

DOI: 10.3876/j.issn.1000-1980.2011.05.005

悬移质不平衡输沙模型的特征

丁¹ 戴文鸿¹ 钟德钰² 唐立模¹ 陈洪兵³

(1. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098; 2. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084;
3. 上海市水利工程设计研究院, 上海 200051)

摘要: 为探求悬移质不平衡输沙过程中水流运动、泥沙输运及河床变形的相互作用机制, 完善一维水沙数学模型的基本理论并使其具有更广泛的应用性, 基于双曲系统特征理论及奇异摄动理论系统研究了一维悬移质不平衡输沙模型的特征值、特征向量及特征关系, 并通过渐进展开方法推求了一维耦合水沙数学模型的特征值。研究结果表明: 现有多数模型在特征上无法耦合, 用于多沙河流泥沙模拟具有较大局限性, 主要原因是这些模型采用的河床变形方程无法揭示河床纵向冲淤变化的机制, 水流运动、泥沙输运及河床变形的相互作用在系统特征值上得到了反映, 水沙数学模型有必要考虑水流运动、泥沙输移及河床冲淤的耦合机制。

关键词: 悬移质 数学模型 双曲系统 特征值

中图分类号: TV142⁺.3 文献标志码: A 文章编号: 1000-1980(2011)05-0499-07

目前, 水沙数学模型已广泛应用于天然冲积河流的水流运动、泥沙输运及河床变形模拟计算。现有常见的水沙数学模型多数采用了 2 种处理方法: (a) 基本控制方程简化, 例如在水流连续方程中省略了河床可动性影响, 运动方程中忽略泥沙输运及河床变形项等^[1-2]; (b) 求解方法解耦, 即在一个时间步长内将水流计算和泥沙计算分开, 先求解水流方程得到相应流动要素后再求解输沙方程及河床变形方程^[2-3]。对于少沙河流而言, 其水流含沙量较低, 河床冲淤强度较弱且时间尺度较长, 这种处理方法具有一定的适用性。但对于诸如黄河下游这样的多沙河流而言, 水流运动、泥沙输运及河床变形之间存在强耦合、非线性的复杂过程, 同时伴随一些异常现象的发生^[4-5], 这种处理方法的有效性值得进一步研究。研究^[6-8]表明, 这种处理方式破坏了模型的耦合性, 在进行多沙河流模拟时存在较大的局限性。

针对以上问题, 国内外开展了相关研究^[9-10]。本文在前人研究的基础上, 着重从数学模型的理论基础入手进行探讨。从数学性质上看, 一维水沙数学模型构成一个双曲占优的系统, 其重要特点是具有特征效应, 即变量扰动沿特征线并以特征值这样的速度进行传播^[11]。因此, 多沙河流数学模型耦合与否的一个重要标志是水流运动、泥沙输运及河床变形之间的相互作用能否综合反映到双曲系统的特征关系上。而对于水沙数值模拟而言, 能否充分反映水流运动与河床变形间的相互作用及耦合机制成为有效模拟的关键所在^[3]。

本文根据双曲系统的特征理论及奇异摄动理论系统推求了目前数学模型的特征值、特征向量及特征关系, 分析了水流运动、泥沙输运及河床变形的相互作用机制, 并进一步研究了一维耦合数学模型的特征值。

1 悬移质模型的特征值、特征向量和特征关系

目前对于推移质模型及全沙模型特征分析的结论揭示了水流运动与河床变形之间存在的复杂相互作用机制^[12]。由于多数多沙河流中的泥沙输运主要以悬移质运动为主, 因此, 悬移质不平衡输沙模型对于多沙河流中水沙运动现象的描述和模拟更具有针对性, 且悬移质模型目前被广泛应用于多沙河流洪水演进与河床冲淤变形计算。对于多沙河流水流运动与河床变形的相互作用机制的研究而言, 悬移质模型的特征分析则更具有理论价值。

