

文章编号: 0253-374X(2017)07-1037-07

DOI: 10.11908/j.issn.0253-374x.2017.07.014

# 直线电机/发动机系统轨迹跟踪控制策略

王哲, 高洋, 孙晨乐, 藏鹏飞

(同济大学 新能源汽车工程中心, 上海 201804)

**摘要:** 根据直线电机/发动机系统稳定运行时的活塞速度和位置关系, 提出了基于比例积分(PI)控制器的活塞轨迹跟踪控制策略, 并搭建了系统的仿真模型, 用试验验证了仿真模型的精确性。仿真结果表明, 在喷油量发生波动甚至失火时, 该控制策略使得活塞轨迹在扰动发生后的首循环内就能回归参考轨迹, 实现了对于活塞运动的有效和快速控制。

**关键词:** 直线电机/发动机系统; 稳定运行; 轨迹跟踪控制策略; 失火控制策略

中图分类号: TK441

文献标志码: A

## Trajectory Tracking Control Strategy of Linear Engine/Generator System

WANG Zhe, GAO Yang, SUN Chenle, ZANG Pengfei

(Clean Energy Automotive Engineering Center, Tongji University,  
Shanghai 201804, China)

**Abstract:** Based on the reference relation between piston velocity and piston position in the stable operation stage of the linear engine/generator system, a trajectory tracking control strategy based on PI controller was proposed. A system Simulink model was established which was verified to be accurate by experiment. Simulation results show that when fuel injection quantity fluctuates or misfire happens, the proposed control strategy makes the piston trajectory go back to the reference trajectory within one cycle, realizing an effective and prompt control over piston motion.

**Key words:** linear engine/generator system; stable operation; trajectory tracking control strategy; misfire control strategy

汽车排放污染小, 续航里程长, 可以作为现阶段良好的动力系统替代方案。直线电机/发动机系统具有结构小、质量轻、效率高等特点, 非常适合作为车载发电装置应用于增程式电动汽车上<sup>[3-7]</sup>。

近年来, 众多国内外研究机构对直线电机/发动机系统开展了探索性的研究。美国西弗吉尼亚大学试制了可用于混合动力汽车的直线发动机/发电机系统并进行了试验研究, 但尚未实现系统的稳定运行<sup>[8-9]</sup>。英国纽卡斯尔大学选取喷油量作为控制变量, 提出了一种基于中点速度预测的上止点稳定控制策略, 具有良好的控制效果<sup>[10]</sup>; 但燃油雾化受缸内气体流动影响较大, 所以喷油量控制无法实现对活塞运动的精确控制。北京理工大学等选取上止点和瞬时速度作为反馈变量, 选取喷油量作为控制变量, 提出了一种串联控制策略, 取得了较好的控制效果<sup>[11]</sup>; 但活塞上止点由扰动发生到恢复为预设值需要 0.5 s, 具有较长时间的延迟。本文基于系统稳定运行时的活塞速度和位置关系, 提出了基于比例积分(PI)控制器的活塞轨迹跟踪控制策略, 以期实现对活塞运动轨迹和上止点的有效及快速控制。

## 1 直线电机/发动机系统简介

直线电机/发动机系统由 2 个对置二冲程直线发动机和永磁直线同步电机组成, 直线电机安放在左、右 2 台直线发动机之间, 活塞的连杆组件与电机的动子轴固定连接, 其结构示意图如图 1 所示。起动阶段直线电机作为电动机工作, 拖动发动机以一定频率往复运动, 当发动机内形成混合气并达到预定压缩比时, 执行喷油及点火动作; 发动机着火成功后, 直线电机由电控单元切换到发电模式进行工作, 由发动机拖动直线电动机子往复运动, 从而使得直线电机持续发电。

随着全球气候变化问题的日益突出, 汽车产业面临严峻的减排压力, 汽车能源动力系统的变革是大势所趋<sup>[1-2]</sup>。由于现阶段电池能量密度低, 纯电动汽车的续航里程难以实现突破性发展。增程式电动

