

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2016.02.008

系列移动荷载下周期性弹性支撑 连续梁的共振及消振效应

陆建飞, 吴嘉彬, 沙 萱

(江苏大学土木工程与力学学院, 江苏 镇江 212013)

摘要: 基于 Fourier 变换、系列 Fourier 变换及传递矩阵方法, 研究了移动荷载列作用下周期性弹性支撑连续梁的共振及消振效应。通过 Fourier 变换和系列 Fourier 变换, 把单个移动荷载所引起的动力响应表示为响应函数沿代表跨的积分。利用梁和弹性支撑处的传递矩阵, 建立了周期性弹性支撑连续梁的响应函数和特征方程。根据叠加原理并利用单个移动荷载的解, 得出了等间距移动荷载列作用下周期性弹性支撑连续梁的动力响应表达式。根据单个移动荷载引起梁的频域响应, 建立了周期性弹性支撑连续梁在等间距移动荷载列作用下的共振和消振条件。计算结果表明: 当移动荷载列的速度及间距符合共振条件时, 将会发生共振效应; 当符合消振条件时, 将会发生消振效应。

关键词: 周期性弹性支撑连续梁; 等间距系列移动荷载; Fourier 变换; 传递矩阵; 共振; 消振

中图分类号: TU311.3

文献标志码: A

文章编号: 1000-1980(2016)02-0141-08

Resonance and cancellation effects of periodically elastically supported continuous beam under a series of moving loads

LU Jianfei, WU Jiabin, SHA Xuan

(Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: Based on the Fourier and Fourier sequence transforms, and the transfer matrix method, the resonance of a periodically elastically supported continuous beam produced by a series of moving loads and its cancellation effects were investigated. By using the Fourier and Fourier sequence transforms, the dynamic response produced by single moving loads was represented by the integral of the response function over the representative span. The response function and eigenvalue equation of the periodically elastically supported continuous beam were obtained using the transfer matrices between the beam and its elastic supporting points. According to the superposition principle and the expression of the dynamic response of the beam under single moving loads, the dynamic response of the beam under a series of equidistant moving loads was obtained. Using the frequency domain dynamic response of the beam under single moving loads, the resonance and cancellation conditions of the periodically elastically supported continuous beam subject to a series of equidistant moving loads were established. Numerical results show that, when the loading velocity and distance satisfy the resonance condition, resonance will occur; when the condition for resonance cancellation is fulfilled, the effect of resonance cancellation will occur.

Key words: periodically elastically supported continuous beam; series of equidistant moving load; Fourier transform; transfer matrix; resonance; resonance cancellation

列车荷载所引起的振动对桥梁结构的耐久性及乘客的舒适度与安全均有较大影响。由于移动荷载列常

收稿日期: 2015-03-02

基金项目: 国家自然科学基金(11272137)

作者简介: 陆建飞(1967—), 男, 江苏南通人, 教授, 博士, 主要从事土木工程理论研究。E-mail: ljfdoctor@yahoo.com

被用来模拟列车载荷,因此在移动荷载列作用下,桥梁的共振和消振现象引起了学术界的广泛重视。Yang等^[1-2]将列车考虑为一系列移动荷载,利用模态叠加法,把移动荷载列引起单跨弹性支承梁和简支梁的变形进行叠加,得到了系列移动荷载所引起的共振与消振响应发生时相关影响因素间的关系式。李慧乐等^[3-4]采用振型分解法求解简支梁的运动方程,得到了移动荷载作用下简支梁振动响应的解,通过对振动响应解的表达式进行分析,得到了移动荷载列作用下单跨简支梁发生共振与消振效应的条件。王英杰等^[5]应用模态叠加法计算简支梁的变形,求解了弹性车体过桥时的车桥动力响应。研究表明,当弹性车体满足共振条件时,其动力响应被显著放大;当弹性车体发生消振效应时,其动力响应被显著抑制。

目前,桥梁在移动荷载列作用下的共振和消振现象研究仅限于单跨简支梁桥^[1-4],而对高架铁路在移动荷载列作用下的共振和消振现象则缺少研究。由于高架铁路可有效解决软土地基的沉降及冻土地基的冻胀和融陷问题,因此已经建成的青藏铁路、京沪高铁及沪宁城际铁路等均广泛采用高架铁路形式。为施工和维修便利,在常规路段通常把高架铁路的各跨设计成相同结构,因此高架铁路在常规路段可近似成周期性结构。鉴于此,本文将在常规路段的高架铁路简化为周期性弹性支撑梁(图1)。

