

有限元网格自动剖分的分区直接法

彭宣茂, 钱向东

(河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 针对水工结构的特点提出了一种灵活、方便、输入信息量少的分区直接剖分法。可以对各种具有复杂结点布置要求的三维有限元网格进行自动剖分, 生成计算时的各种所需的信息。

关键词: 有限元网格; 分区直接法; 自动剖分

中图分类号: O242.21 文献标识码: A 文章编号: 1000-1980(2000)06-0094-03

有限元网格的自动剖分就是通过少量的输入信息, 自动生成计算用的有限元网格及其相应的单元信息、结点坐标及约束、材料、荷载等信息, 并保证网格的疏密和单元的大小符合几何和力学诸方面的要求。其中最常用的有分区参数变换剖分法^[1]。这种方法要求各超单元每条边的生成结点呈现一定的规律性, 即能用一个剖分比例因子确定结点位置, 并且要求相应对边上的剖分比例因子完全相同。而实际工程结构特别是复杂的水工结构有限元分析中, 往往对有限元网格在边界上的位置有一定的要求, 使得边界上网格结点的间隔不具有规律性。为了克服分区参数变换剖分法的不足, 我们针对工程中实际情况, 对边界结点位置有特殊要求的空间问题, 提出了一种有限元网格自动剖分的分区直接法。该法具有灵活、方便和输入信息量少的特点, 并可满足各种复杂网格结点的布置要求。

1 网格结点坐标的自动生成

分区直接剖分法的基本思路是, 根据结构 Ω 的几何外形、力学特征和边界结点布置要求, 将整个结构划分为若干个子区域 Ω_k , 设为 M , 这些子区域称之为超单元, 则

$$\Omega = \bigcup_{k=1}^M \Omega_k \quad (1)$$

将每个超单元 Ω_k 再剖分为若干个(设为 m_k)单元 σ_k , 则

$$\Omega_k = \bigcup_{e=1}^{m_k} \sigma_e \quad (2)$$

对于每个 Ω_k , 可以根据其角点定义超单元信息, 同时给出棱边上的指定结点和各个方向的剖分结点数。在直接剖分法中, 最重要和困难的就是网格结点坐标的自动生成。

首先, 根据各对棱边的已知结点, 求出超单元各表面的网格结点。表面上任意两条直线 L_i 和 L_j 不一定相交(如图 1 所示), 为了得到表面的网格结点, 可取两直线最短联线的中点作为对应表面网格结点, 设 $D(s, t)$ 为两直线 $L_i(t), L_j(s)$ 任意点联线的距离,

$$D(s, t) = \sqrt{d_{xij}^2 + d_{yij}^2 + d_{zij}^2} \quad (3)$$

其中,

$$d_{xij} = (x_{1i} - x_{1j}) + (x_{2i} - x_{1i})t - (x_{2j} - x_{1j})s$$

$$d_{yij} = (y_{1i} - y_{1j}) + (y_{2i} - y_{1i})t - (y_{2j} - y_{1j})s \quad d_{zij} = (z_{1i} - z_{1j}) + (z_{2i} - z_{1i})t - (z_{2j} - z_{1j})s$$

根据极值条件:

$$\frac{\partial D(s, t)}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial D(s, t)}{\partial s} = 0 \quad (4)$$

可得

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s \\ t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式中 a_{ij}, b_i 为与两直线端点坐标有关的常数。求解方程组(5)可得交点参数 s_i 和 t_i 。由此可得最短联线的端点坐标, 从而可得它们的中点, 即相应表面网格的结点坐标

$$\left. \begin{aligned} x_k &= \frac{1}{2} [x_{1i} + x_{1j} + (x_{2i} - x_{1i}) t_i + (x_{2j} - x_{1j}) s_j] \\ y_k &= \frac{1}{2} [y_{1i} + y_{1j} + (y_{2i} - y_{1i}) t_i + (y_{2j} - y_{1j}) s_j] \\ z_k &= \frac{1}{2} [z_{1i} + z_{1j} + (z_{2i} - z_{1i}) t_i + (z_{2j} - z_{1j}) s_j] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

当确定了所有表面网格结点位置以后, 就可根据这些表面网格结点再确定内部网格结点. 设空间有 3 条直线 L_1, L_2 和 L_3 , 其方程为

$$\left. \begin{aligned} L_1(\alpha) &= p_{11}(p_{21} - p_{11})\alpha \\ L_2(\beta) &= p_{11}(p_{22} - p_{12})\beta \\ L_3(\gamma) &= p_{13}(p_{23} - p_{13})\gamma \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 α, β 和 γ 为对应直线方程的参数. 在一般情况下, 3 条直线不一定存在交点(如图 2 所示), 为此可取这 3 条直线最近的点作为内部网格的结点.

