

矩形交错管道的双圆弧光滑连接弯管

刘志杰

(河北理工学院土建系 唐山 063000)

摘 要 空间管道广泛应用于建筑、机械、化工、造船、环保等工程,在管道设计中,常常需要一种矩形弯管光滑连接两轴线交错管道.探讨了这种弯管的连接特点和设计规律,得出了连接条件及计算公式.

关键词 矩形交错管道;光滑连接;自动绘图

中图号 U173

在工程中,经常会遇到空间管道连接的问题,除圆管外,矩形管道也是最常见的.在管道连接时,通常要求管道截面的形状、大小须一致,为此,可以把矩形口连接弯管的轴线作成为一段空间曲线.但这样往往出现不可展曲面,或使管道不为等截面.例如使其轴线为圆柱螺旋线,这样,一个矩形沿其运动所形成的连接管段,是由两个圆柱面和两个正螺旋面所围成,正螺旋面属于不可展曲面.如使轴线由几段不在同一平面上的圆弧构成,这样,管中只存在平面和圆柱面,见图 1 所示,这样可以满足弯管连接的两个基本要求:等截面,表面可展.

假设矩形连接弯管轴线由两段相切但又不在同一平面上的圆弧组成,如图 1 中 $\widehat{NF}$ 及 $\widehat{FE}$ 弧所示.

