

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2009.01.024

基于 SOA 理论的多体系统动力学广义质量建模

方喜峰^{1,2} 陆宇平¹ 吴洪涛³ 刘云平³ 邵 兵³

(1.南京航空航天大学自动化学院,江苏 南京 210016;2.江苏科技大学机械与动力工程学院,江苏 镇江 212003;
3.南京航空航天大学机电学院,江苏 南京 210016)

摘要:为了提高多体系统动力学广义质量建模效率,运用空间算子代数(spatial operator algebra, SOA)理论,在计算机符号演算软件 Mathematica6.0 的环境下,对广义质量进行高效率递推设计与实现.采用 SOA 空间递推方式,形成了广义质量的高效递推算法.运用 VB.NET 编程软件实现与 Mathematica6.0 软件无缝集成,对多体系统动力学广义质量进行建模分析,给出了实施过程.结合实例对 PUMA560 机器人进行了广义质量设计,并与结果进行了对比,通过算例验证了程序建模的正确性和高效性.

关键词:空间算子代数;广义质量;多体系统动力学;建模分析

中图分类号:TP391;TH113 文献标识码:A 文章编号:1000-1980(2009)01-0115-04

多体系统动力学经过 30 多年的发展,形成了多种分析和建模方法,许多商业化多体系统软件采用矢量力学方法建模,相应的算法达到 $O(N^3)$ 量级,这对于大型、复杂、多自由度的多体系统十分不利^[1-8].20 世纪 90 年代前后,美国 NASA 科学家 Rodriguez 等^[8-9]将滤波理论与多体系统计算动力学进行比拟,发现了二者的内在联系,实现了 $O(N)$ 阶多体系统动力学的空间算子代数(spatial operator algebra, SOA).该方法具有动力学的最简建模功能^[7-13].将 SOA 理论应用于多体系统动力学研究,具有极其重要的科学意义和工程价值.对一般的多体系统而言,当其退化为质点或单刚体时,广义质量矩阵 M 才有可能为常数(刚体转动可对转轴投影).一般情况下, M 将是广义坐标、系统几何、物理参数的复杂函数.根据拉格朗日力学分析, M 的本质是多体系统位形的度规,是正、反向动力学的重要参数以及联系旋量力和旋量加速度的桥梁.因此, M 是多体系统动力学研究的核心,同时也是形成高效率算法的关键.本文对基于 SOA 理论的多体系统动力学广义质量实施情况进行了分析.

1 广义质量 SOA 理论与软件编程实现

1.1 广义质量 SOA 定义

SOA 是研究多体系统的新型数学工具,其关键创新在于综合了看上去与力学无关的几种方法,如滤波与预测方法、函数分析与线性算子方法和线性系统控制理论等.将信号分析和处理中的 Kalman 滤波与预测理论的状态方程和多体系统动力学的内在结构相统一,可建立多体系统动力学的空间算子代数体系^[7-10].SOA 基本算子有若干个,每个算子采用空间递推方式实现,其运算的数量与系统的自由度 N 同阶,故称为 $O(N)$ 阶算法.为了便于 SOA 描述,需要对多体系统进行编号,编号方法是从末端向基座号码依次递增,即末端手部为 1 号刚体,基座是 $N+1$ 号刚体,末端手部外侧规定为 0 点.首先对典型刚体 $B(k)$ 在惯性坐标系中,按旋量记号定义其 6 维空间速度 $V(k) = \text{Col}\{\omega(k), v(k)\}$, $\omega(k)$ 表示典型刚体 $B(k)$ 的角速度, $v(k)$ 为典型刚体 $B(k)$ 参考点的速度.相应的 6 维空间加速度是 $V(k)$ 对时间的一阶导数.6 维力定义为 $f(k) = \text{Col}\{N(k), F(k)\}$.将多体系统的空间速度总体表示为 $V = \text{Col}\{V(1), \dots, V(n)\}$, 系统空间力为 $f = \text{Col}\{f(1), \dots, f(n)\}$.与广义质量相关的基本空间算子主要有 (a) 系统的刚性力移位算子 Φ (b) 系统的刚性速度移位算

子 Φ^* (c)从状态空间到关节空间的投影算子 H (d) H 的对偶算子 H^* (e)刚体系统的无联系集成质量度规算子 M (f)状态空间中的关节无记忆质量算子 P (g)Kalman 增益算子 G (h)移位 Kalman 增益算子 K ; (i)空间力拾取算子 B 等.