1.1 特征值

现有一维水沙数学模型常见的基本控制方程为水流连续方程

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

水流运动方程

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hu^2 + \frac{1}{2} gh^2 \right) = gh(i_0 - i_f) \quad (3)$$

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial(hu^2)}{\partial x} + gh \frac{\partial z_b}{\partial x} = -ghi_f \quad (4)$$

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hu^2 + \frac{1}{2} gh^2 \right) + gh \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{(\rho_s - \rho_w) gh^2}{\rho_m} \frac{\partial s_v}{\partial x} - \frac{\rho_b - \rho_m}{\rho_m} u \frac{\partial z_b}{\partial t} = -ghi_f \quad (5)$$

泥沙连续方程

$$\frac{\partial(hs_v)}{\partial t} + \frac{\partial(hus_v)}{\partial x} = -\alpha\omega(s_v - s_{*v}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial(hs_v)}{\partial t} + \frac{\partial(hus_v)}{\partial x} + (1-p) \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

河床变形方程

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{\alpha\omega}{1-p} (s_v - s_{*v}) \quad (8)$$

$$(1-p) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial(hus_v)}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

$$(1-p) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial(hus_{*v})}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

式中: t ——时间; x ——纵向坐标; h ——水深; u ——流速; z_b ——河床高程; i_0 ——床面坡降; i_f ——摩阻能坡; g ——重力加速度; ρ_s ——泥沙密度; ρ_w ——清水密度; ρ_m ——浑水密度; ρ_b ——床沙饱和密度; p ——床沙孔隙率; s_v ——含沙量; s_{*v} ——挟沙力; α ——恢复饱和系数; ω ——泥沙沉速。

这些基本方程由于简化程度不同可组合成不同形式的悬移质输沙模型. 本文用 DM(包括 DM_1, DM_2 和 DM_3)表示非耦合模型, CM(包括 CM_1 和 CM_2)表示耦合模型. 其中: DM_1^[1]由式(1)(3)(6)(8)组成; DM_2^[3]由式(1)(4)(6)(8)组成; DM_3^[2]由式(1)(4)(6)(9)组成; CM_1^[9-10]由式(2)(5)(7)(8)组成.

从计算结果可知: DM_1, DM_2, DM_3 和 CM_1 这 4 种模型的 λ_4 (河床变形特征值)均为 0, 表示河床冲淤在纵向上不受水流运动与泥沙输运的影响; DM_1 和 CM_1 的 λ_1 (水流特征值)均为 $u \pm \sqrt{gh}$, 与圣维南方程组特征值相同; λ_3 (输沙特征值)均为 u , 未受河床冲淤的影响; DM_2 和 DM_3 的 $\lambda_{1,2}$ 均为 $u \pm \sqrt{1 + s_v(1-p)}\sqrt{gh}$, 虽然不同于 DM_1, 但均未受水流运动及河床冲淤的影响; λ_3 均为 u . 因此, 从双曲系统特征理论角度看, 这 4 种模型均没有达到特征耦合.

许协庆等^[13]建立了饱和输沙模型(由式(2)(5)和(10)组成的耦合模型), 并采用该模型分析了河床变形和水流运动的影响, 其研究结果揭示了河床变形、泥沙输运与水流运动的相互关系. 此外, 推移质模型中河床变形对水流的影响在其特征关系上得到了体现^[14].