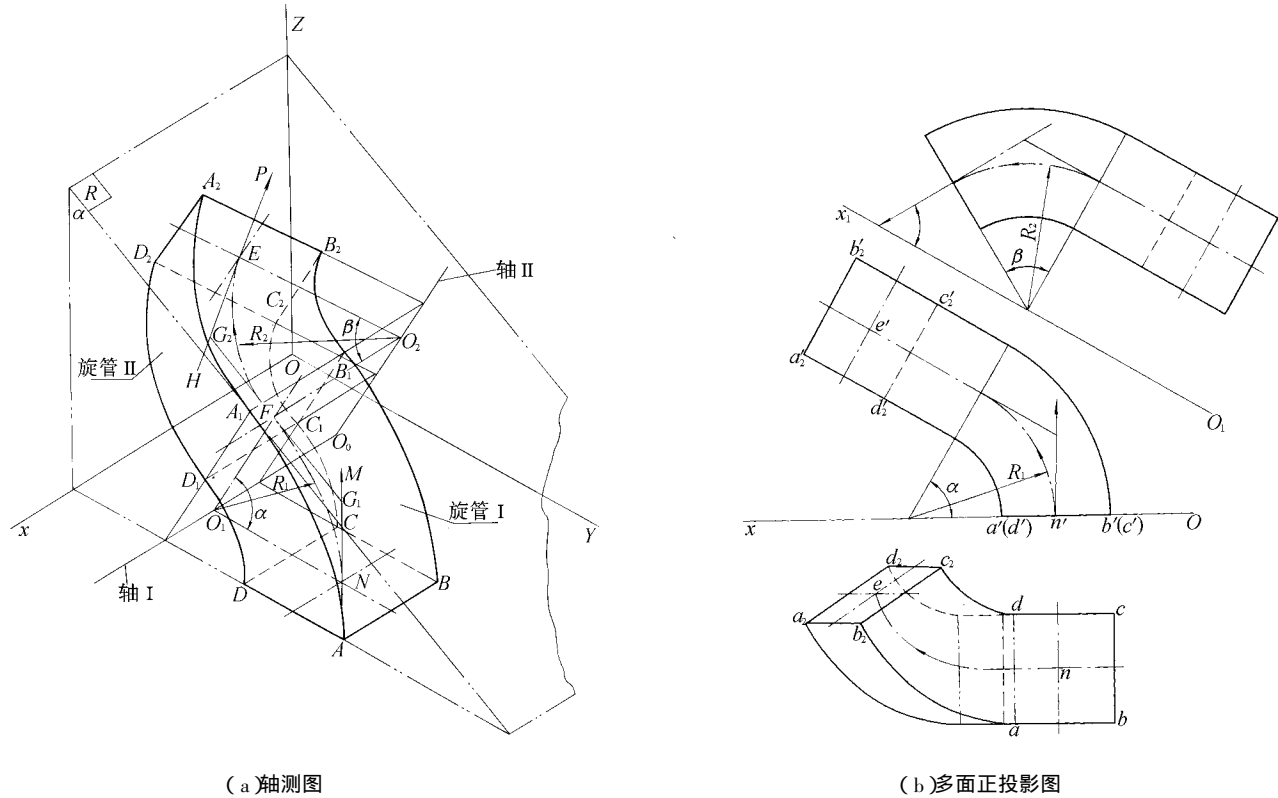


图 1 双圆弧连接弯管

Fig. 1 Double arc connecting elbow pipe

图 1 中 $\overline{G_1G_2}$ 为两圆弧公切线,当矩形口 $ABCD$ 绕 O_1O_0 轴转 α 角至 $A_1B_1C_1D_1$,得旋管 I.再绕 O_2O_0 轴旋 β 角至 $A_2B_2C_2D_2$,得旋管 II.形成了一个空间双圆弧切接的矩形口连接弯管.从图中不难看出, O_1O_0 , O_2O_0 分别平行于 $A_1B_1C_1D_1$ 矩形的一条边,使 O_1O_0 与 O_2O_0 为一对正交的旋转轴.由于旋管 I, II 截形相

同且保持不变,故其表面由两个扇形平面和两个圆柱面组成.两旋管交接面 $A_1B_1C_1D_1$ 上各顶点为弯管上相应两段圆弧公切点,使管 I, II 光滑连接.

1 双旋连接弯管中有关参数的计算式

由图 1 可知,连接弯管是由一矩形口分别绕 O_1O_0 和 O_2O_0 轴旋成,因此,研究其旋转规律及计算方法,只需研究弯管进口中心 N 点的旋转情况,如图 2 所示.

根据连接管要求,一般先给定两个被连交错矩形直管轴线的方位,即由 $N(x_n, y_n, z_n), M(x_m, y_m, z_m), H(x_h, y_h, z_h), P(x_p, y_p, z_p)$ 四点坐标确定进出管的轴线位置,再给定进出口方向 $\vec{NM}$ 及 $\vec{HP}$ 后,便可决定连接弯管轴线的旋转半径 R_1, R_2 , 圆心角 α, β 以及出口处 E 点的位置.

为解题方便,可使进口平面 $ABCD$ 与 XOY 坐标面重合,使 AB 边平行于 OX 轴,此时 R_1 弧位于过 N 点且平行于 YOZ 坐标面的 S 平面内, R_2 弧位于过 HP 线且垂直于 YOZ 坐标面的 R 平面内.

1.1 求圆心角 α, β

按已知条件可确立的方程有:

直线 HP 的方程
$$\frac{x - x_h}{x_p - x_h} = \frac{y - y_h}{y_p - y_h} = \frac{z - z_h}{z_p - z_h} \tag{1}$$