已有学者对周期性弹性支撑连续梁的动力特性进行了深入研究。Mead^[6-8]对周期性梁的自振特性进行了系统的研究,发现在周期性梁中传播的特征波存在通带和禁带,即波在一定频率范围内能沿周期性梁传播,而在另一些频率范围内则为凋零波,因而不能传播。将黏弹性半空间土体上的轨道看成周期性连续梁,Vostroukhov等^[9]、Metrikine等^[10]通过理论推导和数值计算,比较了列车不同荷载间距对梁产生的动力响应,其研究表明速度不变时改变列车轴距可以减小周期性连续梁的弹性阻力。

对于周期性弹性支撑连续梁,由于其特征波的波数-频率关系由其弥散曲线确定,不存在通常的离散固有频率,因此研究其共振和消振效应不能采用单跨简支梁桥的固有频率分析方法^[1-4]。笔者基于 Fourier 变换、系列 Fourier 变换和传递矩阵方法,对移动荷载列作用下周周期性弹性支撑连续梁的共振及消振效应进行研究,并通过算例进行分析计算。

1 单个移动荷载作用下周周期性弹性支撑连续梁的动力响应

1.1 动力响应表达式

图1为周期性弹性支撑连续梁受等间距移动荷载列作用的示意图,荷载的个数、间距、速度分别为 M 、 d 、 v 。设周期性弹性支撑连续梁每跨的跨长为 L ,每跨包含一个支撑弹簧,支撑弹簧可承受竖向力和弯矩。为了分析梁在上述等间距移动荷载列作用下的共振及消振效应,首先必须分析其在单个移动荷载作用下的动力响应。

由于分析周期性弹性支撑连续梁对移动荷载的动力响应涉及系列 Fourier 变换,因此引入如下系列 Fourier 变换^[11]:

$$\begin{cases} \tilde{f}(\kappa) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(nL) e^{in\kappa L} \\ f(nL) = \frac{L}{2\pi} \int_{-\pi/L}^{+\pi/L} \tilde{f}(\kappa) e^{-in\kappa L} d\kappa \end{cases} \quad (1)$$

式中: $f(nL)$ ——定义在周期为 L 的一维点列上的离散空间函数; n ——任意整数; κ ——与系列 Fourier 变换相关的波数。

对连续的空间和时间函数,定义如下 Fourier 变换^[11]:

$$\hat{f}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{ikx} dx \quad f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(k) e^{-ikx} dk \quad \bar{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2)$$

式中: ω ——角频率; k ——和 Fourier 变换相关的波数; x ——坐标; t ——时间。

设单个荷载从 x 轴的 $-\infty$ 到 $+\infty$ 以速度 v 匀速运动,且在零时刻荷载位于坐标原点,则荷载的位置与时间的关系为

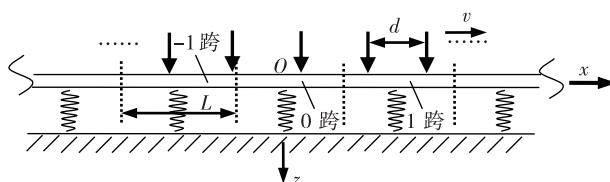


图1 系列移动荷载下周周期性弹性支撑连续梁示意图

Fig. 1 Sketch of periodically elastically supported continuous beam under a series of moving loads

$$\xi = v\tau \quad (3)$$

式中: ξ ——荷载位置坐标; τ ——任意时刻。

根据式(3),作用于周期性弹性支撑连续梁上的点载荷可表示为

$$f(\xi, \tau) = \delta(\xi - v\tau)g(\tau) \quad (4)$$

式中: δ ——Dirac 函数; $g(\tau)$ ——点载荷幅值随时间的变化。

在上述单个移动载荷作用下,可通过 Duhamel 积分^[12-14]表示周期性弹性支撑连续梁的动力响应:

$$\chi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\xi - v\tau)g(\tau)h(x, \xi, t - \tau)d\xi d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)h(x, v\tau, t - \tau) d\tau \quad (5)$$

式中: $\chi(x, t)$ ——周期性弹性支撑连续梁截面 x 处的动力响应,包括截面的位移和相应的内力; $h(x, \xi, t - \tau)$ ——周期性梁的脉冲响应函数。

利用弹性支撑连续梁的周期性,根据系列 Fourier 变换,可得梁的频域动力响应表达式^[12-14]:

$$\bar{\chi}(nL, x^{(e)}, \omega) = \frac{g_0}{v} e^{-inL\kappa_p} \int_{-L/2}^{L/2} \tilde{h}(\kappa_p, x^{(e)}, \xi^{(e)}, \omega) e^{-i\frac{\omega}{v}\xi^{(e)}} d\xi^{(e)} \quad (6)$$

