# 考虑界面特性的加锚岩体组合单元模型

孙林松1 郭兴文2

(1.扬州大学水利科学与工程学院,江苏扬州 225009;2.河海大学土木工程学院,江苏南京 210098)

摘要 针对加锚岩体的数值模拟,通过锚杆轴向位移自由度的引入,建立了考虑界面黏结滑移性质 的加锚岩体组合单元模型,并导出了组合单元的相关列式.算例表明,采用该模型进行加锚岩体分 析时,锚杆可以穿过实体单元的任意部位,可为真实地反映锚杆的复杂几何布局与工作特点提供便 利.

关键词:加锚岩体 组合模型 界面 黏结/滑移

中图分类号:TU457 文献标识码:A 文章编号:1000-1980(2005)04-0418-04

在岩石边坡和地下洞室等工程中,加锚支护已得到了广泛应用.实践表明,加锚支护的增稳加固效果非常显著.但关于这类问题的分析与计算还不十分成熟.有限元法作为一种有效的数值分析手段,也已用于加 锚岩体的数值计算,但锚杆的模拟问题并没有很好地解决.目前,常将锚杆看成只受单向拉伸或压缩的一维 单元,并且要求杆单元的结点与块体单元的结点一致.这种方法并不能真实地反映锚杆的作用.主要原因是 这种方法未能反映锚杆与岩体之间的黏结滑移性质,数值计算显示的加固效果并不显著.为此,一些研究人 员在锚杆与岩体之间引入了接触单元或节理单元<sup>11</sup>,文献 2 则考虑锚芯与灌浆之间的剪切作用,建立了一 种三维锚杆单元.这些方法虽然可以较好地反映锚杆的工作特点,但锚杆单元仍然必须布置在块体单元的棱 边上,这给网格的生成带来很大困难,尤其在布锚量很大的情况下,很难真实反映各种锚杆复杂的几何布局. 文献 3 A 1利用有限元中的位移插值理论和静力等效原则建立了一种加锚岩体组合模型,使得加锚支护问题 的网格离散更加方便.但该组合模型仍然没有反映锚杆与岩体之间的黏结滑移性质.本文通过锚杆轴向自由 度的引入,建立了一种考虑界面黏结滑移性质的加锚岩体组合单元模型.该模型既能够较好地反映锚杆的工 作机理,又便于网格离散.

#### 1 组合单元的位移模式

考虑某加锚岩体,不失一般性,设一根锚固件任意穿过六面体岩体单元而成图 1(a)所示加锚岩体组合单元.

为了能反映锚固件与岩体交界面上的黏结滑移性质,这里引入锚杆轴线坐标。,并将锚杆单元结点的轴 向位移作为基本未知量,则组合单元的结点位移矢量

$$\boldsymbol{u}^{e} = \begin{bmatrix} u_{1} & v_{1} & w_{1} & \dots & u_{8} & v_{8} & w_{8} & t_{A} & t_{B} \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{r}^{e} \\ \boldsymbol{u}_{a}^{e} \end{bmatrix}$$
(1)

相应的单元结点力

$$\boldsymbol{F}^{e} = \begin{bmatrix} X_{1} & Y_{1} & Z_{1} & \dots & X_{8} & Y_{8} & Z_{8} & T_{A} & T_{B} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{r}^{e} \\ \boldsymbol{F}_{e}^{e} \end{bmatrix}$$
(2)

式中  $:u_r^e$ ,  $F_r^e$ ——岩体单元在整体坐标系下的结点位移与相应的结点力,

 $\boldsymbol{u}_{r}^{e} = \begin{bmatrix} u_{1} & v_{1} & w_{1} & \dots & u_{8} & v_{8} & w_{8} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$  $\boldsymbol{F}_{r}^{e} = \begin{bmatrix} X_{1} & Y_{1} & Z_{1} & \dots & X_{8} & Y_{8} & Z_{8} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ 

收稿日期 2004-06-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(90410011)

作者简介 孙林松 (1968—),男 江苏姜堰人 副教授 博士 ,主要从事水工结构现代分析方法与优化设计研究.