1.2 特征向量

根据上述特征值可进一步导出 DM_1, DM_2, DM_3 和 CM_1 分别对应于特征值 λ_1 , λ_2 , λ_3 和 λ_4 的右特征列向量矩阵 R_1 , R_2 , R_3 和 R_4 , 如式(11)~(14)所示.

$$R_1 = \begin{bmatrix} -\frac{h}{\sqrt{gh}} & 0 & 0 & \frac{h}{\sqrt{gh}} \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} -\frac{h}{\sqrt{gh}} & \frac{gh}{u^2 - gh} & 0 & \frac{h}{\sqrt{gh}} \\ 1 & \frac{gu}{gh - u^2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} \frac{1-p}{s_v} & \frac{gh}{u^2 - gh} & -1 & \frac{1-p}{s_v} \\ \sqrt{\frac{g(s_v + 1 - p)}{hs_v}} & 0 & 0 & -\sqrt{\frac{g(s_v + 1 - p)}{hs_v}} \\ 0 & \frac{s_v + 1 - p}{h} & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$R_4 = \begin{bmatrix} -\frac{h}{\sqrt{gh}} & \frac{gh}{u^2 - gh} & \frac{-(\rho_s - \rho_w)h}{2\rho_m} & \frac{h}{\sqrt{gh}} \\ 1 & \frac{gu}{gh - u^2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(11)~(14)右边第1列和第4列分别表示水流中的扰动向上游和下游传播的轨迹. 与特征值的规律类似, 除 DM_3 外, 其他模型的水流运动未受泥沙输运和河床变形的影响. 而 DM_3 河床冲淤对水流运动的影响也未得到体现.

1.3 特征关系

特征关系可以揭示特征线上各变量之间的相互约束关系. 同时, 通过特征关系, 可将原有非线性偏微分方程转化成常微分方程, 也可使得各变量的相互约束关系得到更直观和定量的反映.

DM_1 的特征关系为

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{gh}}{h} \frac{dh}{dt} \Big|_{\lambda_1} + \frac{du}{dt} \Big|_{\lambda_1} = g(i_0 - i_f) \\ \frac{dz_b}{dt} \Big|_{\lambda_2} = \frac{\alpha\alpha(s_v - s_{*v})}{1-p} \\ \frac{ds_v}{dt} \Big|_{\lambda_3} = -\frac{\alpha\alpha(s_v - s_{*v})}{h} \\ \frac{\sqrt{gh}}{h} \frac{dh}{dt} \Big|_{\lambda_4} + \frac{du}{dt} \Big|_{\lambda_4} = g(i_0 - i_f) \end{cases} \quad (15)$$

DM_2 的特征关系为

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{gh}}{h} \frac{dh}{dt} \Big|_{\lambda_1} + \frac{du}{dt} \Big|_{\lambda_1} - \frac{g}{\sqrt{gh} - u} \frac{dz_b}{dt} \Big|_{\lambda_1} = -gi_f - \frac{\alpha\alpha(s_v - s_{*v})}{(\sqrt{gh} - u)(1-p)} \\ \frac{dz_b}{dt} \Big|_{\lambda_2} = \frac{\alpha\alpha(s_v - s_{*v})}{1-p} \\ \frac{ds_v}{dt} \Big|_{\lambda_3} = -\frac{\alpha\alpha(s_v - s_{*v})}{h} \\ \frac{\sqrt{gh}}{h} \frac{dh}{dt} \Big|_{\lambda_4} + \frac{du}{dt} \Big|_{\lambda_4} + \frac{g}{\sqrt{gh} + u} \frac{dz_b}{dt} \Big|_{\lambda_4} = -gi_f + \frac{\alpha\alpha(s_v - s_{*v})}{(\sqrt{gh} + u)(1-p)} \end{cases} \quad (16)$$