其中

$$\kappa_p = \frac{\omega}{v} - \frac{2m_p \pi}{L}$$

式中: $\tilde{h}(\kappa_p, x^{(e)}, \xi^{(e)}, \omega)$ ——频率-波数域内的响应函数; n ——观察点所在的跨数; $x^{(e)}$ ——观察点在所在跨局部坐标系(局部坐标原点在支撑弹簧处)中的坐标,且 $x^{(e)} \in [-L/2, L/2]$; $\xi^{(e)}$ ——与式(5)中 ξ 对应的局部坐标,且 $\xi^{(e)} \in [-L/2, L/2]$; g_0 ——移动常载荷的幅值; m_p ——整数且其取值使得波数 $\kappa_p \in [-\pi/L, \pi/L]$ 。

式(6)表明,周期性弹性支撑连续梁对单个移动载荷的频域动力响应可表示为响应函数与权函数 $e^{-i(\omega/v)\xi^{(e)}}$ 的乘积沿代表性跨的积分。对其频域内的动力响应进行 Fourier 逆变换,可得其时域内的动力响应^[12-13]:

$$\chi(nL, x^{(e)}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\chi}(nL, x^{(e)}, \omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (7)$$

1.2 单跨梁的传递矩阵及特征方程

如图1所示,第 n 跨中的弹性支撑梁发生弯曲振动时,其频域内的运动方程为^[15]

$$\bar{E}_b I_b \frac{d^4 \bar{v}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega)}{dx^{(e)4}} - \rho_b A_b \omega^2 \bar{v}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega) = 0 \quad (8)$$

式中: $\bar{E}_b$ ——频域内梁的弹性模量; I_b ——梁横截面惯性矩; $\bar{v}_b$ ——梁截面的竖向位移; ρ_b ——梁的密度; A_b ——梁横截面面积。

由于利用标准的固体模型来描述梁体材料的阻尼,因此 $\bar{E}_b$ 的表达式为^[16]

$$\bar{E}_b = E_{bR} \left(\frac{1 + i\omega\tau_{be}}{1 + i\omega\tau_{bs}} \right) \quad (9)$$

其中

$$E_{bR} = \frac{E_{b1} E_{b2}}{E_{b1} + E_{b2}} \quad \tau_{be} = \frac{\eta_b}{E_{b2}} \quad \tau_{bs} = \frac{\eta_b}{E_{b1} + E_{b2}}$$

式中: E_{b1} 、 E_{b2} ——梁黏弹性模型的弹性参数; η_b ——梁的黏性参数。

第 n 跨梁的内力与位移关系为

$$\begin{cases} \bar{Q}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega) = \bar{E}_b I_b \frac{d^3 \bar{v}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega)}{dx^{(e)3}} \\ \bar{M}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega) = -\bar{E}_b I_b \frac{d^2 \bar{v}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega)}{dx^{(e)2}} = -\bar{E}_b I_b \frac{d\bar{\theta}_b(x_b, \omega)}{dx_b} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\bar{Q}_b^{(n)}$ ——梁截面的剪力; $\bar{M}_b^{(n)}$ ——梁截面的弯矩; $\bar{\theta}_b^{(n)}$ ——梁截面的转角。

利用式(8)和式(10),可求得梁的传递矩阵 $\mathbf{T}_b^{[17]}$ 。

对发生弯曲振动的梁,在梁截面 $x^{(e)}$ 处的频域状态向量可定义为

$$\bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega) = \{\bar{\mathbf{q}}_b^{(n)T}(x^{(e)}, \omega), \bar{\mathbf{f}}_b^{(n)T}(x^{(e)}, \omega)\}^T \quad (11)$$

$$\text{其中 } \bar{\mathbf{q}}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega) = \{\bar{v}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega), \bar{\theta}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega)\}^T \quad \bar{\mathbf{f}}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega) = \{\bar{Q}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega), \bar{M}_b^{(n)}(x^{(e)}, \omega)\}^T$$

式中: $\bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(n)}$ ——梁截面的状态向量; $\bar{\mathbf{q}}_b^{(n)}$ ——梁截面的广义位移; $\bar{\mathbf{f}}_b^{(n)}$ ——梁截面的广义力向量。

设周期性弹性支撑连续梁支承处弹簧的垂直和弯曲刚度分别为 $k^{(v)}$ 和 $k^{(w)}$, 因此在第 n 跨支承弹簧处有如下的连续性条件:

$$\begin{cases} \bar{Q}_b^{(n)}(0_+, \omega) - \bar{Q}_b^{(n)}(0_-, \omega) = k^{(v)} \bar{v}_b^{(n)}(0_-, \omega) \\ \bar{M}_b^{(n)}(0_+, \omega) - \bar{M}_b^{(n)}(0_-, \omega) = -k^{(w)} \bar{\theta}_b^{(n)}(0_-, \omega) \end{cases} \quad (12)$$