#### 图1 加锚岩体组合单元

Fig.1 Combined element of anchored rock mass  $u_a^e$ ,  $F_a^e$ ——锚杆单元沿轴线方向的结点位移与结点力,

 $\boldsymbol{u}_{a}^{e} = \begin{bmatrix} t_{A} & t_{B} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$  $\boldsymbol{F}_{a}^{e} = \begin{bmatrix} T_{A} & T_{B} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 

组合单元等参变换的母单元如图 1(b)所示. 岩体单元内任意一点在整体坐标系下的位移

$$\boldsymbol{u}_{r} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1}^{r} & \cdots & N_{8}^{r} & \\ N_{1}^{r} & \cdots & N_{8}^{r} & \\ & N_{1}^{r} & \cdots & N_{8}^{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1} \\ v_{1} \\ w_{1} \\ \\ w_{8} \end{bmatrix} = N_{r} \boldsymbol{u}_{r}^{e}$$
(3)

在锚杆轴线坐标上的位移

 $t_r = \begin{bmatrix} l & m & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = n_a^{\mathrm{T}} N_r u_r^e$ (4)

式中:Ni----岩体单元的插值型函数,

$$V_{i}^{r} = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_{i}) (1 + \eta \eta_{i}) (1 + \zeta \zeta_{i}) \quad (i = 1 \ 2 \ \dots \ 8)$$

 $n_a$ ——锚杆的方向余弦向量,

$$\boldsymbol{u}_a = \begin{bmatrix} l & m & n \end{bmatrix}^{\mathbf{I}}$$

锚杆单元内任意一点在轴线坐标上的位移

Λ

$$t_a = \begin{bmatrix} N_A^a & N_B^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_A \\ t_B \end{bmatrix} = N_a \boldsymbol{u}_a^e$$
(5)

式中 N<sup>a</sup>;为锚杆单元的插值型函数,

$$N_i^a = \frac{1}{2} (1 + \rho \rho_i) (i = A, B)$$

## 2 组合单元的平衡方程

2.1 单元应力与结点位移的关系

组合单元中的应力包括岩体中的应力  $\sigma_r = [\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{xx}]$ 、锚杆中的轴向应力  $\sigma_a$  以及锚杆 与岩体交界面上的黏结应力  $\tau_b$ .其中,岩体单元应力和锚杆单元应力用结点位移表示分别为

$$\boldsymbol{\sigma}_{r} = \boldsymbol{D}_{r}\boldsymbol{B}_{r}\boldsymbol{u}_{r}^{e} \qquad \boldsymbol{\sigma}_{a} = E_{a}\left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L}\right] \begin{bmatrix} t_{A} \\ t_{B} \end{bmatrix} = E_{a}\boldsymbol{B}_{a}\boldsymbol{u}_{a}^{e} \qquad (6)$$

式中: $D_r$ , $B_r$ ——常规六面体等参元的弹性矩阵与几何矩阵<sup>[5]</sup>; $E_a$ ——锚杆的弹性模量;L——锚杆单元长度.

界面上的黏结应力 τ<sub>h</sub> 用锚杆与相邻岩体之间的相对位移 Δt<sub>h</sub> 表示为

$$\tau_b = k_\tau \Delta t_b \tag{7}$$

式中 : $k_{\tau}$  ——界面剪切刚度 ,可由试验获得或利用灌浆的剪切模量  $G_g$  和灌浆厚度 t 计算 , $k_{\tau} = \frac{G_g}{t}$  : $\Delta t_b = t_a - t_r$  利用式 (4)(5),有

$$\Delta t_b = N_a \boldsymbol{u}_a^e - \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} N_r \boldsymbol{u}_r^e = \begin{bmatrix} B_b^r & B_b^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r^e \\ u_a^e \end{bmatrix} = \boldsymbol{B}_b \boldsymbol{u}^e$$
(8)

$$\boldsymbol{B}_{b}^{r} = -\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}_{r} = \begin{bmatrix} -lN_{1}^{r} & -mN_{1}^{r} & -nN_{1}^{r} & \dots & -lN_{8}^{r} & -mN_{8}^{r} \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{B}_{b}^{a} = \boldsymbol{N}_{a} = \begin{bmatrix} N_{A}^{a} & N_{B}^{a} \end{bmatrix}$$