收稿日期: 2016-10-18

基金项目: 上海市科委基金(15DZ1201500)

第一作者: 王哲(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为新能源汽车动力系统。E-mail: wangzhe@tongji.edu.cn

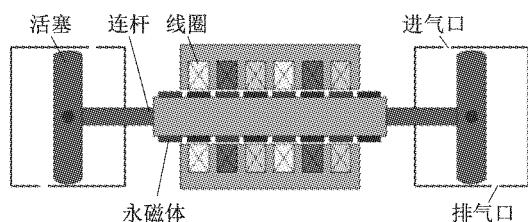


图 1 直线电机/发动机系统结构示意图

Fig.1 Structure of linear engine/generator system

## 2 系统模型分析

### 2.1 动力学分析

系统中的主要运动部件为活塞组件。根据牛顿第二运动定律,对直线电机/发动机系统的运动部件进行受力分析,如图 2 所示。

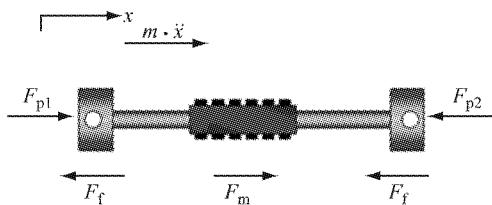


图 2 运动部件受力分析

Fig.2 Forces applied on moving parts

假定活塞组件向右运动方向为正方向,有

$$m \ddot{x} = F_p + F_m - F_f \quad (1)$$

$$F_p = F_{p1} - F_{p2} \quad (2)$$

式中: $m$  为活塞组件质量;  $x$  为活塞位置;  $F_p$  为左、右两缸气体压力差;  $F_{p1}$  为左缸气体压力;  $F_{p2}$  为右缸气体压力;  $F_m$  为电动机子所受电磁力;  $F_f$  为活塞所受摩擦力。起动拖动阶段,电机处于电动状态,  $F_m$  作为动力源方向与运动方向相同;而燃烧发电阶段,电机处于发电状态,  $F_m$  方向与运动方向相反,提供直线发动机工作过程中的负载。

### 2.2 热力学分析

系统热力学分析主要通过热力学定律计算直线发动机气缸内气体压力,从而计算活塞组件受到的左右两缸气体压力差,由此建立系统热力学模型。

燃烧过程中,工质所吸收的热量为汽油燃烧放出的热量和传给燃烧室壁的热量之差,即

$$\dot{Q} = \dot{Q}_r - \dot{Q}_c \quad (3)$$

$$\dot{Q}_r = m_f H_\mu \dot{\chi} \quad (4)$$

$$\dot{\chi} = a \frac{b+1}{t_z} \left( \frac{t}{t_z} \right)^b \exp \left[ -a \left( \frac{t}{t_z} \right)^{b+1} \right] \quad (5)$$

$$\dot{Q}_c = hA(T - T_w) \quad (6)$$

$$h = 3.26 D^{-0.2} \left( \frac{p}{1000} \right)^{0.8} T^{-0.55} v_{avg} \quad (7)$$

式(3)~(7)中: $\dot{Q}$  为吸热速率; $\dot{Q}_r$  为放热速率; $\dot{Q}_c$  为传热速率; $m_f$  为每循环发动机气缸内喷入的燃油质量; $H_\mu$  为燃料的低热值,取值为  $44 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ ; $\dot{\chi}$  为燃烧速率; $t$  为系统运行时间; $t_z$  为燃烧持续时间; $a$  和  $b$  分别为燃烧的效率参数与形状因子,为可调经验参数,对于汽油机一般  $a$  取值为 6.908,  $b$  取值为 2;  $h$  为对流传热系数; $A$  为传热表面积; $T$  为气缸内的气体温度; $T_w$  为气缸壁温度; $D$  为气缸内径; $p$  为气缸内的气体压力; $v_{avg}$  为活塞平均速度。

