_4 类边界条件,结合固体域有限元动力方程,可以得到坝体—库水流固耦合系统的有限元动力方程组^[10]

$$\begin{cases} M\ddot{u} + D\dot{u} + Ku - \frac{1}{\rho}S^T P + F_e = 0 \\ G\ddot{P} + H\dot{P} + QP + S\ddot{u} + S\ddot{u}_g = 0 \end{cases} \quad (1)$$
$$G = \frac{1}{g} \int N_f^T N_f d\Gamma_1 + \frac{1}{c^2} \int N_f^T N_f d\Omega$$
$$H = \frac{1}{c} \int N_f^T N_f d\Gamma_3 + A \int N_f^T N_f d\Gamma_4$$
$$Q = \int \nabla N_f^T \nabla N_f d\Omega$$

其中

收稿日期:2008-02-23

基金项目:国家自然科学基金(90510017;10702019) 国家科技支撑计划(2006BAB04A03)

作者简介:赵兰浩(1980—),男,山东临沂人,讲师,博士,主要从事水工建筑物抗震、流固耦合研究.

$$S = \rho \int N_f^T L N_s d\Gamma_2$$

式中: $P, \dot{P}, \ddot{P}$ ——压力、压力对时间的一阶导数和二阶导数向量; $u, \dot{u}, \ddot{u}$ ——位移、速度和加速度向量; $\ddot{u}_g$ ——地面运动加速度向量; M, D, K ——质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; F_e ——外荷载向量; ρ ——水的密度; c ——水中声速; g ——重力加速度; A ——库底反射系数; N_f, N_s ——流体和固体的插值函数; L ——坝面的方向向量,以指向坝体内为正向。

2 数值离散格式

2.1 基于广义 Newmark- β 法的交错迭代法

对系统方程进行逐步时间积分,是获取系统瞬态响应的有效方法之一。目前有效的时域直接积分方法有多种,如有条件稳定的中心差分法和线性加速度法等。基于增量表达式的广义 Newmark- β (generalized Newmark- β algorithm)法^[11],即所谓 GNpj 法,简单明了,易于实现,并具有良好的稳定性和较高的数值计算精度,因而其应用比较普遍。

将广义 Newmark- β 法分别应用于 $n+1$ 时刻的坝-库流固耦合系统的流体域和固体域有限元方程(1),并考虑到比例阻尼的假定 $D = \alpha M + \beta K$,整理可得以 $\Delta \ddot{u}_n$ 和 $\Delta \ddot{P}_n$ 为未知量,相应于每一个时间步长固体域和流体域的有限元方程

$$\bar{K}_u \Delta \ddot{u}_n = \bar{R}_{u,n+1} \quad (2)$$

$$\bar{K}_p \Delta \ddot{P}_n = \bar{R}_{p,n+1} \quad (3)$$

$$\bar{K}_u = (1.0 + \alpha \beta_1 \Delta t) M + (\beta \beta_1 \Delta t + \beta_2 \Delta t^2) K \quad (4)$$

$$\bar{K}_p = G + \beta_1 \Delta t H + \beta_2 \Delta t^2 Q \quad (5)$$

$$\bar{R}_{u,n+1} = \frac{1}{\rho} S^T P_{n+1} - [M(\ddot{u}_n + \alpha \dot{u}_p) + K(u^p + \beta \dot{u}^p)] - F_{e,n+1} \quad (6)$$

$$\bar{R}_{p,n+1} = -S \ddot{u}_{n+1} - (G \ddot{P} + H \dot{P}^p + Q P^p + S \ddot{u}_{g,n+1}) \quad (7)$$

式中: α, β ——比例阻尼系数; n ——时间步数; Δt ——时间步长; β_1, β_2 ——积分常数; $\bar{K}_u, \bar{K}_p, \bar{R}_{u,n+1}, \bar{R}_{p,n+1}$ ——相应于固体和流体域的广义刚度矩阵和广义荷载列阵,带有上标 p 的量为预测量。

