第23卷第2期 南华大学学报(自然科学版) Vol. 23 No. 2
2009年6月 Journal of University of South China(Science and Technology) Jun. 2009

文章编号:1673-0062(2009)02-0101-06

超长桩承载性状分析的无网格局部彼得罗夫—伽辽金法

贺 炜,陈永贵,梁 斌

(长沙理工大学 土木与建筑工程学院,湖南 长沙 410076)

摘 要:基于紧支试函数加权残量法介绍了局部彼得罗夫-伽辽金法(MLPG)试探函数和检验函数的构造和选取.然后深入探讨其位移边界条件的处理方法、桩土材料弹塑性性质模拟方法、不连续面处理方案等及程序实现过程,并编制了相应的计算程序.结合力学经典算例验证无网格局部彼得洛夫-迦辽金法的计算精度,最后对超长桩进行了因素分析,由分析得到了基桩桩顶沉降、荷载-沉降曲线非线性性质与基桩长径比间的关系,且结果表明,存在一个有效桩长,当基桩长度大于该值时,无法以增加桩长的方式获取更高的承载力,其值与地基土性质有关.

关键词:桩基工程;超长桩;无网格法;荷载-沉降曲线

中图分类号:TU473 **文献标识码**:A

Meshfree Local Petrove - Galerkin Method for Studying Bearing Behavior of Super Long Pile

HE Wei, CHEN Yong-gui, LIANG Bin

(School of Civil Engineering and Architecture, Changsha University of Science & Technology, Changsha, Hunan 410076, China)

Abstract: Based on weighted residual method, the construction or selection of test function and weight function of Meshfree Local Petrov - Galerkin (MLPG) were introduced. Then, the dealing method of displacement boundary conditions, simulation method of elastic - plastic behavior of reinforcement and surrounding soil, dealing method of non - continuous on the interface and how the relevant program process brough about were deeply discussed, and the codes were also programed. The accracy of the local Petrove - Galerkin method was verified by comparing the calculating result to the classical solution in mechanics. Lastly, the bearing behavior of super - long pile was analyzed by the codes, and the relationship between pile length - diameter ratio and pile top settlement, nonlinear behavior of load - settlment curve was got. And the results also showed that, there is a effective pile length, which is related to the soil stiffness, when a pile longer than it, the bearing capacity of pile can not be enhanced by enlarging the pile length.

收稿日期:2008-12-26

基金项目:国家自然科学基金资助项目(40802064);长沙理工大学人才引进基金资助项目(1004178)

作者简介:贺 炜(1982-),男,湖南株洲人,长沙理工大学讲师,博士.主要研究方向:非饱和土与基础工程.

Key words: pile foundation; super - long pile; meshfree mthod; load - settlement curve

超长大直径桩基在工程实践中的应用日益广泛,大量研究表明,此类桩入土深度大、承载力高,其破坏宜按沉降指标控制[1-6]. 除实现新的设计理念外,对于基桩工作性状的研究,准确计算基桩荷载沉降曲线都十分重要. 目前,基桩沉降计算方法主要有四类:荷载传递法,弹性理论法,数值分析法以及其它简化方法. 近几十年来,有限元法的发展逐渐成熟,被大量应用于工程计算分析,但有限元法基于网格建立离散格式,难以求解与初始网格线不一致的不连续性和大变形问题,如求解大变形问题时,将由于网格的严重扭曲而造成很大的误差. 鉴于有限元这一缺陷,近年来国际上许多著名计算力学学者对无网格方法进行了大量的研究工作[7-9],其基于点的近似,可彻底或部分的消除网格,不需要网格的初始划分和重构,不仅可以保证计算的精度,而且可减小计算难度. 本文拟基于无网格局部彼得罗夫 - 伽辽金法对超长桩承载性状进行研究分析.