式中: 0_- ——弹簧支撑处的左梁截面; 0_+ ——弹簧支撑处的右梁截面。

基于式(12),并考虑到弹簧支承处梁横向位移和转角的连续性,可得

$$\bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(n)}(0_+, \omega) = \mathbf{T}_J \bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(n)}(0_-, \omega) \quad (13)$$

$$\text{其中 } \mathbf{T}_J = \mathbf{I}_{4 \times 4} + \mathbf{K}_S \quad \mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k^{(v)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k^{(w)} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式中: $\mathbf{T}_J$ ——弹簧支承处的传递矩阵; $\mathbf{I}_{4 \times 4}$ ——四阶单位矩阵。

对于第 n 跨梁左、右端截面的状态向量,根据 $\mathbf{T}_J$ 、 $\mathbf{T}_b$,可得^[12]

$$\bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(n)}\left(\frac{L}{2}, \omega\right) = \mathbf{T}_b\left(\frac{L}{2}\right) \mathbf{T}_J \mathbf{T}_b\left(\frac{L}{2}\right) \bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(n)}\left(-\frac{L}{2}, \omega\right) \quad (14)$$

式中: $\bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(n)}(L/2, \omega)$ 、 $\bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(n)}(-L/2, \omega)$ ——第 n 跨梁右端、左端截面的状态向量; $\mathbf{T}_b(L/2)$ ——左、右半跨梁的传递矩阵。

根据 Bloch 定理^[18-19], 可得周期性弹性支撑连续梁的特征方程为

$$\left[\mathbf{T}_b\left(\frac{L}{2}\right) \mathbf{T}_J \mathbf{T}_b\left(\frac{L}{2}\right) - e^{-i\kappa L} \mathbf{I}_{4 \times 4} \right] \bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(0)}\left(-\frac{L}{2}, \omega\right) = 0 \quad (15)$$

式中: κ ——特征波波数,其实部表示特征波的相位变化,虚部则表示特征波的衰减。

求解式(15)可得周期性弹性支撑连续梁的特征波波数。当某一频率范围内的虚部较小时,则该频率带称为通带,相应虚部较大的频率带则称为禁带,通带和禁带统称为能带。

1.3 响应函数的求解

周期性弹性支撑连续梁对移动载荷响应的确定依赖于其响应函数。根据 Lu 等^[12]的研究,当影响点的作用位置位于支撑弹簧左侧、右侧时,响应函数所对应的 0 跨左端截面的状态向量分别由式(16)、式(17)确定。

$$\left[\mathbf{T}_b\left(\frac{L}{2}\right) \mathbf{T}_J \mathbf{T}_b\left(\frac{L}{2}\right) - e^{-i\kappa_p L} \mathbf{I}_{4 \times 4} \right] \bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(0)}\left(-\frac{L}{2}, \omega\right) = -\mathbf{T}_b\left(\frac{L}{2}\right) \mathbf{T}_J \mathbf{T}_b\left(-\xi^{(e)}\right) \mathbf{R}_f \quad (16)$$

$$\left[\mathbf{T}_b\left(\frac{L}{2}\right) \mathbf{T}_J \mathbf{T}_b\left(\frac{L}{2}\right) - e^{-i\kappa_p L} \mathbf{I}_{4 \times 4} \right] \bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(0)}\left(-\frac{L}{2}, \omega\right) = -\mathbf{T}_b\left(\frac{L}{2} - \xi^{(e)}\right) \mathbf{R}_f \quad (17)$$

式中: $\mathbf{R}_f = \{0, 0, -1, 0\}^T$ ——与单位载荷相应的状态向量跳跃。

求解式(16)和式(17),可得 0 跨左端截面的状态向量 $\bar{\boldsymbol{\psi}}_b^{(0)}(-L/2, \omega)$, 利用 $\mathbf{T}_J$ 、 $\mathbf{T}_b$, 可确定 0 跨其他截面

的响应函数。这样可确定方程(6)中的响应函数,从而根据式(6)和式(7)计算得到单个移动荷载所引起的周期性弹性支撑连续梁的动力响应。

2 等间距移动荷载列作用下周期性弹性支撑连续梁的动力响应

基于单个移动荷载作用下响应函数的解,可得到等间距移动荷载列作用下周期性弹性支撑连续梁的动力响应。设第*i*个荷载所引起的第*n*跨 $x^{(e)}$ 截面的响应为 $\chi^{(i)}(nL, x^{(e)}, t)$, ($i=1, 2, \dots, M$),则在时域内移动荷载列所引起的周期性弹性支撑连续梁的动力响应为

$$\chi(nL, x^{(e)}, t) = \sum_{i=1}^M \chi^{(i)}(nL, x^{(e)}, t) = \chi^{(1)}(nL, x^{(e)}, t) + \chi^{(1)}(nL, x^{(e)}, t - \frac{d}{v}) + \dots + \chi^{(1)}(nL, x^{(e)}, t - (M-1)\frac{d}{v}) \quad (18)$$