1.2 广义质量 SOA 算法实现

采用 SOA 理论,对所有的链式多体系统而言,系统的广义质量都具有解析形式 $M = H\Phi M\Phi^* H^*$. 研究表明,它还能进一步表示为 $M = (I + H\Phi K)D(I + H\Phi K)^*$, 其中 D 为关节空间中的关节无记忆质量算子, I 为单位矩阵. 这是一种解析形式的质量矩阵(对称正定)的 LDU 分解的表达,且可根据空间算子 P, D, G, K 等获得相应的高效递推算法. 根据广义质量相关算子,编制了基于 $M = (I + H\Phi K)D(I + H\Phi K)^*$ 形式的计算机控制程序,程序框图如图 1 所示.

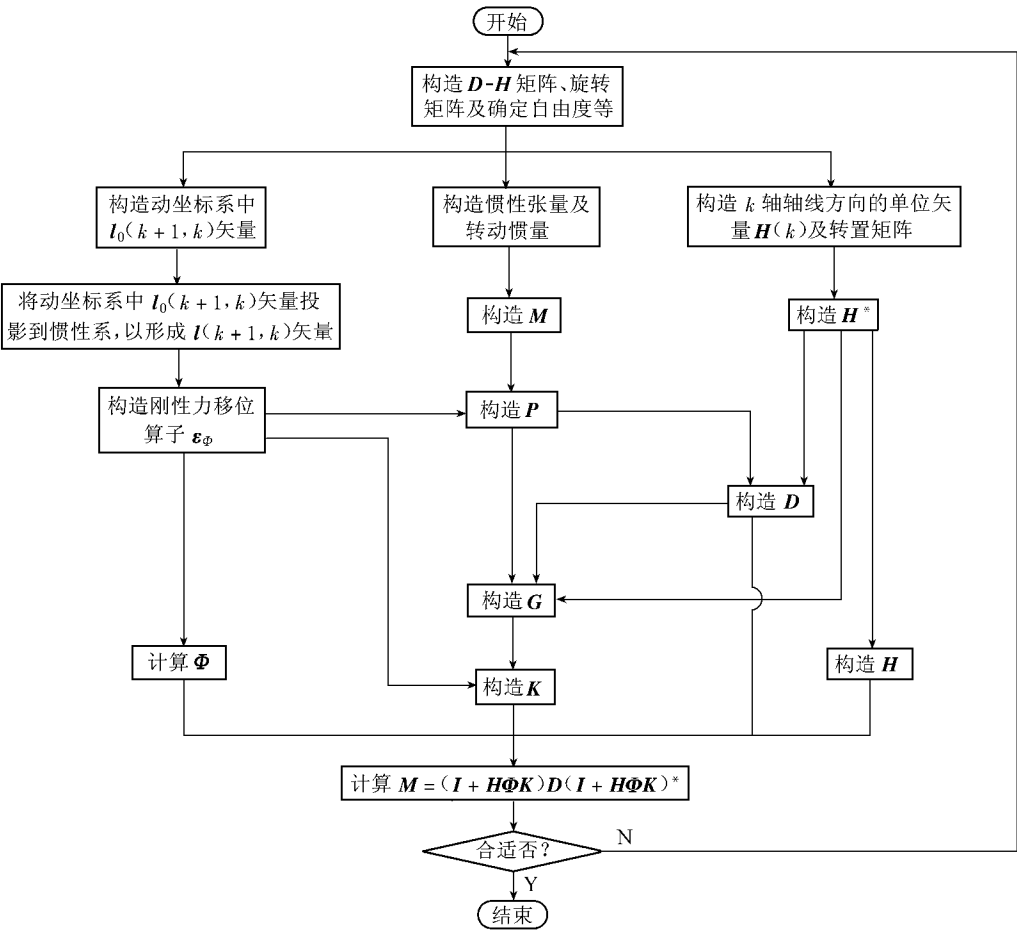


图 1 基于 $M = (I + H\Phi K)D(I + H\Phi K)^*$ 形式的多体系统广义质量求解流程

Fig. 1 Implementation process of multi-body system generalized mass based on $M = (I + H\Phi K)D(I + H\Phi K)^*$