1 考虑材料弹塑性的 MLPG 法

1.1 加权残量法

将桩基工程问题归结为固体力学范畴里给定边界条件与初始条件的微分方程求解问题,即未知函数应满足微分方程组:

$$A[u(x)] = \begin{Bmatrix} A_1[u(x)] \\ A_2[u(x)] \\ \vdots \\ A_{m_1}[u(x)] \end{Bmatrix} = 0 \quad (\text{在 } \Omega \text{ 内}) \tag{1}$$

和边界条件:

$$B[u(x)] = \begin{Bmatrix} B_1[u(x)] \\ B_2[u(x)] \\ \vdots \\ B_{m_2}[u(x)] \end{Bmatrix} = 0 \quad (\text{在 } \Gamma \text{ 内}) \tag{2}$$

其中 Γ 是 Ω 的边界,$x = [x,y,z]^T$ 表示空间点. 待求函数 $u(x)$ 可以是几个变量组成的向量场,对于工程结构的力学模型,一般采用位移向量构造.

微分方程(1) 和(2) 的等效积分形式为:

$$\int_\Omega v^T A[u(x)]\mathrm{d}\Omega + \int_\Gamma \bar{v}^T B[u(x)]\mathrm{d}\Gamma = 0 \tag{3}$$

式中函数 v 和 $\bar{v}$ 称为检验函数或权函数,分别为 m_1 阶和 m_2 阶的函数列阵.

对(3) 进行分部积分,可得等效积分弱形式:

$$\int_\Omega C(v^T)D[u(x)]\mathrm{d}\Omega + \int_\Gamma E(\bar{v}^T)F[u(x)]\mathrm{d}\Gamma = 0 \tag{4}$$

1.2 移动最小二乘法

假定 $u(x)$ 是定义于求解域 Ω 内的函数,分散于求解域 Ω 中的 N 个节点 $x_I(I = 1,2,\cdots,N)$ 处的函数值 $u_I = u(x_I)$ 是已知的. x 为域 Ω 内的一点,则位于该点上的函数近似值可表示为 $u^h(x)$:

$$u^h(x,x_I) = p^T(x_I)a(x), I = 1,2,\cdots,n \tag{5}$$

式中:$p_i(x_I)$ 为基函数,m 为基函数个数.

$a(x)$ 为系数矩阵,可表示为:

$$a(x) = [a_1(x),a_2(x),\cdots,a_m(x)]^T \tag{6}$$

式中 $a_i(x)$ 为待定系数,其值为 x 的函数.

基函数为一阶单项式时计算最为简单,其多项式基函数可表示为:

$$p^T(x) = p^T(x,y) = [1,x,y,xy,x^2,y^2,\cdots,x^m,y^m] \tag{7}$$

局部近似函数可由下式得到:

$$u^h(x,x_I) = p^T(x_I)A^{-1}(x)B(x)u = \sum_{I=1}^{N} N_I(x)u_I = N^T(x)u \tag{8}$$

式中:N_I—— 形函数,其具体形式为:

$$N_I(x) = p^T(x_I)A^{-1}(x)B(x) \tag{9}$$

N 为形函数矩阵,其具体形式为:

$$N = P^T A^{-1}(x)B(x) = [N_1,N_2,\cdots N_N] \tag{10}$$

$$A(x) = \sum_{I=1}^{N} \omega_I(|x - x_I|)p(x_I)p^T(x_I) = P^T W(|x - x_I|)P \tag{11}$$

$$B(x) = [B_1,B_2,\cdots,B_N] = \omega_1(|x - x_I|)p(x_1),\omega_2(|x - x_I|) \times p(x_2),\cdots,\omega_N(|x - x_I|)p(x_N) = P^T W(|x - x_I|) \tag{12}$$

1.3 局部彼得罗夫 - 伽辽金离散格式

在局部彼得洛夫 - 迦辽金法中,要求近似函数产生的残差在 r 个子域 Ω_i 内与边界 Γ_i 上为零. 如果这 r 个子域 Ω_i 的并集覆盖求解域 Ω,则平衡方程和边界条件可以分别在域内和边界上得到满足,故理论上计算时应使求解域被所有子域覆盖,但 Atluri 等人指出,即使有时该条件不能满足,也可以得到令人满意的结果[10].