根据热力学第一定律,有

$$dQ = dU + dW \quad (8)$$

$$dU = \frac{c_v}{c_p - c_v} d(pV) \quad (9)$$

$$dW = p dV \quad (10)$$

整理式(8)~(10),可得气体瞬时压力与工质加热速率的关系为

$$\dot{p} = \frac{k-1}{V} \dot{Q} - \frac{kp}{V} \dot{V} \quad (11)$$

式(8)~(11)中: $U$  为工质的内能; $W$  为工质对外界所做的膨胀功; $c_v$  为气体的定容比热容; $c_p$  为气体的定压比热容; $V$  为气缸内的气体体积; $k$  为等熵指数。

压缩行程中,缸内气体压力变化为

$$p_c(t) = p_{cs} \left( \frac{V_{cs}}{V_c(t)} \right)^{n_1} \quad (12)$$

式中: $p_{cs}$  和  $V_{cs}$  分别为压缩行程起点处气缸内的气体压力和体积; $p_c$  和  $V_c$  分别为压缩过程中气缸内的气体压力和体积; $n_1$  为气缸内压缩多变指数,取值为 1.23。

膨胀行程中,缸内气体压力变化为

$$p_e(t) = p_{es} \left( \frac{V_{es}}{V_e(t)} \right)^{n_2} \quad (13)$$

式中: $p_{es}$  和  $V_{es}$  分别为膨胀行程起点处气缸内的气体压力和体积; $p_e$  和  $V_e$  分别为膨胀过程中气缸内的气体压力和体积; $n_2$  为气缸内膨胀多变指数,取值为 1.00。

为了简化仿真过程,假设气缸的进排气过程为理想过程。当排气口打开时,缸内气体压力始终等于扫气压力

$$p_s(t) = p_{box} \quad (14)$$

式中: $p_{box}$  为扫气箱压力。

### 2.3 摩擦力分析

在直线电机/发动机系统运行过程中,活塞组件受到的摩擦力  $F_f$  主要来源于活塞环、活塞裙与发动

机气缸壁之间的摩擦力。参照丰田汽车研发中心对该系统摩擦力的试验研究结论<sup>[12-13]</sup>,设定系统摩擦力为

$$F_f = -c_f \dot{x} \quad (15)$$

式中: $c_f$  为摩擦力系数,取值为 100。

## 2.4 电磁力分析

在起动过程中,动力电池输出的直流电经逆变器输出三相交流电到直线电机,产生变化的磁场后驱动永磁体动子运动。在发电过程中,活塞组件带动直线电动子轴往复运动,在定子线圈中产生变化的磁场并产生感应电动势,此时逆变器作为整流器调节定子线圈对动子轴的电磁阻力。

电机控制采用较为成熟的空间矢量脉宽调制(SVPWM)方法,利用绝缘栅双极型晶体管(IGBT)的通、断控制电机中的电流,进而控制电磁力的大小。

直线电机可以看作由旋转电机沿其半径展开而成,两者工作原理类似。在此,建立直线电机的直轴-交轴( $d-q$ )数学模型,其电压与磁链方程为

$$u_d = R i_d + \dot{\Psi}_d - v \left( \frac{\tau}{\pi} \right) \Psi_q \quad (16)$$

$$u_q = R i_q + \dot{\Psi}_q + v \left( \frac{\tau}{\pi} \right) \Psi_d \quad (17)$$

$$\Psi_d = L_d i_d + \Psi_t \quad (18)$$

$$\Psi_q = L_q i_q \quad (19)$$

式(16)~(19)中: $u_d$  和  $u_q$  分别为  $d$  轴和  $q$  轴定子电压,可由三相电压经坐标变换得到; $i_d$  和  $i_q$  分别为  $d$  轴和  $q$  轴定子电流; $\Psi_d$  和  $\Psi_q$  分别为  $d$  轴和  $q$  轴定子磁链; $\tau$  为永磁体极距,取值为 27.4 mm; $L_d$  为  $d$  轴电感,取值为 8 mH; $L_q$  为  $q$  轴电感,取值为 8 mH; $\Psi_t$  为转子永磁体磁链,取值为 0.178 Wb。