直线 NM 的方程
$$x = x_n \quad y = y_n \tag{2}$$

R 平面的方程
$$\frac{y - y_h}{y_p - y_h} = \frac{z - z_h}{z_p - z_h} \tag{3}$$

S 平面的方程
$$x = x_n \tag{4}$$

解 (2)(3) 式得 NM 与 R 面交点 $G_1(x_n, y_n, \frac{y_n - y_h}{y_p - y_h}(z_p - z_h) + z_h)$ 解 (1)(4) 式得 HP 与 S 面交点 $G_2(x_n, \frac{x_n - x_h}{x_p - x_h}(\frac{y_n - y_h}{y_p - y_h}(z_p - z_h) + z_h) + y_h, \frac{x_n - x_h}{x_p - x_h}(z_p - z_h) + z_h)$ 两矢量间夹角为: $\theta_1 = (\vec{NM}, \vec{G_2G_1}), \theta_2 = (\vec{HP}, \vec{G_2G_1})$. 各矢量坐标为: $\vec{NM} = \{0, 0, z_m\}, \vec{HP} = \{x_p - x_h, y_p - y_h, z_p - z_h\}, \vec{G_2G_1} = \{0, y_n - [\frac{x_n - x_h}{x_p - x_h}(\frac{y_n - y_h}{y_p - y_h}(z_p - z_h) + z_h)](\frac{y_n - y_h}{y_p - y_h} - \frac{x_n - x_h}{x_p - x_h})(z_p - z_h)\}$ 两矢量夹角的余弦为:

$$\cos\theta_1 = \frac{\vec{NM} \cdot \vec{G_2G_1}}{|\vec{NM}| \cdot |\vec{G_2G_1}|} = \frac{(\frac{y_n - y_h}{y_p - y_h} - \frac{x_n - x_h}{x_p - x_h})(z_p - z_h)}{\sqrt{(\frac{y_n - y_h}{y_p - y_h} - \frac{x_n - x_h}{x_p - x_h})^2(z_p - z_h)^2 + (y_p - y_h)^2 + (z_p - z_h)^2}}$$

令式中 $\frac{y_n - y_h}{y_p - y_h} - \frac{x_n - x_h}{x_p - x_h} = \Delta$, 由于 Δ 有正负值,故:

$$\cos\theta_1 = \pm \frac{z_p - z_h}{\sqrt{(y_p - y_h)^2 + (z_p - z_h)^2}} \tag{5}$$

同理可得:
$$\cos\theta_2 = \frac{\vec{HP} \cdot \vec{G_2G_1}}{|\vec{HP}| \cdot |\vec{G_2G_1}|} = \pm \sqrt{\frac{(y_p - y_h)^2 + (z_p - z_h)^2}{(x_p - x_h)^2 + (y_p - y_h)^2 + (z_p - z_h)^2}} \tag{6}$$

当 $\Delta > 0$ 时,式 (5)(6) 式取正值, $\Delta < 0$ 时取负值. 由于 $\alpha = 180^\circ - \theta_1, \beta = 180^\circ - \theta_2$, 故:

$$\text{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-\sqrt{1 - \cos^2\theta_1}}{\cos\theta_1} = \mp \frac{|y_p - y_h|}{(z_p - z_h)} \tag{7}$$

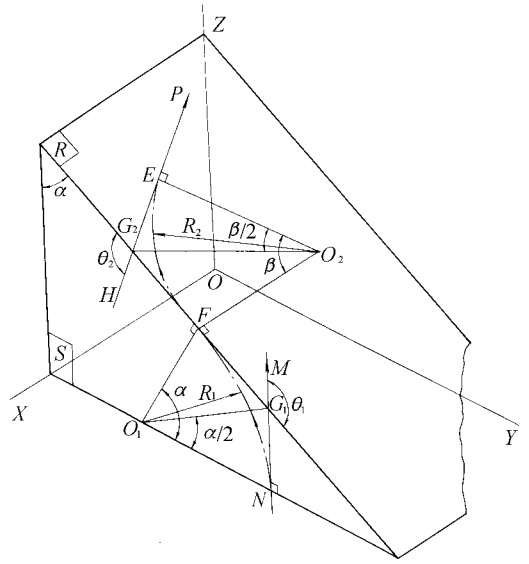


图 2 弯管进口中心 N 点的旋转情况分析

Fig. 2 Analysis of rotation of elbow pipe entrance center N

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{-\sin \theta_2}{\cos \theta_2} = \frac{-\sqrt{1-\cos ^2 \theta_2}}{\cos \theta_2} = \mp \frac{\left|x_p-x_h\right|}{\sqrt{\left(y_p-y_h\right)^2+\left(z_p-z_h\right)^2}} \quad (8)$$

当 $\Delta>0$ 时 ,式(7)(8)取负值 ,当 $\Delta<0$ 时 ,取正值.