该法所使用的检验函数和试探函数取自不同的空间,其积分等效形式可写为:

$$\int_{\Omega_i} W_i^{\mathrm{T}} A[\sum_{j=1}^{N} N_j(x)u_j]\mathrm{d}\Omega + \int_{\Gamma_i} \overline{W}_i^{\mathrm{T}} B[\sum_{j=1}^{N} N_j(x)u_j]\mathrm{d}\Gamma,$$
$$i = 1,2,\cdots,r \qquad (13)$$

式中 $\Gamma_i = \partial\Omega_i \cup L_i$ 是子域 Ω_i 的边界,$\partial\Omega_i$ 是位于求解域 Ω 边界 Γ 的那部分子域边界,即 $\partial\Omega_i = \Gamma_i \cap \Gamma$,$L_i$ 是其余部分子域边界(如图1所示).在边界 $\partial\Omega_i$ 上给定了边界条件,而在 L_i 上没有给定边界条件.对于一个完全位于求解域内部的子域,子域边界 Γ_i 和求解域边界 Γ 不相交,$\partial\Omega_i = \varnothing$,$\Gamma_i = L_i$.对二维问题,子域 Ω_i 可取为圆、椭圆或矩形.

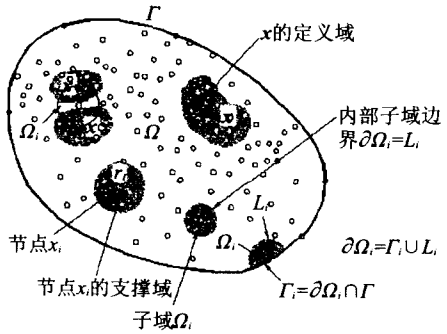


图 1　局部子域及其边界示意图

Fig. 1　Sketch of the local domain and boundaries

对式(13)进行分部积分即可得到局部彼得洛夫 - 迦辽金法的弱形式:

$$\int_{\Omega_i} C(W_i^{\mathrm{T}}) D[\sum_{j=1}^{N} N_j(x)u_j]\mathrm{d}\Omega +$$
$$\int_{\Gamma_i} E(\overline{W}_i^{\mathrm{T}}) F[\sum_{j=1}^{N} N_j(x)u_j]\mathrm{d}\Gamma, i = 1,2,\cdots,r \qquad (14)$$

式(13)或(14)给出了 r 个求解方程:如果 $r = N$,即子域得数量与节点数量相等,可直接求得 N 个待定系数;如果 $r > N$,则需要用最小二乘法来求解.

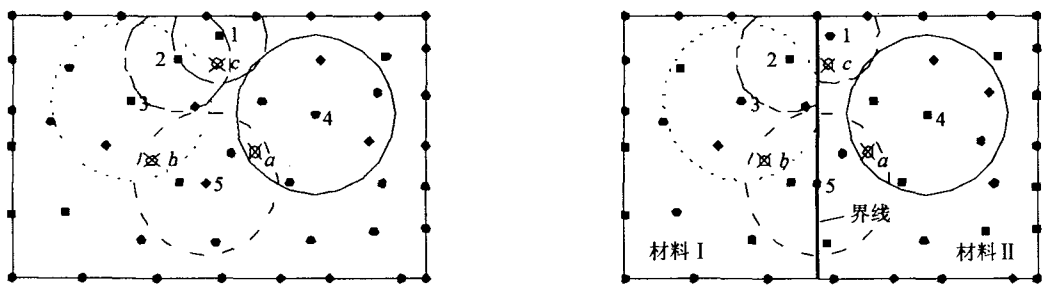
1.4　材料弹塑性考虑方法

弹塑性模型将结构的总变形分成弹性变形和塑性变形两部分,其中弹性变形部分采用虎克定律计算,而用塑性理论来求解塑性变形部分.计算塑性变形时,需作三方面的假定:1)破坏准则;2)硬化规律;3)流动法则.不同的弹塑性模型,这三个假定的具体形式也不同,由于采用无网格对材料弹塑性问题进行分析时与有限元方法一致,故此处不再赘述.

2　材料不连续问题处理方法

在桩基工程中,桩土界面处应力不连续,数值方法中体现在位移函数导数的不连续性.传统有限元方法只需将材料界面作为单元界面即可很自然地解决此类问题,而无网格方法抛弃了网格的概念,亦不存在单元界面,故对于此类问题,需另辟蹊径.

Cordes 等人提出了一种处理材料不连续问题的简单方法,即可视性准则[11].具体分析时,应首先判断求解域内任一计算点 x 属于何种材料,然后以第 I 个节点为圆心,以支撑域半径 r_{mI} 作圆,若点 x 位于该圆内且和节点 x_I 同属于一种材料,则认为该节点对点 x 有影响,如图2所示.