交错迭代求解做法是:选择动水压力向量 P 为迭代变量,计算开始时分解固体和流体域的广义刚度矩阵 $\bar{K}_u, \bar{K}_p$ 。根据上一时刻 t_n 的结果假定 t_{n+1} 时刻的动水压力向量 P_{n+1} ,求出结构的位移向量和相应的速度、加速度向量,进而由流体域有限元方程求出动水压力向量,并由此结果对假定的动水压力进行修正,重新进行下一次迭代直到收敛。这里给出一种交错迭代求解方法的详细求解步骤。

- a. 形成并分解 $\bar{K}_u, \bar{K}_p$ 。假设位移和动水压力及其各阶导数的初值为 0。
- b. 假设第 n 荷载增量步的计算已完成,进行 $n+1$ 步计算。设置初始迭代向量

$$P_{n+1}^* = P_{n+1}^0 = P_n + \frac{\Delta t}{2} \dot{P}_n + \frac{\Delta t^2}{6} \ddot{P}_n \quad (8)$$

- c. 假设第 i 次迭代已完成,进行第 $i+1$ 次迭代。将 P_{n+1}^* 代替式(6)中的 P_{n+1} ,求出结构的广义荷载列阵 $\bar{R}_{u,n+1}$ 。

- d. 回代求解式(2)得到第 $i+1$ 次迭代的加速度向量增量 $\Delta \ddot{u}_n^{(i+1)}$,进而由结构的校正步得到本次迭代的位移、速度和加速度向量 $u_{n+1}^{(i+1)}, \dot{u}_{n+1}^{(i+1)}, \ddot{u}_{n+1}^{(i+1)}$ 。

- e. 将 $\ddot{u}_{n+1}^{(i+1)}$ 代替式(7)中的 $\ddot{u}_{n+1}$,得到流体的广义荷载列阵 $\bar{R}_{p,n+1}$,进而回代求解式(3),并由流体的校正步求得第 $i+1$ 次迭代的动水压力向量 $P_{n+1}^{(i+1)}$ 。

- f. 更新动水压力迭代向量 $P_{n+1}^* = \theta P_{n+1}^{(i+1)} + (1-\theta) P_{n+1}^*$ 。根据文献[8]的建议, $0 \leq \theta \leq 1.0$,通常可取 $\theta = 0.6$ 。

- g. 取结构位移为目标函数进行收敛性检查。若 $\|u_{n+1}^{(i+1)} - u_{n+1}^{(i)}\| < \epsilon$ (ϵ 为事先给定的容许误差),则迭代进程收敛,转下一步;否则,迭代不收敛,回到 c 步进行下一次迭代。

2.2 基于广义 Newmark- β 法的整体求解法

采用基于广义 Newmark- β 法的数值离散格式,从方程(1)可以得到以 $\Delta \ddot{u}_n$ 和 $\Delta \ddot{P}_n$ 为未知量,相应于每一

个时间步长的离散的方程系统

$$\begin{bmatrix} (1.0 + \alpha\beta_1\Delta t)M + (\beta\beta_1\Delta t + \beta_2\Delta t^2)K & -\frac{1}{\rho}\beta_2\Delta t^2S^T \\ S & G + \beta_1\Delta tH + \beta_2\Delta t^2Q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\ddot{u}_n \\ \Delta\dot{P}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_{u,n+1} \\ R_{p,n+1} \end{Bmatrix} \tag{9}$$

式中广义结构荷载向量 $R_{u,n+1}$ 和广义流体荷载向量 $R_{p,n+1}$ 分别为

$$R_{u,n+1} = -[M(\ddot{u}_n + \alpha\dot{u}_p) + K(u^p + \beta\dot{u}^p)] + \frac{1}{\rho}S^TP^p - F_{e,n+1} \tag{10}$$

$$R_{p,n+1} = -[G\ddot{P}_n + H\dot{P}^p + QP^p + S(\ddot{u}_n + \ddot{u}_{g,n+1})] \tag{11}$$