转矩方程为

$$F_m = \left( \frac{3\tau}{2\pi} \right) p_n \Psi_t i_q \quad (20)$$

式中: $p_n$  为极对数,取值为 1。

## 2.5 仿真模型搭建

依据上述系统数学模型,搭建了直线电机/发动机系统的 Simulink 仿真模型,其示意图如图 3 所示。

## 2.6 仿真模型验证

课题组前期搭建的试验台架如图 4 所示。为了验证模型的精确性,基于试验台架,进行了系统的起动和燃烧试验,仿真初始参数如表 1 所示。设置起动力为 310 N,点火位置为极限位置前 3 mm,将仿真计算结果与试验所测数据进行对比,结果如图 5 和图 6 所示。

图 5 中,起动首循环活塞运动的仿真结果与试验结果有一定的差别,但随着起动行程数的增加,仿真结果与试验结果的误差逐步缩小。在起动第 3 个行程以后,仿真与试验结果相对误差小于 6%。

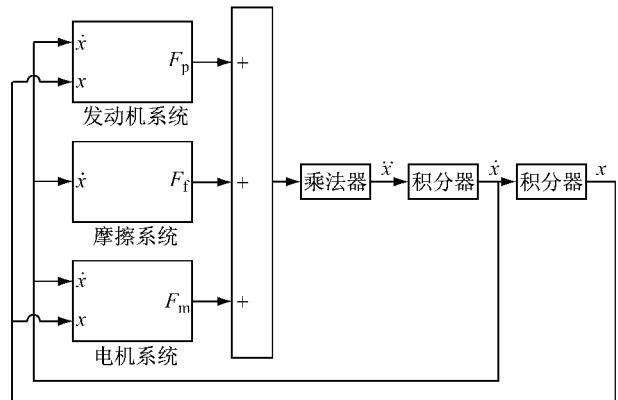


图 3 系统 Simulink 仿真模型

Fig.3 System Simulink model

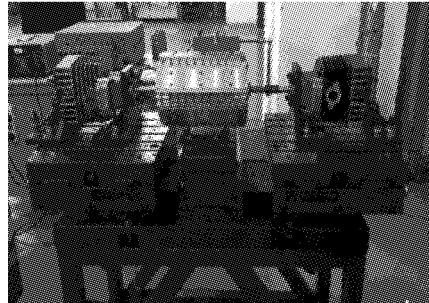


图 4 系统样机试验台架

Fig.4 System prototype test bench

表 1 系统仿真初始参数

Tab.1 System initial simulation parameters

仿真初始参数	数值
初始压缩比 $\epsilon$	6.6
气缸直径 $D/\text{mm}$	50
最大运动行程 $L/\text{mm}$	54.8
系统运动组件质量 $m/\text{kg}$	3.75
压缩过程平均多变指数 $n_1$	1.23
膨胀过程平均多变指数 $n_2$	1

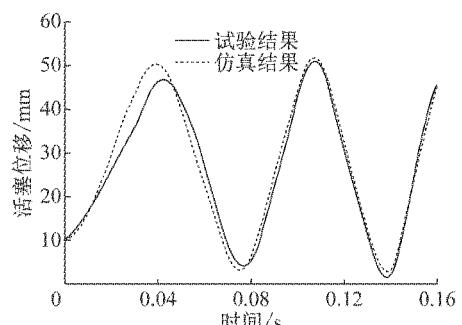


图 5 起动阶段活塞运动轨迹

Fig.5 Piston motion trajectory in starting stage

图6中,由于在发动机压缩及燃烧过程的建模中未考虑实际工质和漏气损失等因素,导致仿真计算得到的峰值缸压比试验峰值缸压大,但总体变化趋势一致,且仿真得到的峰值缸压与试验峰值缸压相对误差为3.6%。