式中: $\chi(nL, x^{(e)}, t)$ ——周期性弹性支撑连续梁对*M*个移动荷载的动力响应。

对式(18)进行 Fourier 变换^[11],可得

$$\bar{\chi}(nL, x^{(e)}, \omega) = \sum_{i=1}^M \bar{\chi}^{(i)}(nL, x^{(e)}, \omega) = \bar{\chi}^{(1)}(nL, x^{(e)}, \omega) (1 + e^{-i\omega \frac{d}{v}} + \dots + e^{-i\omega(M-1)\frac{d}{v}}) \quad (19)$$

式(19)表明,当移动荷载列的速度及间距满足 $d/v=2\pi j/\omega$ (j 为任意整数)时,*M*个荷载所引起的周期性弹性支撑连续梁的动力响应为

$$\bar{\chi}(nL, x^{(e)}, \omega) = M \bar{\chi}^{(1)}(nL, x^{(e)}, \omega) \quad (20)$$

当移动荷载列的速度及间距满足 $d/v=2\pi j/\omega+\pi/\omega$ 时,含偶数及奇数个荷载的移动荷载列所引起的周期性弹性支撑连续梁的动力响应为

$$\bar{\chi}(nL, x^{(e)}, \omega) = \begin{cases} 0, & \text{Mod}(M, 2) = 0 \\ \bar{\chi}^{(1)}(nL, x^{(e)}, \omega) & \text{Mod}(M, 2) = 1 \end{cases} \quad (21)$$

式中:Mod(*)——求余函数。

式(20)表明,当移动荷载的速度及间距满足 $d/v=2\pi j/\omega$ 时,周期性弹性支撑连续梁会出现共振现象,当移动荷载的速度及间距满足 $d/v=2\pi j/\omega+\pi/\omega$ 时,周期性弹性支撑连续梁会出现消振现象。值得指出的是,对于多数频率,由于 $\bar{\chi}^{(1)}(nL, x^{(e)}, \omega)$ 的幅值不是很大,因此式(20)所预测的共振现象并不明显;但对单个移动荷载的共振频率,由于 $\bar{\chi}^{(1)}(nL, x^{(e)}, \omega)$ 的幅值较大,因此公式(20)所预测的共振现象较为明显。Lu等^[12]的研究表明,对慢速移动荷载,共振峰值个数较多,移动荷载能量谱分布较宽,因此共振效应不太明显;但对高速移动荷载,其共振峰值个数较少,能量谱相对集中,因此容易产生较明显的共振和消振现象。

3 数值算例及分析

计算中,一跨梁的长度 $L=24$ m、梁截面宽度 $w_b=3.0$ m、梁的高度 $h_b=1.0$ m,梁的泊松比为0.2、 $\rho_b=2.7 \times 10^3$ kg/m³、 $k^{(v)}=6.0 \times 10^8$ N/m、 $k^{(w)}=6.0 \times 10^8$ N·m/rad、 $E_{lb}=2.0 \times 10^{10}$ Pa、 $E_{2b}=4.0 \times 10^{10}$ Pa、 $\eta_b=3.0 \times 10^7$ N·s/m²,设定高速系列荷载的速度为100 m/s,移动荷载的个数 $M=10$ 。为了计算频域内单个移动荷载产生的动力响应,需对式(6)中的积分进行计算,算例中将跨梁等分为140段,每段采用梯形积分公式进行计算。在快速傅里叶变换计算中,选定第100跨为观察跨,选取计算频率范围为0~30 Hz,并且在频域内取9000个样点。

图2给出了由式(15)所确定的周期性弹性支撑连续梁的能带。由图2可知,周期性弹性支撑连续梁中存在2种特征波,第1种特征波的虚部较大,因此该特征波为高衰减波,不能够沿周期性弹性支撑连续梁传播很远的距离,第2种特征波存在着较大的通带频率范围。

为了分析周期性弹性支撑连续梁在移动荷载列作用下所产生的共振与消振效应,必须首先确定单个移动荷载作用时所对应的共振频率。图3是周期性弹性支撑连续梁在单个移动荷载作用下观察跨左端截面的剪力响应图。由图3(a)可知,周期性弹性支撑连续梁在计算频率范围内存在2个较明显的共振峰,即2.35 Hz和7.85 Hz。观察图2(b),可以发现共振频率2.35 Hz及7.85 Hz均位于第2种特征波通带的边界处,与文献[6, 8, 12-13]中所得结论一致。