DM_3 的特征关系为

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[\sqrt{(1-p)(1-p+s_v)}(gh-u^2) - u s_v \sqrt{gh} \right] \frac{dh}{dt} \Big|_{\lambda_1} - \frac{h}{\sqrt{gh}} \frac{du}{dt} \Big|_{\lambda_1} - \left[hu \left(\sqrt{gh} + u \sqrt{\frac{1-p}{1-p+s}} \right) \right] \frac{ds_v}{dt} \Big|_{\lambda_1} + \\ & \sqrt{gh} \left[u(1-p) + \sqrt{(1-p)(1-p+s_v)}gh \right] \frac{dz_b}{dt} \Big|_{\lambda_1} = \frac{hgi_f}{\sqrt{gh}} + u \left(\sqrt{gh} + u \sqrt{\frac{1-p}{1-p+s}} \right) \alpha \alpha (s_v - s_{*v}) - \\ & s_v \frac{dh}{dt} \Big|_{\lambda_2} - h \frac{ds_v}{dt} \Big|_{\lambda_2} + (1-p) \frac{dz_b}{dt} \Big|_{\lambda_2} = \alpha \alpha (s_v - s_{*v}) \\ & \frac{ds_v}{dt} \Big|_{\lambda_3} = - \frac{\alpha \alpha (s_v - s_{*v})}{h} \\ & \left[\sqrt{(1-p)(1-p+s_v)}(gh-u^2) + u s_v \sqrt{gh} \right] \frac{dh}{dt} \Big|_{\lambda_4} + \frac{h}{\sqrt{gh}} \frac{du}{dt} \Big|_{\lambda_4} + \left[hu \left(\sqrt{gh} - u \sqrt{\frac{1-p}{1-p+s}} \right) \right] \frac{ds_v}{dt} \Big|_{\lambda_4} - \\ & \sqrt{gh} \left[u(1-p) - \sqrt{(1-p)(1-p+s_v)}gh \right] \frac{dz_b}{dt} \Big|_{\lambda_4} = - \frac{hgi_f}{\sqrt{gh}} - u \left(\sqrt{gh} - u \sqrt{\frac{1-p}{1-p+s}} \right) \alpha \alpha (s_v - s_{*v}) \end{aligned} \right. \quad (17)$$

CM₁ 的特征关系为

$$\left\{ \begin{aligned} & - \frac{\sqrt{gh}}{h} \frac{dh}{dt} \Big|_{\lambda_1} + \frac{du}{dt} \Big|_{\lambda_1} - \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_m} \frac{\sqrt{gh}}{2} \frac{ds_v}{dt} \Big|_{\lambda_1} + \frac{g}{u - \sqrt{gh}} \frac{dz_b}{dt} \Big|_{\lambda_1} = \frac{\alpha \alpha (s_v - s_{*v})}{(1-p)h} \\ & \left(\frac{\rho_b}{\rho_m} u - \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_m} \frac{s_v \sqrt{gh}}{1-p} + \frac{u \sqrt{gh}}{u - \sqrt{gh}} \right) - gi_f \frac{dz_b}{dt} \Big|_{\lambda_2} = \frac{\alpha \alpha (s_v - s_{*v})}{1-p} \\ & \frac{ds_v}{dt} \Big|_{\lambda_3} = - \frac{s_v \alpha \alpha (s_v - s_{*v})}{(1-p)h} \\ & \frac{\sqrt{gh}}{h} \frac{dh}{dt} \Big|_{\lambda_4} + \frac{du}{dt} \Big|_{\lambda_4} + \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_m} \frac{\sqrt{gh}}{2} \frac{ds_v}{dt} \Big|_{\lambda_4} + \frac{g}{u + \sqrt{gh}} \frac{dz_b}{dt} \Big|_{\lambda_4} = \\ & \frac{\alpha \alpha (s_v - s_{*v})}{(1-p)h} \left(\frac{\rho_b}{\rho_m} u + \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_m} \frac{s_v \sqrt{gh}}{1-p} - \frac{u \sqrt{gh}}{u + \sqrt{gh}} \right) - gi_f \end{aligned} \right. \quad (18)$$

从推移质模型和全沙模型的特征关系可以看出,河床冲淤变形产生的扰动对水流运动的特征值及特征关系会产生影响^[12]。但从式(15)~(18)所示悬移质模型的特征关系来看,上述4种模型在4根特征线上均能综合反映水流运动、泥沙输运及河床变形间相互作用的情况。从式(18)所示的特征关系不难看出,CM₁河床冲淤变形并未受到水流运动的直接影响。