因此,除起动首循环外,仿真结果与试验结果吻合良好,所建立的发动机模型具有一定的精确性,可利用该仿真模型对系统的稳定燃烧过程及控制策略进行分析。

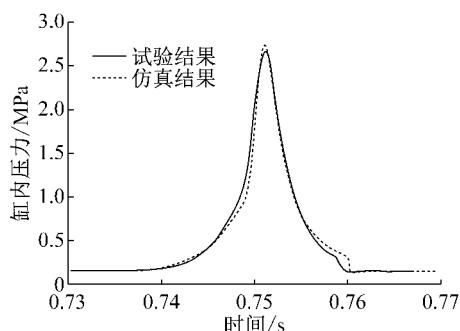


图6 燃烧阶段缸内压力曲线

Fig.6 In-cylinder pressure profile in combustion stage

### 3 稳定运行轨迹跟踪策略分析

在发电模式下,由于缺少曲柄连杆机构的约束,系统活塞组件在运动过程中仅受喷油燃烧产生的爆炸力和电磁反力的作用,极有可能出现撞缸、爆燃或失火等工况。而燃烧产生的气缸压力仅可以在上、下止点对活塞的运动进行控制,具有一定的时滞性。因此,本文采用可变电磁力对于活塞的轨迹进行控制,其控制思路如图7所示。

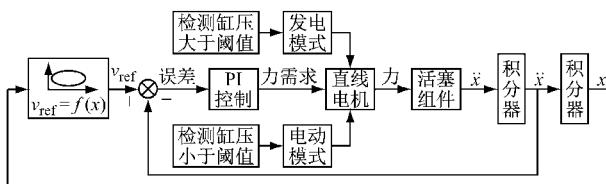


图7 电磁力控制策略

Fig.7 Electromagnetic force control strategy

当系统进入发电模式后,根据系统稳定运行的理想轨迹,建立活塞组件参考速度 $v_{ref}$ 和位置 $x$ 的关系,即 $v_{ref} = f(x)$ ,并以此作为被跟踪的目标轨迹,轨迹如图8所示。在活塞运动过程中,检测燃烧后左、右两缸的气体压力,判定系统燃烧是否正常,进而判定电机是否需要转为电动模式进行助力。在电机控制过程中,直线位移传感器实时反馈活塞所处的位

置和速度,并将瞬时速度与参考值相比较,经PI控制器,得到直线电机需要输出的电磁力。

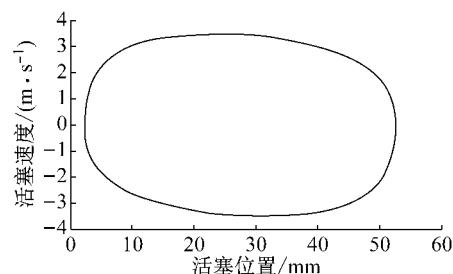


图8 参考活塞速度和位置关系  
Fig.8 Reference piston velocity versus position

### 4 喷油量单次变动下控制策略仿真验证

为了验证控制策略的可行性,根据仿真模型,分别单次增加和减少左缸喷油量的10.75%,分析喷油量变动前后的活塞运动轨迹。当左缸单次喷油量由1.86 mg增加至2.06 mg时(110.75%),变化前后的活塞轨迹和电磁力曲线如图9和图10所示。

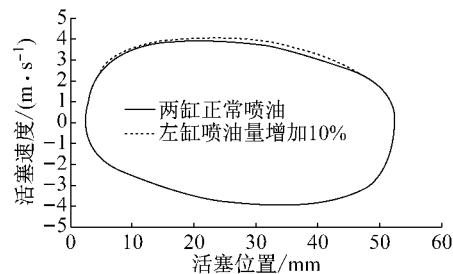


图9 喷油量单次增加时活塞速度和位置关系  
Fig.9 Piston velocity versus position in fuel injection quantity one-time rise condition