将式(8)代入式(7),可将黏结应力用组合单元的结点位移表示为

$$\tau_b = k_\tau \boldsymbol{B}_b \boldsymbol{u}^e \tag{9}$$

2.2 单元劲度矩阵与平衡方程

任意给定单元的结点虚位移  $\delta u^e = \begin{bmatrix} \delta u_r^e \\ \delta u_a^e \end{bmatrix}$ ,则岩体单元内部各点的虚应变矢量  $\delta \varepsilon_r = B_r \delta u_r^e$ ,锚杆单元内 部各点的虚应变  $\delta \varepsilon_a = B_a \delta u_a^e$ ,界面虚相对位移  $\delta \Delta t_b$  )=  $B_b \delta u^e$  组合单元的内力虚功为

$$\delta W_{\text{int}}^{e} = \int_{V_{a}} \delta \varepsilon_{a} \sigma_{a} dV_{a} + \int_{S_{b}} \delta (\Delta t_{b}) \tau_{b} dS_{b} + \int_{V_{r}} (\delta \varepsilon_{r})^{F} \sigma_{r} dV_{r} = \int_{V_{a}} (\delta u_{a}^{e})^{F} B_{a}^{T} \sigma_{a} dV_{a} + \int_{S_{b}} (\delta u^{e})^{F} B_{b}^{T} \tau_{b} dS_{b} + \int_{V_{r}} (\delta u_{r}^{e})^{F} B_{r}^{T} \sigma_{r} dV_{r}$$
(10)

设锚杆的横截面面积为  $A_a$ ,与岩体交界面的周长为  $P_b$ ,则  $dV_a = A_a dL$ , $dS_b = P_b dL$ ,利用式(6)和式(9),式(10)可写为

$$\delta W_{\text{int}}^{e} = \left[ \left( \delta \boldsymbol{u}_{r}^{e} \right)^{\mathrm{T}} \left( \delta \boldsymbol{u}_{a}^{e} \right)^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{T}} \left[ \begin{array}{c} \boldsymbol{k}_{r} + \boldsymbol{k}_{b}^{rr} & \boldsymbol{k}_{b}^{ra} \\ \boldsymbol{k}_{b}^{ar} & \boldsymbol{k}_{a} + \boldsymbol{k}_{b}^{aa} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \boldsymbol{u}_{r}^{e} \\ \boldsymbol{u}_{a}^{e} \end{array} \right]$$
(11)

$$\boldsymbol{k}_{r} = \int_{V_{r}} \boldsymbol{B}_{r}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}_{r} \boldsymbol{B}_{r} \mathrm{d} V_{r} \qquad \boldsymbol{k}_{a} = E_{a} A_{a} \int_{L} \boldsymbol{B}_{a}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_{a} \mathrm{d} L \qquad \boldsymbol{k}_{b}^{rr} = k_{\tau} P_{b} \int_{L} (\boldsymbol{B}_{b}^{r})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_{b}^{r} \mathrm{d} L$$
$$\boldsymbol{k}_{b}^{aa} = k_{\tau} P_{b} \int_{L} (\boldsymbol{B}_{b}^{a})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_{b}^{a} \mathrm{d} L \qquad \boldsymbol{k}_{b}^{ra} = (\boldsymbol{k}_{b}^{ar})^{\mathrm{T}} = k_{\tau} P_{b} \int_{L} (\boldsymbol{B}_{b}^{r})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_{b}^{a} \mathrm{d} L$$