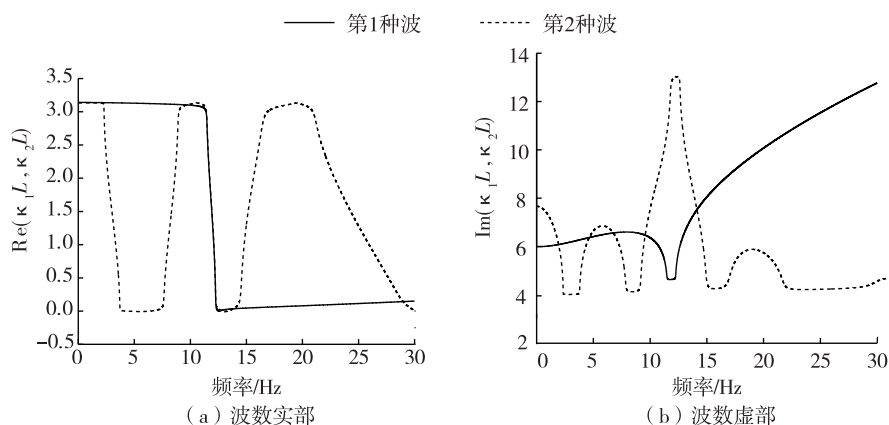


图2 周期性弹性支撑连续梁的能带

Fig. 2 Energy bands of periodically elastically supported continuous beam

选取 2.35 Hz 作为周期性弹性支撑连续梁发生共振与消振效应时的振动频率。根据条件 $d/v = 2\pi j/\omega$, 当相邻载荷间距 $d = 42.55$ m ($j = 1$) 时, 周期性弹性支撑连续梁中将产生共振现象, 图 4 给出了此情形下的剪力; 根据 $d/v = 2\pi j/\omega + \pi/\omega$, 当相邻载荷间距 $d = 21.28$ m ($j = 0$) 时, 周期性弹性支撑连续梁将产生消振现象, 相应剪力如图 5 所示。

比较图 4 和图 3 发现, 在 2.35 Hz 处, 图 4(a) 的峰值是图 3(a) 的 10 倍, 图 4(b) 中时域响应的幅值是图 3(a) 单个移动载荷时的 6 倍左右, 说明发生了共振。观察图 3 和图 5, 可以发现图 5(a) 中, 2.35 Hz 处无峰值, 符合消振条件的预测结果。图 3(b) 和图 5(b) 中剪力的幅值相当, 但图 5(b) 的阴影面积较图 3(b) 小, 峰值减小到 0 的时间比图 3(b) 短, 说明响应的衰减速度比单个移动载荷的要快, 因此, 发生了消振。