(a)材料连续时　　(b)材料不连续时

图 2　材料连续与不连续时的影响域范围

Fig. 2　The influencing domain in continuous and incontinuous materials

按照这种方法用 MLS 构造的试探函数和检验函数及其导数在材料界面处是不连续的,因此需要在材料界面 Γ_s 处施加如下约束条件:

$$\int_{\Gamma_s} (u^+ - u^-)\mathrm{d}\Gamma = 0 \qquad (15)$$

式中 u^+、u^- 分别为界面相应于域一 Ω^+ 和域二 Ω^-

内的位移.

将约束条件式(15)取变分形式,利用罚函数法施加,则对桩土共同工作体系,其变分式为:

$$\int_{\Omega} V_I^{\mathrm{T}}(DLu)\mathrm{d}\Omega - \int_{\Omega} W_I^{\mathrm{T}} b\mathrm{d}\Omega - \int_{\Gamma_t} W_I^{\mathrm{T}}\bar{t}\mathrm{d}\Gamma - \int_{\Gamma_u} \frac{1}{2}(u-\bar{u})^{\mathrm{T}} a(u-\bar{u})\mathrm{d}\Gamma - \int_{\Gamma_s} \frac{1}{2}(\overline{u^+}-\overline{u^-})^{\mathrm{T}}\beta \times (\overline{u^+}-\overline{u^-})\mathrm{d}\Gamma = 0 \tag{16}$$

式中β为由各罚系数$\beta_1,\cdots,\beta_n$构成的对角阵,对于平面问题,$n=2.\beta_i(i=1,\cdots n)$的取值可相等或不等,其取值原则同$\alpha_i$,如取$\beta_i$为材料弹性模量$E$的50倍.

将式(16)中的各项分别加以离散、并合并整理后可得到系统方程组为:

$$Ku = F \tag{17}$$

其中:

$$K_{Ij} = \int_{\Omega} V_I^{\mathrm{T}} DL_j \mathrm{d}\Omega_s + a\int_{\Gamma_{us}} W_I N_j \mathrm{d}\Gamma_{us} + \beta\int_{\Gamma_s} (N_I^+ - N_I^-)^{\mathrm{T}}(N_J^+ - N_J^-)\mathrm{d}\Gamma_s \tag{18}$$

$$f_I = \int_{\Omega} W_I^{\mathrm{T}} b\mathrm{d}\Omega + \int_{\Gamma_t} W_I^{\mathrm{T}}\bar{t}\mathrm{d}\Gamma + a\int_{\Gamma_u} W_I^{\mathrm{T}}\bar{u}\mathrm{d}\Gamma_u \tag{19}$$

3 计算算例

自由端作用集中力的悬臂梁如图3所示.这里将悬臂梁按平面应力问题考虑,取单位厚度进行计算.其它几何尺寸参数为梁长$L=8$ m,高$h=1$ m.假定自由端荷载$P=300$ kN,梁的弹性模量$E=2.85\times10^4$ MPa,泊松比$\mu=0.25$.其弹性解见文献[12].

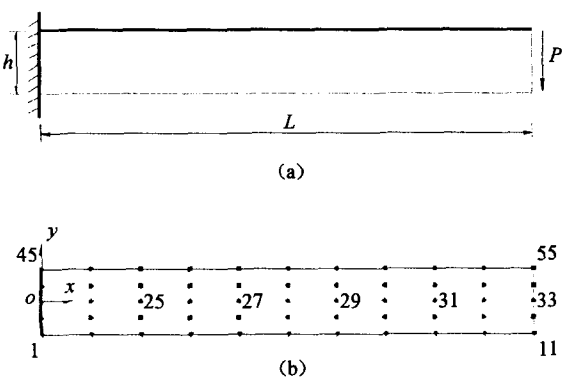


图3 集中力作用下悬臂梁的计算模型

Fig.3 Model of socle beam acted by concentrated force

表1 悬臂梁中性轴上各点y方向位移量对比

Table 1 The comparism of y displacement at each point on neutral axial of socle beam