由虚功原理可得考虑界面黏结滑移性质的加锚岩体组合单元的平衡方程为

$$k^e u^e = F^e \tag{12}$$

单元劲度矩阵为

$$\mathbf{k}^{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{r} + \mathbf{k}_{b}^{rr} & \mathbf{k}_{b}^{ra} \\ \mathbf{k}_{b}^{ar} & \mathbf{k}_{a} + \mathbf{k}_{b}^{aa} \end{bmatrix}$$
(13)

对于包含一根锚固件的六面体组合单元,单元劲度矩阵 k<sup>e</sup> 是 26 × 26 阶矩阵. 若一块体单元同时包含几 根锚固件,可以类似处理导出相应的组合单元劲度矩阵,只是矩阵的阶数会有所增加.

#### 3 算 例

图 2 所示 5 m×5 m×5 m 混凝土立方块试件,中心有一锚杆受拉力作用. 设锚杆直径为 32 mm,埋入混凝土中的长度为 1.35 m 拉拔力为 600 MPa. 计算 时混凝土的弹性模量与泊松比为  $E_c = 2.0 \times 10^4$  MPa, $\mu = 0.2$ ;锚杆材料弹性 模量  $E_a = 2.1 \times 10^5$  MPa;界面剪切刚度  $k_\tau = 4.0 \times 10^4$  MN/m<sup>3</sup>.图 3 给出了锚 杆轴向应力本文计算结果与文献 6 试验结果的对比.可以看出,两者吻合得 较好.这说明本文模型能较合理地反映锚固机理.图 4 为不同拉拔力作用时 界面切应力分布,其规律与文献 7 揭示的规律一致.



图 2 试件有限元计算网格 Fig.2 FEM mesh of test sample



### 4 结 语

本文通过锚杆轴向位移自由度的引入,建立了考虑界面黏结性质的加锚岩体组合单元模型,并导出了相 关单元列式.算例表明,本文模型能较合理地反映锚固机理.若在确定界面剪切刚度 k<sub>x</sub> 时考虑界面的滑移破 坏等非线性特征,则本文模型可以更好地反映锚杆与岩体接触面的相对滑移.加锚岩体采用该组合单元模拟 时,锚固件可以穿过块体单元的任意部位而不受块体单元网格的限制.这有利于更好地仿真锚固件复杂的几 何布局,揭示实际锚固效应及加锚岩体的工作形态.

参考文献:

[1]周力军.考虑接触非线性的锚杆-土体非线性有限元分析 J].水运工程 2001 (10) 28-30.

[2] 雷晓燕. 三维锚杆单元理论及其应用[J]. 工程力学, 1996, 13(2) 21-24.

[3]蔡永昌,朱合华,李晓军.一种用于锚杆支护数值模拟的单元处理方法J].岩石力学与工程学报,2003,22(7):1137—1140.

[4] 邵国建 朱虹 蔣永兴.加锚岩体的组合模型及加固效应分析 J].河海大学学报(自然科学版) 2001 29(增刊):13—16.

[5] 王勖成. 有限单元法 M]. 北京:清华大学出版社 2003. 130—141.

[6]荣冠 朱焕春 杨松林 ,等.三峡工程永久船闸高强锚杆现场试验研究 J].岩土力学 2001 2X(2):171—175.

[7] LI C STILLBORG B. Analytical models for rock bolts J]. Int J Rock Mech Min Sci ,1999 36 8):1013-1029.

# Combined element model for anchored rock mass with consideration of interface properties

#### SUN Lin-song<sup>1</sup>, GUO Xing-wen<sup>2</sup>

(1. College of Hydraulic Science and Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China;

2. College of Civil Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China )

**Abstract** :With the axial displacement of anchor rods taken as a degree of freedom, a combined element model for anchored rock mass with consideration of interface properties was developed for numerical simulation of the rock mass, and the corresponding formulas were deduced for combined elements. Case study shows that, with the model used for anchored rock mass analysis, the anchor rod may go through anywhere of the block element. As a result, the present model makes it easy to truely reflect the complicated geometric layout and operational characteristics of anchor rods.

Key words anchored rock mass ; combined model ; interface ; bond-slip