2 一维耦合悬移质模型的特征值

2.1 模型耦合分析

现有数学模型采用的河床变形方程是根据床面运动学边界条件和某些假定(如平衡输沙假定)建立的一种床面局部平衡关系式^[2-3],未能反映河床纵向变化的影响。这是导致现有模型无法耦合的重要原因。为此,丁等^[15]导出了守恒形式的河床冲淤层连续方程

$$\frac{\partial \Delta z}{\partial t} + \frac{\alpha (u_b \Delta z)}{\partial x} = \frac{D - E}{\rho'_b} \quad (19)$$

式中: Δz ——河床冲淤厚度; u_b ——河床纵向运动速度; D ——沉降通量; E ——冲刷通量; ρ'_b ——床沙干密度。

事实上,当河床表面存在沙波运动时^[16],式(19)中 $u_b \Delta z$ 所表示的通量是由沙波运动推动的,而沙波运动与水流的Froude数密切相关^[17],因此 $u_b \Delta z$ 可表示成

$$u_b \Delta z \sim k u^m h^n \quad (20)$$

式中 k, m, n 是与水流流态、含沙量等有关的量。

将式(20)代入式(19),联立式(2)(5)和(7),可组成考虑河床纵向冲淤的悬移质耦合输沙模型(记为CM₂)。

2.2 一维耦合数学模型的特征分析

为便于讨论,对 CM₂ 中的各变量进行量纲为 1 的处理.根据奇异摄动理论^[18],通过渐进展开方法求得其 4 个特征值,分别为

$$\lambda'_1 = \begin{cases} (u - \sqrt{h}F^{-1}) \left[1 + \frac{\sigma |\epsilon| |h^{n-2} u^{m-1} F^2}{2(u - \sqrt{h}F^{-1})^2} \eta_1 + O(\epsilon^2) \right] & 0 < u < \frac{\sqrt{h}}{F} - O(|\epsilon|^{1/2}) \\ 0.5 |\epsilon|^{1/2} \left(\bar{u} - \sqrt{\bar{u}^2 + \frac{2\sigma(m-n)h^{n+0.5m-0.5}}{F^{m+1}}} \right) + O(|\epsilon|) & u = \frac{\sqrt{h}}{F} \pm O(|\epsilon|^{1/2}) \\ -\sigma |\epsilon| (m-n)h^n u^m F^{-2} (u^2 - h/F^2)^{-1} + O(\epsilon^2) & u > \frac{\sqrt{h}}{F} + O(|\epsilon|^{1/2}) \end{cases} \quad (21)$$

$$\lambda'_2 = \begin{cases} -\sigma |\epsilon| (m-n)h^n u^m F^{-2} (u^2 - h/F^2)^{-1} + O(\epsilon^2) & 0 < u < \frac{\sqrt{h}}{F} - O(|\epsilon|^{1/2}) \\ 0.5 |\epsilon|^{1/2} \left(\bar{u} + \sqrt{\bar{u}^2 + \frac{2\sigma(m-n)h^{n+0.5m-0.5}}{F^{m+1}}} \right) + O(|\epsilon|) & u = \frac{\sqrt{h}}{F} \pm O(|\epsilon|^{1/2}) \\ (u - \sqrt{h}F^{-1}) \left[1 + \frac{\sigma |\epsilon| |h^{n-2} u^{m-1} F^2}{2(u - \sqrt{h}F^{-1})^2} \eta_1 + O(\epsilon^2) \right] & u > \frac{\sqrt{h}}{F} + O(|\epsilon|^{1/2}) \end{cases} \quad (22)$$

$$\lambda'_3 = u [1 + \sigma |\epsilon| |nh^{n-2} u^{m-1} \beta_2 (1-p-s)F^2 + O(\epsilon^2)] \quad (23)$$

$$\lambda'_4 = (u + \sqrt{h}F^{-1}) [1 + 0.5\sigma |\epsilon| |h^{n-2} u^{m-1} F^2 \eta_2 (u + \sqrt{h}F^{-1})^{-2} + O(\epsilon^2)] \quad (24)$$