节点号	弹性解答 /mm	Marc /mm	计算差值 /mm	计算精度 /%	本文结果 /mm	计算差值 /mm	计算精度 /%
23	0.000	0.000	-	-	0	-	-
24	0.296	0.251	-0.044	-0.15	0.321	0.026	0.09
25	1.205	0.975	-0.230	-0.19	1.257	0.052	0.04
26	2.632	2.107	-0.525	-0.20	2.727	0.095	0.04
27	4.511	3.599	-0.913	-0.20	4.673	0.161	0.04
28	6.779	5.398	-1.381	-0.20	7.003	0.224	0.03
29	9.370	7.454	-1.915	-0.20	9.697	0.327	0.03
30	12.219	9.716	-2.504	-0.20	12.658	0.439	0.04
31	15.263	12.131	-3.132	-0.21	15.816	0.553	0.04
32	18.436	14.649	-3.787	-0.21	19.108	0.672	0.04
33	21.674	17.221	-4.453	-0.21	22.469	0.795	0.04

将整个悬臂梁用节点离散,为计算简便,文章将悬臂梁划分为10×4的矩形网格,并取网格交叉点做为节点,共计55个节点,如图3b所示.局部积分子域取为2.4 m×0.75 m的矩形,做积分时,将其划分为6×5个矩形积分细胞,取其交叉点作为计算点.基于移动最小二乘法采用线性基作为试探函数的基函数,权函数采用高斯权函数.影响半径取为矩形,其长和宽分别取为2.8 m和0.825 m.另外用商业软件Marc2003对该算例进行弹性范围内中性轴上节点位移的计算,三者得到的线弹性范围内的解答汇总于表1.由结果可知,对于本算例,基于无网格局部彼得洛夫迦辽金法计算得到的悬臂梁中性轴各点的位移量精度明显高于有限元,而且对比计算表明,罚函数取值越

小,计算导致位移值精度降低,但如果其值取得过高,程序则无法进行. 文章通过试算后认为罚系数取 50E 时较好.

4　基桩承载性状分析

为分析基桩荷载沉降曲线的特性,取桩身使用 C25 混凝土,对应的弹性模量为 3.51×10^4 MPa,泊松比 0.2,桩径取为 1 m,长径比分别取 40、60、80、100 与 120. 五种地基土弹模条件下各基桩的荷载沉降曲线如图 4 ~ 图 8 所示,由图可知:相同长径比,相同桩顶荷载作用下,随着地基土模量的增加,桩顶沉降减小,且由图可知,其趋势逐渐减小;相同长径比,相同桩顶沉降条件下,桩顶荷载随地基土模量增大而增加;相同长径比,随着地基土模量增大,基桩荷载沉降曲线线性段延长,且初始刚度增大,在荷载作用下呈缓变型,无明显的破坏点;基桩长径比由 40 变化至 80 时,相同桩顶沉降量对应的荷载值变化较大,之后,变化趋势减缓. 取桩顶沉降 60 mm 时对应的桩头荷载为基桩承载力,其与基桩长径比的关系如图 9 所示,当基桩长径比达到一定值后,其承载力已不再随长径比增大而增大,存在一个有效桩长,当基桩长度大于该值时,无法以增加桩长的方式获取更高的承载能力,且其值与地基土性质有关.

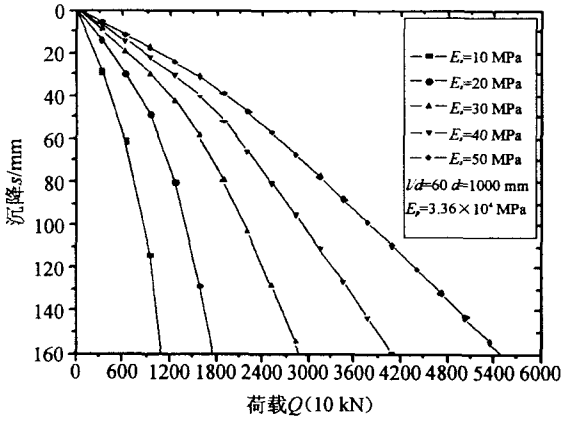


图 4　$l/d = 40$ 桩的荷载沉降曲线

Fig. 4　Load - settlement curve of pile with $l/d = 40$

综上所述,超长大直径桩的荷载沉降特性与常规桩有较大不同,常规桩在较小的沉降下已进入破坏状态,反映在荷载沉降曲线上为突变点,但随着基桩长径比的增大,其初始刚度增大,且荷载沉降曲线线性段增长,在一定沉降量范围内其表现为缓变型的承载形状,故承载力宜用桩顶沉降量控制. 在实际工程中,由于在荷载作用下超长大直径桩承载力极高,且其反力系统难以达到破坏