在通用计算机符号演算软件 Mathematica6.0 的环境下,编制了 M 计算机控制程序.限于篇幅,这里仅给出部分算子计算代码:

```
MakeTB := Block[ {}, Tf10 = Transpose[ f[ 1 0 ] ] ;
TB = Table[ 0 , {DoF} , {6 * DoF} ] ;
For[ i = 1 , i <= DoF , i + + ,
For[ j = 1 , j <= DoF , j + + ,
TB[ [ i j ] ] = Tf10[ [ i j ] ]
]] [ * 构造算子 B ** )
Makehi :=
Block[ {}, h[ DoF ] = { {0} , {0} , {1} } ; For[ i = DoF - 1 , i >= 1 , i - - , h[ i ] = h[ DoF ] ; For[ j = i , j < DoF ,
```

$$j + + \text{ } h[h[i]] = R[j + 1, j].h[h[i]]$$

$$\text{For}[i = 1, i \leq \text{DoF} + +,$$

$$H[DH[\text{DoF} - i + 1, 5]] = 0,$$

$$H[i] = \{\{h[h[i][1, 1]]\}, \{h[h[i][2, 1]]\}, \{h[h[i][3, 1]]\}, \{0\}, \{0\}, \{0\}\} \text{ } H[i] = \{\{0\}, \{0\}, \{0\}, \{h[h[i][1, 1]]\}, \{h[h[i][2, 1]]\}, \{h[h[i][3, 1]]\}\} \} \} \text{ } * \text{构造 } k \text{ 轴轴线方向的转置矩阵 } H^*(k))$$

由于 M 的符号解过于复杂,在此给出数值解(假设各杆件质量均为 1 kg,长度均为 1 m,且为均质杆):

$$M = \begin{bmatrix} 0.0100 & 0.0000 & 0.0028 & 0.0073 & 0.0073 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0200 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0028 & 0.0000 & 0.1138 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0073 & 0.0000 & 0.0000 & 0.4156 & 0.9390 & 0.0632 \\ 0.0073 & 0.0000 & 0.0000 & 0.9390 & 2.2081 & 0.0632 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0632 & 0.0632 & 2.2837 \end{bmatrix}$$

2 实例分析与应用

基于 SOA 理论的多体系统动力学仿真软件,其功能模块主要包括文件定义、编辑、模型定义、仿真计算、算子输出、外部程序调用及帮助功能模块等.在 SOA 多体系统动力学仿真软件的研制过程中,首先要建立如模型定义、约束条件等模块.将需求规范化、形式化,并编写成 SOA 需求的 $D - H$ 矩阵.考虑到使用系统的便捷与高效,采用前处理、核心程序和后处理 3 部分的系统功能模块.其中前处理模块采用 VB.NET 语言编写,是可视化界面,用户在此可以很方便地对要仿真分析的多体系统进行拓扑结构和约束信息等参数的描述.核心运算模块部分符号、数值等方法由 Mathematica6.0 软件开发,其特点是力学计算和数据流对用户屏蔽,且实现了 Mathematica6.0 软件与 VB.NET 编程语言的无缝集成.后处理模块可以将分析结果如仿真运行时间、SOA 算子、运动、受力等以表格、曲线和动画的形式表现出来.另外,外部程序接口可调用 SolidWorks 三维 CAD 软件零件库,该零件库主要用于计算多体系统中各杆件、构件的惯性张量等参量.图 2 为 PUMA560 机器人在 $\theta_3 = \sin t$ 位置时的广义质量(符号解)及相关 SOA 算子输出,仿真运行时间为 328 ms.运行结果分析表明,程序演算结果与文献 1-2 推导结果一致,说明这种方法是行之有效的.