设 D_{12}, D_{23} 和 D_{31} 分别为 $L_1 - L_2, L_2 - L_3$ 和 $L_3 - L_1$ 上任意点的距离, 则有

$$\left. \begin{aligned} D_{12}(\alpha, \beta) &= \sqrt{d_{x12}^2 + d_{y12}^2 + d_{z12}^2} \\ D_{23}(\beta, \gamma) &= \sqrt{d_{x23}^2 + d_{y23}^2 + d_{z23}^2} \\ D_{31}(\gamma, \alpha) &= \sqrt{d_{x31}^2 + d_{y31}^2 + d_{z31}^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中 $d_{x12}, d_{y12}, d_{z12}, d_{x23}, d_{y23}, d_{z23}, d_{x31}, d_{y31}, d_{z31}$ 为与线段端点坐标有关且是参数 α, β 和 γ 的函数. 根据极值条件:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial D_{12}(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} &= 0 \\ \frac{\partial D_{12}(\alpha, \beta)}{\partial \beta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial D_{23}(\beta, \gamma)}{\partial \beta} &= 0 \\ \frac{\partial D_{23}(\beta, \gamma)}{\partial \gamma} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial D_{31}(\gamma, \alpha)}{\partial \gamma} &= 0 \\ \frac{\partial D_{31}(\gamma, \alpha)}{\partial \alpha} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

可以求得参数 $(\alpha_{12}, \beta_{12})$ 和 $(\beta_{23}, \gamma_{23})$ 和 $(\gamma_{31}, \alpha_{31})$.
取 3 条最短联线的中点坐标的平均值作为对应的网格结点:

$$x_0 = \frac{1}{6}(2A_x + B_x + C_x + D_x) \quad y_0 = \frac{1}{6}(2A_y + B_y + C_y + D_y) \quad z_0 = \frac{1}{6}(2A_z + B_z + C_z + D_z) \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} A_x &= x_{11} + x_{12} + x_{13} & B_x &= (x_{21} - x_{11})(\alpha_{12} + \alpha_{31}) \\ C_x &= (x_{22} - x_{12})(\beta_{12} + \beta_{23}) & D_x &= (x_{23} - x_{13})(\gamma_{23} + \gamma_{31}) \end{aligned} \right\} \quad (x, y, z) \quad (11)$$

其中 x_0, y_0, z_0 为所求的内部网格结点坐标. 当 3 条直线存在交点时, 它们就是真实的交点坐标^[2].
在一般情况下, 超单元中各棱边上的结点是和已知结点完全重合的, 但在表面和内部的网格结点可能是近似的. 大量实例证明, 只要棱边已知结点布置合理, 由此自动生成的表面和内部网格结点是完全符合有限元网格的剖分要求.

2 边界的缝合

在采用分区直接法自动剖分有限元网格时, 是逐个对每个超单元进行剖分, 且定义单元、结点编号以及单元信息. 因此在超单元的公共界面或公共边界线或公共边界点上将出现重复结点, 即同一个点定义了两个以上的结点号. 对这些重复结点编号应该自动消除, 称之为边界缝合. 在对每个超单元进行剖分时, 按照递增顺序对结点和单元进行局部编号, 同时定义局部单元信息. 当生成边界面结点时, 首先求出其结点坐标, 然后将该点的坐标和前面边界结点坐标进行比较. 如果和前面边界上某结点的坐标完全相同, 则表示该点为重复结点, 不必累计整体结点编号. 如果该点和前面边界上的点相比较后没有相同的结点, 则表示这是一个新