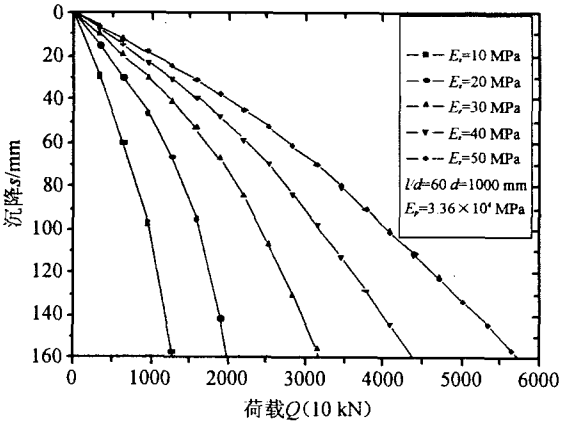


图 5　$l/d = 60$ 桩的荷载沉降曲线

Fig. 5　Load - settlement curve of pile with $l/d = 60$

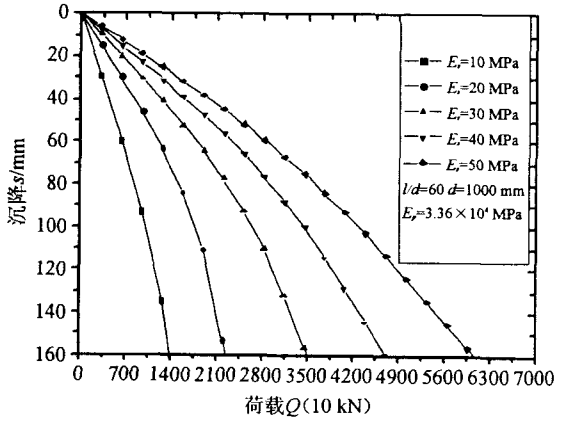


图 6　$l/d = 80$ 桩的荷载沉降曲线

Fig. 6　Load - settlement curve of pile with $l/d = 80$

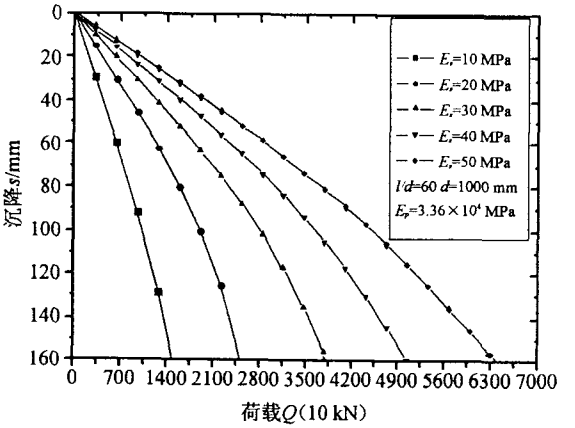


图 7　$l/d = 100$ 桩的荷载沉降曲线

Fig. 7　Load - settlement curve of pile with $l/d = 100$

性试验的要求,故对超长大直径桩进行破坏性试验的资料极少,进行静载荷试验时往往只测到基桩荷载沉降曲线的线性段,使得研究人员不易了解其在较大桩顶沉降情况下的受力形状及破坏机理,无疑适合大变形问题的无网格数值分析方法是这一问题的有力补充,但如何更合理的确定计算参数,用其准确地模拟桩土共同作用系统仍有待进一步深入研究.