这样,方程(9)中所有与前一个时间步有关的项,都包含在对应方程的右边,因此可经过逐步求解而获得整个时间域的解答.可以看出,方程(9)系数矩阵是不对称的.为求解方便,考虑到总体等效刚度矩阵的对称性,可以在方程(9)中的第 2 个方程的每一项均乘以一个简单的标量 $\Phi = -\frac{1}{\rho}\beta_2\Delta t^2$ 而使该方程取得对称的形式

$$\begin{bmatrix} (1.0 + \alpha\beta_1\Delta t)M + (\beta\beta_1\Delta t + \beta_2\Delta t^2)K & \Phi S^T \\ \Phi S & \Phi(G + \beta_1\Delta tH + \beta_2\Delta t^2Q) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\ddot{u}_n \\ \Delta\dot{P}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_{u,n+1} \\ \Phi R_{p,n+1} \end{Bmatrix} \tag{12}$$

3 工程应用

3.1 基本资料

溪洛渡水电站最大坝高为 278 m,水库正常蓄水位为 600 m. 为计算方便,采用简化的均质、无质量地基模型进行计算,有限元模型见图 1. 材料参数取为 坝体弹性模量 $E = 24 \text{ GPa}$,密度 $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$,泊松比 $\nu = 0.167$,阻尼比 $\xi = 0.05$ 基岩弹性模量 $E = 15.34 \text{ GPa}$,泊松比 $\nu = 0.22$. 水体密度 $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$,考虑可压缩性时水中声速 $c = 1430 \text{ m/s}$. 地震波采用根据设计反应谱反演得到的人工波,水平向基岩设计地震加速度为 $0.321g$.

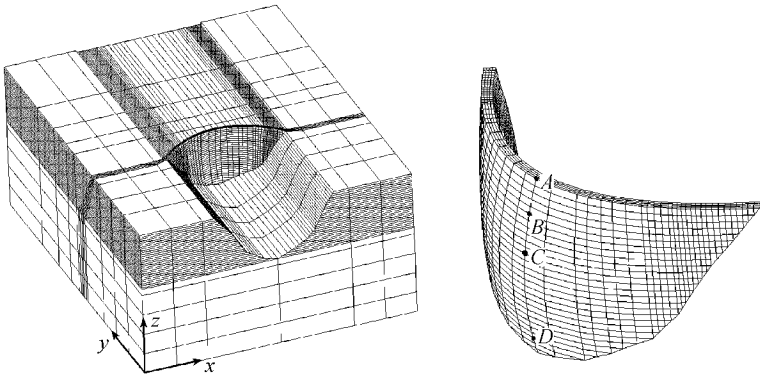


图 1 溪洛渡拱坝坝-库耦合系统有限元模型

Fig.1 FEM model for the dam-water system of Xiluodu arch dam

3.2 计算结果

图 2 给出了由本文提出的 2 种求解格式得到的坝体中部上游坝面 C 点的动水压力时程曲线,而图 3 给出了坝顶 A 点的顺河向位移时程曲线. 为了便于对计算结果进行对比,图 2,3 还给出了文献[8]基于改进 Wilson- θ 法的流固耦合迭代算法的计算结果. 从图 2,3 可以看出,3 种计算方法得到的计算结果几乎完全一致,能够起到相互验证的作用. 而从图 3 给出的坝面 A 点顺河向位移图来看,与空库情况相比,一方面动水压力使得坝体动力反应加大,另一方面库水的存在改变了坝体动力特性,表现为 2 种情况下坝体位移响应时程曲线的相位有所不同.