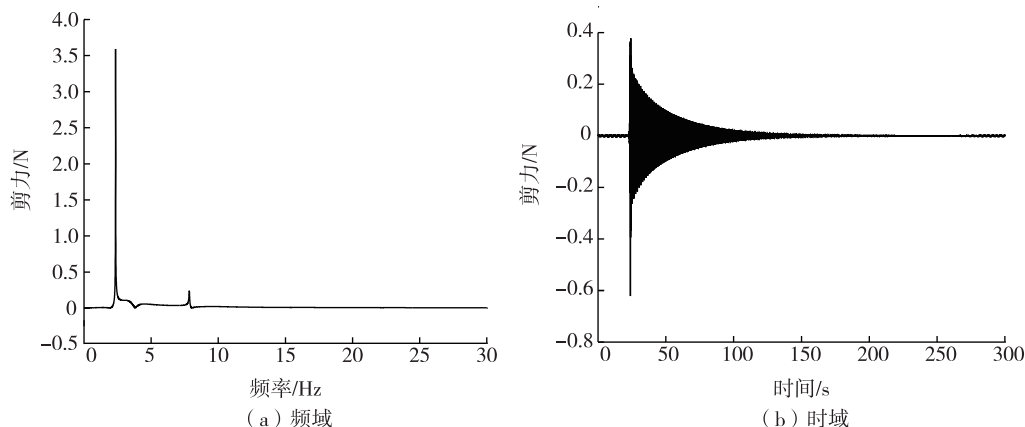


图3 单个移动荷载产生的动态响应

Fig. 3 Dynamic response produced by single moving loads

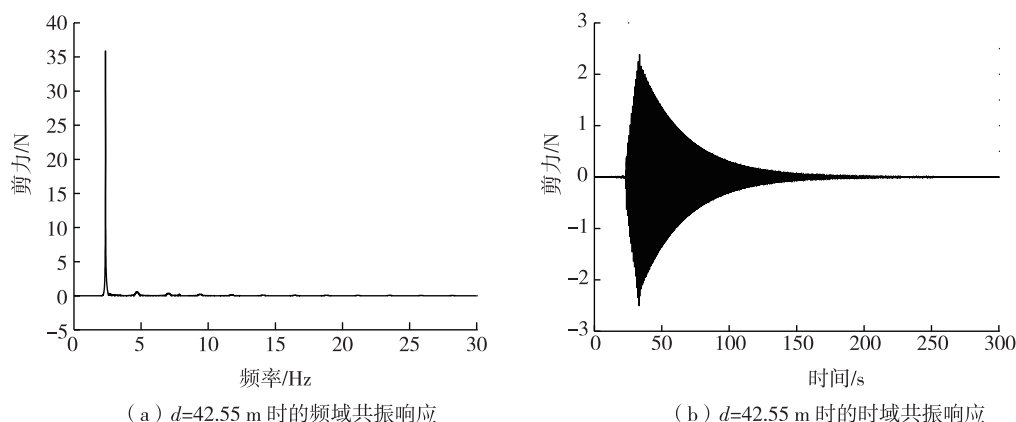


图4 周期性弹性支撑连续梁的共振动态响应

Fig. 4 Dynamic response to resonance of periodically elastically supported continuous beam

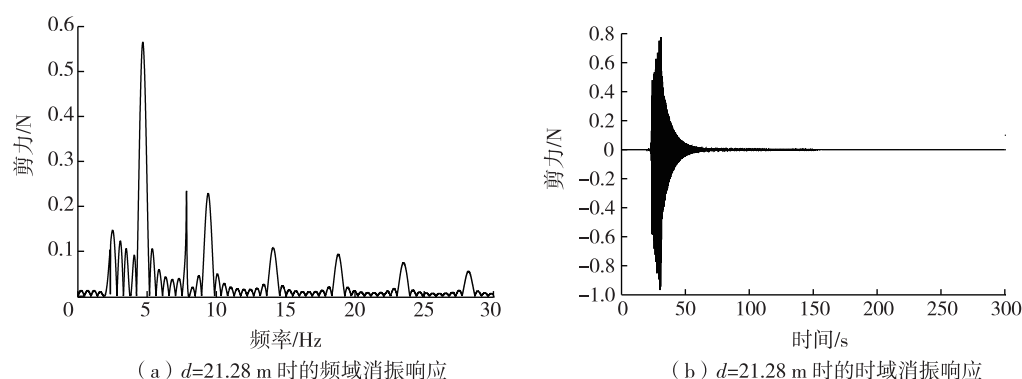


图5 周期性弹性支撑连续梁的消振动态响应

Fig. 5 Dynamic response to resonance cancellation of periodically elastically supported continuous beam

4 结 论

a. 与单跨简支梁类似,周期性弹性支撑连续梁在移动荷载列作用下也存在共振和消振现象。由于周期性弹性支撑连续梁不存在通常的离散固有频率,因此研究其在移动荷载列作用下的共振和消振特性,必须首先对单个移动荷载作用下周期性弹性支撑连续梁的响应特性进行研究。

b. 对慢速移动荷载,其引起的频域动态响应共振峰值个数较多,移动荷载能量谱分布较宽,因此共振效应不太明显;对高速移动荷载,其引起的频域动态响应共振峰值个数较少,能量谱相对集中,因此较容易产生共振和消振现象。

c. 当系列移动荷载的间距和速度满足共振条件时,周期性弹性支撑连续梁会产生共振现象,其共振响应峰值明显大于单个移动荷载产生动态响应的峰值;当系列移动荷载的间距和速度满足消振条件时,周期性弹性支撑连续梁会产生消振现象,此时,响应峰值和单个移动荷载所引起的动态响应的峰值接近。

d. 本文的研究对超长铁路桥梁和高架铁路的设计及列车设计及列车速度设定具有一定的指导意义。

参考文献:

- [1] YANG Y B, LIAO S S, LIN B H. Impact formulas for vehicles moving over simple and continuous Beams[J]. Journal of Structural Engineering, 1995, 121(11): 1644-1650.
- [2] YANG Y B, LIN C L, YAU J D, et al. Mechanism of resonance and cancellation for train-induced vibrations on bridges with elastic bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 269(1): 345-360.
- [3] 李慧乐, 夏禾, 郭薇薇. 简支梁在列车荷载下的共振与消振效应[J]. 振动工程学报, 2014, 27(2): 172-179. (LI Huile, XIA He, GUO Weiwei. Effects of vibration resonance and cancellation for simple beams under train load[J]. Journal of Vibration Engineering, 2014, 27(2): 172-179. (in Chinese))
- [4] 李慧乐, 夏禾, 郭薇薇. 移动荷载作用下简支梁共振与消振机理研究[J]. 工程力学, 2013, 30(7): 47-54. (LI Huile, XIA He, GUO Weiwei. Study on mechanism of resonance and vibration cancellation for simply-supported beam under moving loads[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(7): 47-54. (in Chinese))
- [5] 王英杰, 时瑾, 魏庆朝. 单车过桥下弹性车体共振与消振现象分析[J]. 振动与冲击, 2015, 34(2): 1-8. (WANG Yingjie, SHI Jin, WEI Qingchao. Resonance and vibration cancellation analysis of a vehicle with flexible car body moving over multi-span bridge[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(2): 1-8. (in Chinese))
- [6] MEAD D J. Wave propagation and natural modes in periodic systems: Mono-coupled systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 1975, 40(1): 1-18.
- [7] MEAD D J. Wave propagation in continuous periodic structures; research contributions from Southampton, 1964-1965[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 190(3): 495-524.
- [8] MEAD D J. Wave propagation and natural modes in periodic systems: Multi-coupled systems, with and without damping[J]. Journal of Sound and Vibration, 1975, 40(1): 19-39.
- [9] VOSTROUKHOV A V, METRIKINE A V. Periodically supported beam on a visco-elastic layer as a model for dynamic analysis of a high-speed railway track[J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(21): 5723-5752.

- [10] METRIKINE A V, VOSTRUKHOV A V, VROUWENVELDER A C W M. Drag experienced by a high-speed train due to excitation of ground vibrations[J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38(48): 8851-8868.
- [11] OPPENHEIM A V, WILLISKY A S. Signals and systems[M]. New Jersey: Prentice Hall Englewood Cliffs, 1997.
- [12] LU Jianfei, ZHONG Long, ZHANG Rui. Dynamic response of a periodic viaduct to a moving point loading[J]. Archive of Applied Mechanics, 2015, 85(1): 149-169.
- [13] LU Jianfei, MEI Hua, ZHONG Long. Dynamic response of a periodic viaduct to a moving point loading with consideration of the pile-soil-structure interaction[J]. Acta Mechanica, 2015, 226(6): 2013-2034.
- [14] CHEBLI H, OTHMAN R, CLOUTEAU D. Response of periodic structures due to moving loads[J]. Comptes Rendus Mécanique, 2006, 334(6): 347-352.
- [15] GRAFF, KARL F. Wave motion in elastic solids[M]. New York: Dover Publication Inc, 1991.
- [16] CARCIONE J M. Wave fields in real media-wave propagation in anisotropic anelastic and porous media[M]. Oxford: Elsevier Science, 2001.
- [17] LU J F, YUAN H Y. The sequence Fourier transform method for the analysis of a periodic viaduct subjected to non-uniform seismic waves[J]. Acta Mech, 2013, 224(9): 2143-2168.
- [18] KITTEL C. Introduction to solid state physics[M]. New York: Wiley, 1976.
- [19] ZHANG X G, VARGA K, PANTELIDES S T. Generalized Bloch theorem for complex periodic potentials: a powerful application to quantum transport calculations[J]. Physical Review B, 2007, 76(3): 035108.

· 简讯 ·

2016 中国水生态文明城市建设高峰论坛将在广州市举行

如何更好地解决城市发展过程中河湖的安全、经济、生态、景观等功能平衡,契合国家可持续发展战略和水生态文明建设成为现代水利工程发展的新机遇。由珠江水利委员会珠江水利科学研究院、北京大学建筑与景观设计学院、中国水利学会水生态专业委员会等主办的 2016 中国水生态文明城市建设高峰论坛将于 2016 年 5 月 11—14 日在广东省广州市举行。

会议旨在为国内外相关领域的研究工作人员提供一个学术交流平台。在总结历届成果经验基础上,倡导产、学、研结合,加快我国河道治理与生态修复技术、解决河湖黑臭问题以及水生态文明建设的发展步伐,从而推动城市在景观河湖/小流域方面的高效治理与可持续发展。会议重点邀请政府相关管理部门、专业规划科研院所介绍在景观河湖及小流域治理、解决河湖黑臭问题、海绵城市建设方面的管理办法和整体规划方案,聚集规划、设计、设备提供以及投资方面的行业专家、学者、企业代表、媒体人士共同探讨分析城市在景观河湖/小流域治理与修复方面几个重点环节中存在的问题、面临的挑战以及有效的解决方案等,并且就治理和修复的技术方向和路线进行梳理与广泛交流。

(本刊编辑部供稿)