其中

$$\bar{u} = \frac{u - \sqrt{h}F^{-1}}{|\epsilon|^{1/2}}$$

$$\eta_1 = \left[nu^2 + m \frac{h}{F^2} - (m+n)u \frac{\sqrt{h}}{F} \right] \left[(s+p-1)\beta_2 + \frac{h^{3/2}}{F}\beta_1 \right] + mu \frac{h^{3/2}}{F^3} - nu^2 \frac{h}{F^2}$$

$$\eta_2 = \left[nu^2 + m \frac{h}{F^2} + (m+n)u \frac{\sqrt{h}}{F} \right] \left[(s+p-1)\beta_2 - \frac{h^{3/2}}{F}\beta_1 \right] - mu \frac{h^{3/2}}{F^3} - nu^2 \frac{h}{F^2}$$

$$\beta_1 = -\frac{\rho_b u}{\rho_m h}$$

$$\beta_2 = \frac{(\rho_s - \rho_w)h}{2F^2 \rho_m}$$

$$F^2 = U^2 (gH)^{-1}$$

$$\epsilon = kU^m H^n (UH)^{-1}$$

式中: H, U ——恒定流水深及流速; F ——恒定流弗劳德数; ϵ ——河床变形对水流运动的扰动量,河床淤积时 $\epsilon > O(\sigma = 1)$,河床冲刷时 $\epsilon < O(\sigma = -1)$.

式(21)~(24)中的 λ'_1 表示水流变化产生的负向波动, λ'_2 表示河床变形波动, λ'_3 表示不平衡输沙的波动, λ'_4 表示水流变化产生的正向波动.它们有 2 个显著特点:(a)各变量相互影响;(b) λ'_1, λ'_2 有一个过渡区域,即 $u = \sqrt{h}F^{-1} \pm O(|\epsilon|^{1/2})$.这表明,水流流态由缓流向急流变化时,水流运动和河床变形所受扰动均受到不同程度的影响.

现以 λ'_1 为例说明水流运动与河床变形的关系. λ'_1 的结构表明,水流所受扰动在负向上的传播机制是不同的.当水流处于缓流或急流流态时,水流本身的扰动占主导地位;当水流处于过渡态时,河床变形的扰动会对水流运动产生较大影响.

河床不同淤积和冲刷强度对水流的影响如图 1 所示.由图 1 可以看出:当冲刷强度增大时,水流负向、河床变形正向特征值减小,不平衡输沙特征值变大,水流正向特征值略微变小;而当淤积强度增大时,水流负向、河床变形正向特征值显著增大,不平衡输沙特征值变小,水流正向特征值略微变大.

由式(21)~(24)可知:当 $|\epsilon| \rightarrow 0$ 时,河床变形的发展主要由 $O(1)$ 决定, λ'_3, λ'_4 由于量级始终为 $O(1)$ 而对河床变形的演变影响不大.当 $u < \sqrt{h}F^{-1}$ 时,河床变形主要受 λ'_2 影响,床面扰动向下游传播;当 $u > \sqrt{h}F^{-1}$