1.2 求旋转半径 R_1, R_2

$$\left|z_{g1}\right|=\left|G_1 N\right|=\left|G_1 F\right|=\left|\frac{y_n-y_h}{y_p-y_h}\left(z_p-z_h\right)+z_h\right| \quad (9)$$

$$\left|G_2 G_1\right|=\left|\Delta\right| \sqrt{\left(y_p-y_h\right)^2+\left(z_p-z_h\right)^2} \quad (10)$$

$$R_1=\left|G_1 N\right| / \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}=\left|\frac{y_n-y_h}{y_p-y_h}\left(z_p-z_h\right)+z_h\right| \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha / 2)} \quad (11)$$

$$R=\left[\left(\left|G_2 G_1\right|-\left|G_1 F\right|\right) \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}(\beta / 2)}-\left|\Delta\right| \sqrt{\left(y_p-y_h\right)^2+\left(z_p-z_h\right)^2}-\left|\frac{y_n-y_h}{y_p-y_h}\left(z_p-z_h\right)+z_h\right| \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}(\beta / 2)}\right] \quad (12)$$

1.3 求 E 点的坐标

过 O_2 点作 T 面垂直于 $\vec{HP}$ 线 ,则 T 面与 $\vec{HP}$ 交点即为所求点 ,由于 $HP \perp T$,故 T 面的法线矢量为 :

$$\vec{HP}=\left\{\left(x_p-x_n\right)\left(y_p-y_h\right)\left(z_p-z_h\right)\right\}$$

过 O_2 点且含有法线矢量 $\vec{HP}$ 的 T 平面的坐标方程为 :

$$\left(x_p-x_h\right)\left(x-x_{02}\right)+\left(y_p-y_h\right)\left(y-y_{02}\right)+\left(z_p-z_h\right)\left(z-z_{02}\right)=0 \quad (13)$$

解(1)(13)式得 :

$$\left.\begin{aligned} x_e &= \frac{\left(x_p-x_h\right)\left[\left(x_p-x_h\right)\left(x_{02}-x_h\right)+\left(y_p-y_h\right)\left(y_{02}-y_h\right)+\left(z_p-z_h\right)\left(z_{02}-z_h\right)\right]}{\left(x_p-x_h\right)^2+\left(y_p-y_h\right)^2+\left(z_p-z_h\right)^2} \\ y_e &= \frac{x_e-x_h}{x_p-x_h}\left(y_p-y_h\right)+y_h & z_e &= \frac{x_e-x_h}{x_p-x_h}\left(z_p-z_h\right)+z_h \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

式中 O_2 点的坐标为 :

$$\begin{aligned} x_{02} &=x_{01}-R_2=x_n-R_2 \\ y_{02} &=y_{01}+R_1 \cos \alpha=y_n-R_1\left(1-\cos \alpha\right) \\ z_{02} &=R_1 \sin \alpha \end{aligned}$$

2 结 束 语

两轴线交错矩形管道可用双圆弧切接的矩形弯管来连接 ,这种空间弯管能满足光滑连接、等截面和表面可展的要求.

决定矩形连接弯管轴线的各参数 ,可按文中有关公式求得 .但弯管旋转半径 R_1, R_2 值尚与矩形口大小有关 ,当满足 $R_1>\frac{BC}{2}, R_2>\frac{AB}{2}$ 的条件时 ,方可按矩形口大小来定出整个连接弯管的尺寸.

Double Arc Elbow Pipe for Connecting Rectangular Cross Pipes

Liu Zhijie

(Hebei Institute of Science and Engineering ,Tangshan 063000)

Abstract Spatial pipes are widely used in architecture ,machinery ,chemical engineering ,ship building ,environmental protection , etc. In pipe design ,a kind of rectangular pipe is often needed to connect smoothly cross pipes. The characteristics of this connecting elbow pipe and its design are discussed ,and the connection conditions and calculating formulae are obtained.

Key words rectangular cross pipe ;smooth connection ;automatic plotting