3.3 计算效率比较

计算条件完全相同情况下,不同求解方法计算规模和计算效率的比较见表 1. 所有计算均在 Pentium4 3.0 GHz 微机上进行,内存为 2.0 G. 基于改进 Wilson- θ 法的流固耦合迭代算法^[8] (迭代法 W)和基于广义 Newmark- β 法(迭代法 N)的交错迭代法的迭代收敛容许误差 ϵ 均为 1×10^{-5} .

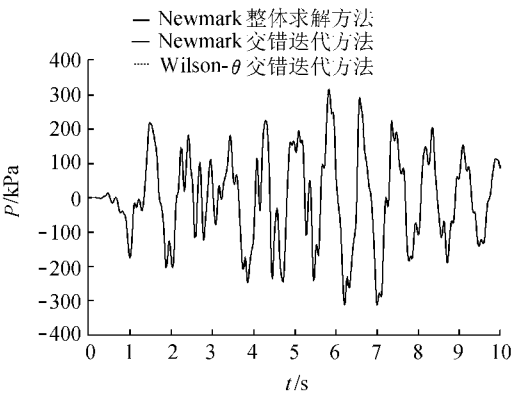


图2 C点动水压力时程曲线

Fig.2 Time history of hydrodynamic pressure for point C

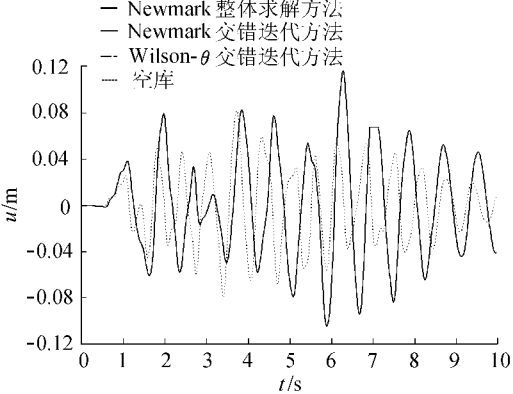


图3 A点顺河向位移时程曲线

Fig.3 Time history of longitudinal displacement for point A

从表1可以看出,在相同计算条件下,迭代法的计算规模要小,但花费的总机时长,而整体求解法与此相反.由于迭代法计算时,结构和流体分别形成总体刚度矩阵,求解时方程中不存在结构自由度和流体自由度的耦联,总体刚度矩阵的最大半带宽相对较小,故总体刚度矩阵的容量也较小.但是,采用交错迭代法求解坝-库流固耦合问题时,为保证每一时间步的计算收敛,必须进行迭代计算,否则可能会得不到正确的结果.这也许就是文献[12]认为交错迭代求解方法不成功的原因.因此,虽然交错迭代法分解刚度矩阵的工作量相对较小,但每一时间步均要迭代10次左右才能得到符合精度要求的解,总的计算机时仍然很可观.另外,基于广义Newmark- β 法的交错迭代算法的计算效率要稍高于基于改进Wilson- θ 法的流固耦合迭代算法.

表1 不同求解方法计算规模和计算效率的比较

Table 1 Comparison of computation scale and efficiency for different schemes

求解方法	方程阶数	最大半带宽	总刚度容量	平均迭代次数	耗时/s
整体求解法	26054	21152	24509881		329.125
迭代法W	26054	1071	12868916	11.19	810.343
迭代法N	26054	1071	12868916	11.04	691.906

耦合矩阵 S 的存在使得流固耦合交界面上结构自由度和流体自由度产生耦联,导致总体刚度矩阵的最大半带宽较之交错迭代法增加了20多倍,但由于耦合的自由度仅占总自由度的一小部分,因而总体刚度矩阵的容量并非按此比例增长.从溪洛渡拱坝的计算结果来看,总体刚度矩阵的容量约为交错迭代法的1倍,而分解刚度矩阵的计算量是由其容量决定的,和最大半带宽没有直接联系.但是,由于整体求解方法不需要迭代,总的机时仅是交错迭代法的 $1/2 \sim 1/3$.对于线弹性问题来说,一旦刚度矩阵一次分解完成,随着时间步数的增多,整体求解方法在计算效率上的优势就越来越明显.