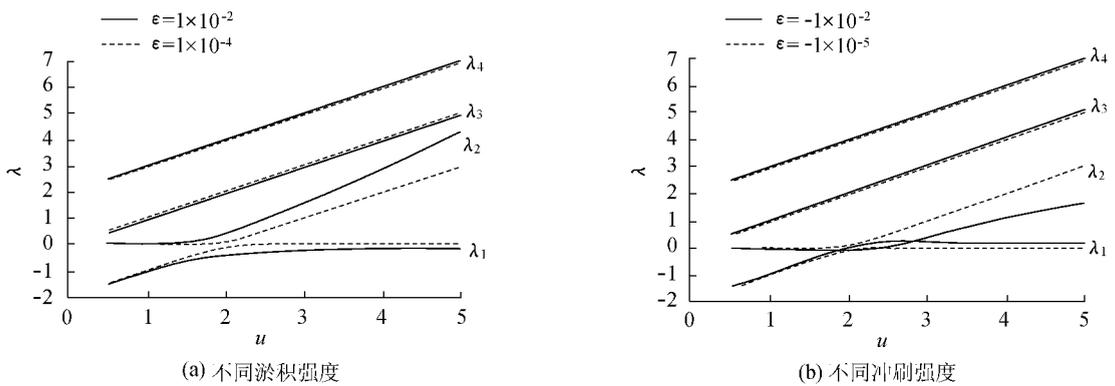


图1 不同冲、淤强度下特征值与流速的关系

Fig. 1 Variations of eigenvalues with velocity under different deposition strengths and scouring strengths

时 λ'_1 主要影响河床变形, 床面扰动向上游传播; 而当 $u = \sqrt{h}F^{-1} \pm O(|\epsilon|^{1/2})$ 时, 河床变形变化较快, 同时受 λ'_1, λ'_2 影响, 床面扰动向上、下游传播。

与 DM_1, DM_3 及 CM_1 的特征分析结果不同的是, 本文所建立的耦合模型所构成的双曲系统的 4 个特征值综合了水流运动、泥沙输运及河床冲淤的影响。式(21)和(24)表明, 水流运动明显受到河床变形及泥沙输运的影响, 式(22)表明, 水流运动与泥沙输运同时会影响河床变形的演变。应当指出的是, 若动量方程(5)中不包括左端第 5 项(泥沙输运项)和第 6 项(河床变形项), 式(23)将退化为 u , 即不平衡输沙将不受水流运动与河床变形的影响。

3 结 论

a. 多数悬移质输沙数学模型在特征上是解耦的。

b. 悬移质输沙数学模型所采用的河床变形方程是基于局部平衡关系得到的, 并不能揭示河床冲淤纵向变化所引起的质量和动量变化机制。

c. 本文基于奇异摄动理论, 通过渐近展开方法求得的适当简化后的模型所构成的双曲系统的 4 个特征值, 分别表示了 4 个以不同波速传播的波的传播特点。与多数悬移质不平衡输沙模型的特征分析结果相比, 耦合模型 CM_2 计算所得的特征值能够充分反映和定量描述水流运动、泥沙输运及河床变形的相互作用机制。河床冲淤强度越大, 水流所受影响越大。 λ'_1 与 λ'_2 均有一个过渡区 $u = \sqrt{h}F^{-1} \pm O(\epsilon^{1/2})$ 。河床变形主要受 λ'_1, λ'_2 所表示的波运动的影响, λ'_3 和 λ'_4 所表示的波运动几乎不会对河床变形产生影响。

参考文献:

- [1] CUNGE J A, HOLLY F M, JOINT A A, et al. Practical aspects of computational river hydraulics[M]. Boston: Pitman Advanced Publish. Program, 1980.
- [2] 杨国录. 河流数学模型[M]. 北京: 海洋出版社, 1993.
- [3] 谢鉴衡. 河流模拟[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990.
- [4] 江恩惠, 赵连军, 韦直林. 黄河下游洪峰增值机理与验证[J]. 水利学报, 2006(12): 1454-1459. (JIANG En-hui, ZHAO Lian-jun, WEI Zhi-lin. Mechanism of flood peak increase along the lower Yellow River and its verification[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006(12): 1454-1459. (in Chinese))
- [5] 万兆惠, 宋天成. “揭河底”冲刷现象的分析[J]. 泥沙研究, 1991(3): 20-27. (WAN Zhao-hui, SONG Tian-cheng. On “ripping up the bottom” phenomenon[J]. Journal of Sediment Research, 1991(3): 20-27. (in Chinese))
- [6] BUSNELLI M M, STELLING S G, MICHELIC L, et al. Numerical morphological modeling of open-check dams[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2001, 127(2): 105-114.
- [7] SIEBEN J. A theoretical analysis of discontinuous flow with mobile bed[J]. Journal of Hydraulic Research, 1999, 37(2): 199-212.
- [8] KASSEM A A, CHAUDHRY M H. Comparison of coupled and semicoupled numerical models for alluvial channels[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1998, 124(8): 794-802.
- [9] CAO Z, EGASHIRA S. Coupled mathematical modelling of alluvial rivers[J]. Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering, 1999,

17(2):71-85.