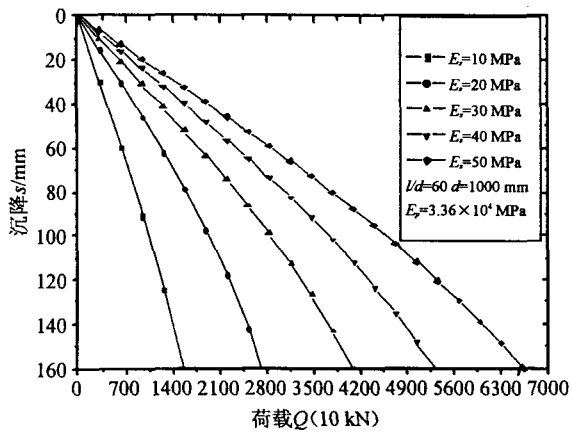


图 8 $l/d=120$ 桩的荷载沉降曲线

Fig. 8 Load - settlement curve of pile with $l/d=120$

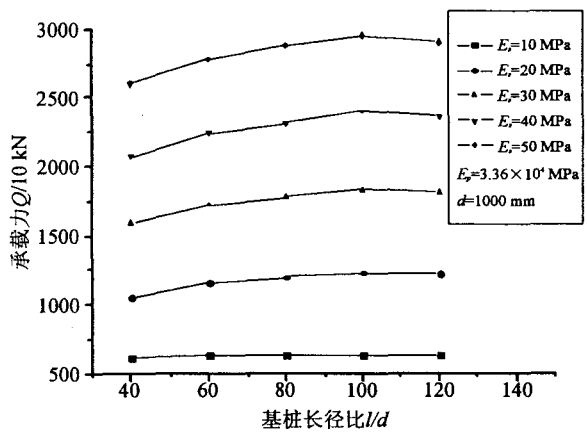


图 9 承载力随基桩长径比变化趋势

Fig. 9 Bearing capacity varies with length - diameter ratio

5 结论

1)由算例结果可知,无网格局部彼得洛夫迦辽金法精度较有限元高,且本文通过试算后认为罚系数取 $50E$ 时较好;

2)用文本方法对基桩进行因素分析,结果表明,相同长径比,相同桩顶荷载作用下,随着地基土模量的增加,桩顶沉降减小,而相同桩顶沉降条件下,桩顶荷载随地基土模量增大而增加;此外,随着地基土模量增大,基桩荷载沉降曲线线性段延长,且初始刚度增大,在荷载作用下呈缓变型,无明显的破坏点;

3)基桩长径比由 40 变化至 80 时,相同桩顶沉降量对应的荷载值变化较大,之后,变化趋势减缓;

4)计算结果表明,当基桩长径比达到一定值后,其承载力已不再随长径比增大而增大,存在一个有效桩长,当基桩长度大于该值时,无法以增加桩长的方式获取更高的承载能力,且其值与地基土性质有关.

参考文献:

[1] 赵明华,邹新军,刘齐建. 洞庭湖软土地区大直径超长灌注桩竖向承载力试验研究[J]. 土木工程学报,2004,37(10):63 - 67.

[2] 刘齐建,赵明华,李 俞,等. 茅草街大桥桩基试验研究[J]. 湖南大学学报,2004,31(4):51 - 54.

[3] 赵明华,刘齐建,曹喜仁. 按桩顶沉降量控制超长灌注桩竖向承载力研究[J]. 工程力学,2006,23(2):92 - 96.

[4] 赵明华,曹文贵,刘齐建. 按桩顶沉降控制嵌岩桩竖向承载力的方法[J]. 岩土工程学报,2004,26(1):67 - 71.

[5] 冯忠居,谢永利,李 哲. 大直径超长钻孔灌注桩承载性状[J]. 交通运输工程学报,2005,5(1):24 - 27.

[6] 钟闻华,石名磊,刘松玉. 超长桩荷载传递性状研究[J]. 岩土力学,2005,26(2):307 - 311.

[7] 庞作会,葛修润,郑 宏,等. 一种新的数值方法 - 无网格迦辽金法(EFGM)[J]. 计算力学学报,1999,16(3):320 - 329.

[8] Li Guangyao, Belytschko T. Element - free Galerkin method for contact problems in metal forming analysis [J]. Engineering Computations, 2001, 18(2): 62 - 78.

[9] Liu G R. Mesh free methods - moving beyond the finite element method[M]. New York: CRC press, 2003.

[10] Atluri SN, Zhu T. A new meshless local Petrov - Galerkin (MLPG) approach in computational mechanics [J]. Comput. Mech, 1998, 22: 117 - 127.

[11] Cordes L W, Moran B. Treatment of material discontinuity in the element - free Galerkin method[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 1998, 52: 19 - 46.

[12] 徐秉业,刘信声. 应用弹塑性力学[M]. 北京:清华大学出版社,1995.