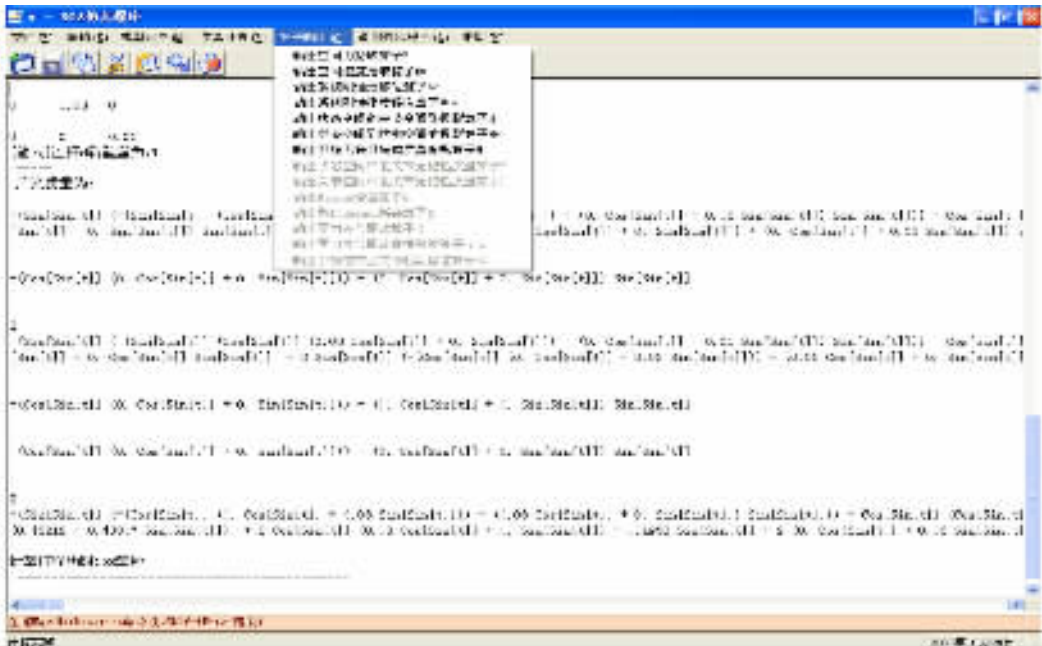


图 2 PUMA560 机器人广义质量(符号解)及相关 SOA 算子输出
Fig. 2 Generalized mass(symbol solution) of robot PUMA560 and output of relative SOA operators

3 结 语

应用 SOA 理论描述多体系统可以消除动力学建模的复杂性,且计算量仅为 $O(N)$ 阶(一般软件为 $O(N^3)$)。本文基于 SOA 原理和方法,结合广义质量矩阵 M 高效率递推计算设计实例,阐述了其设计过程。本文还介绍了采用高级语言 VB.NET 与 Mathematica6.0 软件的无缝数据接口编程技术以及 SolidWorks 三维 CAD 应用软件等。该编程技术和 CAD 应用软件等可实现图形与非图形信息的集成,且软件结构具有标准的、可重复使用的模块,能使设计过程所见即所得,很好地实现多体系统动力学仿真分析与自动设计。

参考文献:

- [1] 霍伟. 机器人动力学与控制[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.
- [2] 熊有伦. 机器人技术基础[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1996.
- [3] 洪嘉振. 计算多体系统动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
- [4] 吴洪涛, 熊有伦. 机械工程中的多体系统动力学问题[J]. 中国机械工程, 2000, 11(6): 608-611.
- [5] 陈伟, 余跃庆, 张绪平, 等. 欠驱动柔性机器人动力学建模及仿真[J]. 中国机械工程, 2006, 17(9): 931-936.
- [6] 眭今天, 王树新, 丁杰男. 计及环境特征的柔性多体系统动力学理论[J]. 机械工程学报, 2005(5): 26-30.
- [7] 熊启家, 吴洪涛, 左健民, 等. 广义质量的空间算子代数描述[J]. 南京航空航天大学学报, 2002(6): 548-552.
- [8] JAIN A, RODRIGUEZ G. Computational robot dynamics using spatial operators[C]//Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation San Francisco, CA, San Francisco [s. n.], 2000: 843-849.
- [9] RODRIGUEZ G, JAIN A, KREUTZ-DELGADO K. Spatial operator algebra for multibody system dynamics[J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1992, 40: 27-50.
- [10] JAIN A. Compensation mass matrix potential for constrained molecular dynamics[J]. Journal of Computational Physics, 1997(7): 256-258.
- [11] PETER E, WERNER S. Computational dynamics of multibody systems: history, formalisms, and applications[J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2006, 1(1): 3-12.
- [12] WERNER S, NILS G, ROBERT S. Multibody dynamics in computational mechanics and engineering applications[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2006, 195: 5509-5522.
- [13] CRITCHLEY J H, ANDERSON K S. A generalized recursive coordinate reduction method for multibody system dynamics[J]. International Journal for Multiscale Computational Engineering, 2003, 1(2/3): 181-199.

Generalized mass modeling of multi-body system dynamics based on SOA theory

FANG Xi-feng^{1,2}, LU Yu-ping¹, WU Hong-tao³, LIU Yun-ping³, SHAO Bing³

(1. College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. School of Mechanical and Power Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China;

3. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: To improve the generalized mass modeling efficiency of multi-body system dynamics, the recursive design and realization of the generalized mass procedure was built in the environment of software Mathematica6.0 by use of the spatial operator algebra (SOA) theory. Based on the SOA recursive mode, the recursive algorithm with high efficiency for the generalized mass was thus generated. The seamless integration with software Mathematica6.0 was realized by use of the programming software VB.NET. The modeling of the generalized mass of multi-body system dynamics was analyzed, and the implementation procedure was also given. A design case of the generalized mass for robot PUMA560 was studied and was compared with the results. The correctness and efficiency of modeling was verified.

Key words: spatial operator algebra; generalized mass; multi-body system dynamics; modeling and analysis