- [10] WU Wei-ming , WANG S S Y. One dimensional modeling of dam-break flow over movable bed[J]. Journal of Hydraulic Engineering , 2007 , 13(1) :48-58.
- [11] 谭维炎. 计算浅水动力学[M]. 北京 : 清华大学出版社 , 1998.
- [12] 丁 . 多沙河流洪水演进及其与河床变形相互作用机理研究[D]. 北京 : 清华大学 , 2010.
- [13] 许协庆 , 朱鹏程. 河床变形问题的特征线解[J]. 水利学报 , 1964(5) :1-19. (XU Xie-qing , ZHU Peng-cheng. Study of riverbed degradation and aggradation by the method of characteristic[J]. Journal of Hydraulic Engineering , 1964(5) :1-19. (in Chinese))
- [14] VRIES M. On morphological predictions[C]//A Compilation of the Lectures on River Sedimentation. Beijing :Sedimentation Committee Chinese Society of Hydraulic Engineering , 1981 :93-158.
- [15] 丁 , 钟德钰 , 张红武. 多沙河流洪水演进与河床变形相互作用机理初步研究[C]//第七届全国泥沙基本理论研究学术研讨会论文集. 西安 : 陕西科学技术出版社 , 2008 :522-527.
- [16] 王士强. 沙波运动与床沙交换调整[J]. 泥沙研究 , 1992(4) :14-23. (WANG Shi-qiang. The movement of sand waves and exchanges of bed materia[J]. Journal of Sediment Research , 1992(4) :14-23. (in Chinese)) .
- [17] 钱宁 , 万兆惠. 泥沙运动力学[M]. 北京 : 科学出版社 , 2003.
- [18] HASAN N A. Introduction to perturbation techniques[M]. New York :John Wiley & Sons , 1981.

Characteristics of one-dimensional mathematical model for non-equilibrium transport of suspended load

DING Yun¹ , DAI Wen-hong¹ , ZHONG De-yu² , TANG Li-mo¹ , CHEN Hong-bin³

(1. College of Water Conservancy and Hydropower , Hohai University , Nanjing 210098 , China ;

2. State Key Laboratory of Hydrosience and Hydraulic Engineering , Tsinghua University , Beijing 100084 , China ;

3. Shanghai Water Conservancy Engineering Design and Research Institute , Shanghai 200051 , China)

Abstract : In order to study the interactions between flow movement , sediment transport and river bed deformation and to enhance the basic theory for the one-dimensional flow and sediment mathematical model , the characteristics of the one-dimensional mathematical models for non-equilibrium transport of suspended load was analyzed based on the characteristic theory of hyperbolic system and singular perturbation theory. The results show that most of conventional models were decoupled in the characteristics and can not well simulate flow and sediment transport in sediment-laden rivers. One of the reasons may be the simplifications of the governing equations that constituted these models , but another potential and important factor may be the riverbed deformation equation in these models was unable to describe the longitudinal riverbed deformation. The characteristics of a one-dimensional coupled flow and sediment mathematical model were obtained using the asymptotic expansion method. The results demonstrate that the eigenvalues of the coupled model fully reflect the interactions between flow movement , sediment transport and river bed deformation. The flow and sediment mathematical model should take the coupling mechanism between flow movement , sediment transport and river bed deformation into account.

Key words : suspended load ; mathematical model ; hyperbolic system ; eigenvalue