4 结 语

本文建立了求解坝体-库水动力相互作用问题的2种数值求解格式,即交错迭代求解方法和直接积分整体求解方法,在给出详细的有限元公式和求解步骤之后,重点分析了2种求解格式的特点,并以溪洛渡水电站例,用本文2种方法进行了坝体-库水动力相互作用分析.

- a. 交错迭代求解方法充分利用了流固耦合作用的特点,通过耦合矩阵进行迭代求解.该方法计算规模小,程序上易于实现,但每一时间步都必须进行迭代计算,且未从理论上解决稳定性问题和收敛性问题.
- b. 整体求解方法是一种全耦合算法,可充分体现耦合效应.该方法虽然计算规模比迭代法要大,但由于不需迭代计算,计算效率反而比迭代法高,且收敛性可得到保证.虽然通过这2种方法都能有效地求解坝体-库水动力相互作用问题,但整体求解方法的优势更为明显.

参考文献:

[1] FOK K L, CHOPRA A K. Water compressibility in earthquake response of arch dams[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1987,113(5) 958-975.

[2] 杜修力,王进廷.拱坝-可压缩库水-地基地震波动反应分析方法[J].水利学报,2002(6) 83-90.

- [3] 王进廷. 高混凝土坝-可压缩库水-淤砂-地基系统地震反应分析研究[D]. 北京: 中国水利水电科学研究院, 2001.
- [4] 陈和群, 何学春. 水体位移元求解坝体与库水的动力耦合问题[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 1996, 24(2): 14-20.
- [5] WESTERGAARD H M. Water pressures on dams during earthquakes[J]. Transactions, ASCE, 1933, 98: 418-472.
- [6] CLOUGH R W. Reservoir interaction effects on the dynamic response of arch dams[C]//Proceeding of China-US Bilateral Workshop on Earthquake Engineering, Beijing: [s. n.], 1982: 58-84.
- [7] 戴大农. 流固耦合系统动力分析的若干基本问题与数值方法[D]. 北京: 清华大学, 1988.
- [8] 晏启祥, 刘浩吾, 夏春. 基于改进的 Wilson- θ 法的流固耦合迭代算法[J]. 西南交通大学学报, 2002, 37(2): 204-208.
- [9] 刘浩吾. 混凝土坝动水压力与库水可压缩性效应[J]. 水利水电科技进展, 2002, 22(2): 10-13.
- [10] 赵兰浩. 考虑坝体-库水-地基相互作用的有横缝拱坝地震响应分析[D]. 南京: 河海大学, 2006.
- [11] KATONA M G, ZIENKIEWICZ O C. A unified set of single-step algorithms, part3: the beta-m method, a generalization of the Newmark scheme[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1985(21): 1345-1359.
- [12] SHARAN S K, GLADWELL G M L. A general method for the dynamic response analysis of fluid-structure systems[J]. Computer and Structures, 1985(21): 937-943.

Numerical schemes for dam-reservoir dynamic interaction

ZHAO Lan-hao, LI Tong-chun, NIU Zhi-wei

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: To remedy the solution efficiency limitations of traditional numerical schemes, two new numerical schemes for dynamic analysis of dam-reservoir interaction were established based on the generalized Newmark- β method: the stagger iterative algorithm and the integrated solution method based on the direct integral. The finite element formulations were obtained and the characteristics of the two schemes were discussed. The computation efficiency was also examined through a practical project. The results show that both schemes can be used for dynamic analysis of dam-reservoir interaction problems. Compared with the integrated solution method based on the direct integral, the stagger iterative algorithm has a smaller computational scale, but it needs a longer computation time. The integrated solution method based on the direct integral has better computation efficiency.

Key words: dam-reservoir dynamic interaction; numerical scheme; computation efficiency