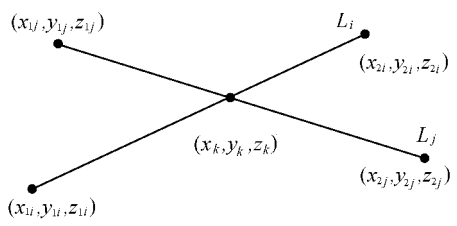


图 1 空间两条直线的交点
Fig.1 Intersection point of two lines in space

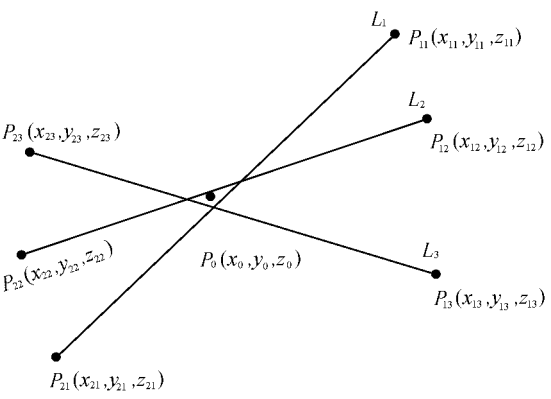


图 2 空间三条直线的交点
Fig.2 Intersection point of three lines in space

结点,必须累计整体结点编号,这样就自动地形成了局部结点编号和整体结点编号的对照关系表.当全部超单元剖分完后,根据对照表,将局部单元信息中的局部结点编号修改为整体结点编号,从而得到一个没有间断且无重复的结点编号序列和相应的单元信息.

3 工程应用

根据以上方法,我们在微机上研制了相应的应用软件,并已在多个大型复杂的水工结构有限元分析中得到应用.图3为某大型水电站复杂地基上的船闸闸首三维非线性分析时的有限元网格.为了充分反映断层走向和复杂地质构造的实际情况,并兼顾上部结构的几何外形,其网格布置非常复杂.如果采用通常的分区变换剖分法,那么输入的数据量之大令人难以接受,而采用本文所提出的分区直接剖分法,只需要定义很少量的超单元和结构外框棱线上的结点,就可自动剖分得到所需的有限元网格.

4 结 语

本文提出的有限元网格的分区直接剖分法具有灵活、方便、输入信息量少的特点,特别适合于各种具有复杂结点布置要求的有限元网格的自动剖分.如果和分区参数变换剖分法联合起来使用,则更具有强大的优越性.即当超单元边界线的结点能用剖分比例因子表示时,就用参数变换剖分法,否则就用直接剖分法,而输入指定结点.这样可以充分利用各自的优点,从而使有限元网格的自动剖分更加方便和灵活,这对于提高有限元分析的实用化和商品化具有很大的实用价值.

参考文献:

- [1] 陈和群,彭宣茂.有限元法的微机程序与图形处理[M].南京:河海大学出版社,1992.123~148.
- [2] 杨家广.计算机图形学[M].北京:清华大学出版社,1995.388~396.

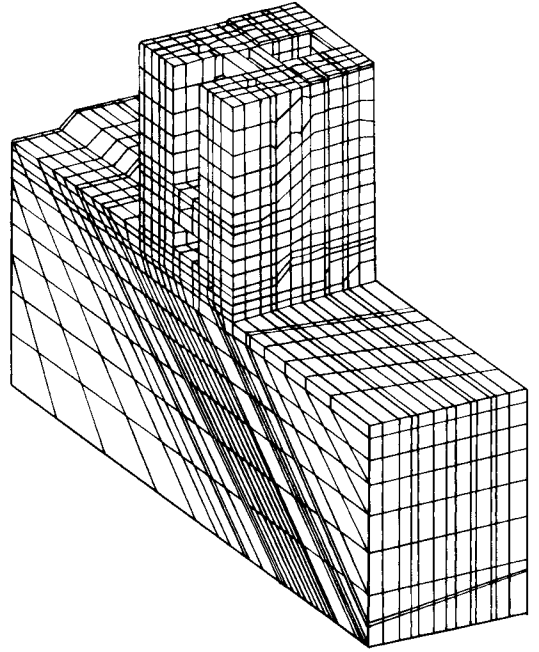


图3 复杂地基上船闸有限元网格

Fig.3 A FEM mesh of shiplock on complicated foundation

Directly-zoned Mesh Generation Method for FEM

PENG Xuan-mao, QIAN Xiang-dong

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract According to the particularity of hydro-structures, a new mesh generation method, directly-zoning method is proposed in this paper, which needs few input data. The method can be used to generate three dimensional FE mesh which requires complex node layout.

Key words FE mesh; directly-zoning method; automatic mesh generation