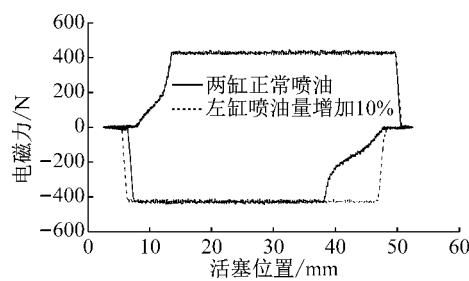


图10 喷油量单次增加时电磁力和活塞位置关系  
Fig.10 Electromagnetic force versus piston position in fuel injection quantity one-time rise condition

由于左缸喷油量的增加,活塞在向右运动过程中所受到的来自左缸的燃烧爆炸力增大,致使活塞速度在初期迅速增大,超过了参考速度,偏差最大值

为  $0.18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . 此时电磁负载较正常喷油时提前达到最大值, 并且在行程末段继续阻碍活塞的运动, 使得活塞的运动轨迹在极限位置前  $7.8 \text{ mm}$  处趋于稳定运行的轨迹, 防止了撞缸的出现. 此外, 电磁力的调节从行程初段开始, 至行程末段结束, 相较于喷油调节更快速, 能在扰动发生的首行程内消除轨迹偏差, 保持了右缸上止点的稳定. 当右缸点火, 活塞向左运动过程中, 两循环的电磁负载相同, 活塞运动轨迹也相同.

当左缸单次喷油量由  $1.86 \text{ mg}$  减小至  $1.66 \text{ mg}$  时( $89.25\%$ ), 变化前后的活塞轨迹和电磁力曲线如图 11 和图 12 所示.

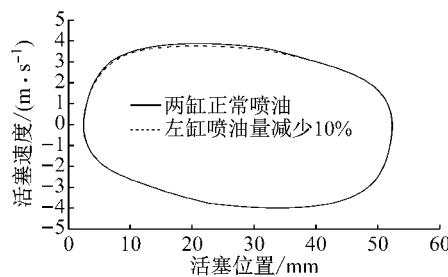


图 11 喷油量单次减小时活塞速度和位置关系

Fig.11 Piston velocity versus position in fuel injection quantity one-time drop condition

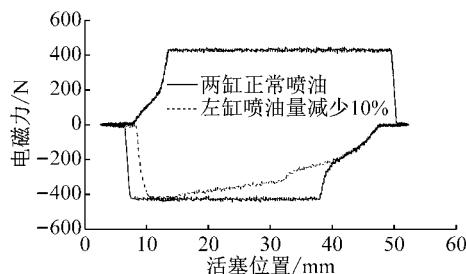


图 12 喷油量单次减小时电磁力和活塞位置关系

Fig.12 Electromagnetic force versus piston position in fuel injection quantity one-time drop condition

由于左缸喷油量的减少, 活塞所受的气体爆炸力减小, 致使活塞速度在初期小于预设速度, 偏差最大值为  $0.10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . 此时电磁负载晚于正常喷油时达到最大值, 并且在行程中后段持续降低, 减小了对于活塞运动的阻碍, 使得活塞轨迹在极限位置前  $15.8 \text{ mm}$  处与参考轨迹重合, 防止了失火的发生.

## 5 喷油量随机变动下控制策略仿真验证

在喷油量单次变动的基础上, 深入分析了两缸喷油量随机波动情况下的轨迹跟踪控制效果. 通过仿真模型, 设置两缸喷油量在  $(1.86 \pm 0.3) \text{ mg}$  间随

机波动, 观察活塞轨迹和缸内压力的变化情况, 结果如图 13~15 所示.

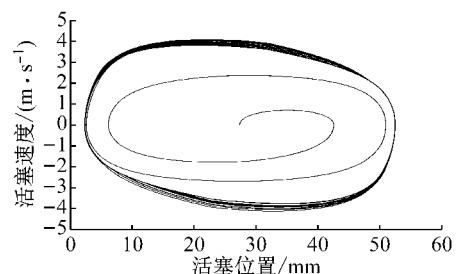


图 13 喷油量随机波动下活塞速度和位置关系

Fig.13 Piston velocity versus position in fuel injection quantity random fluctuation condition

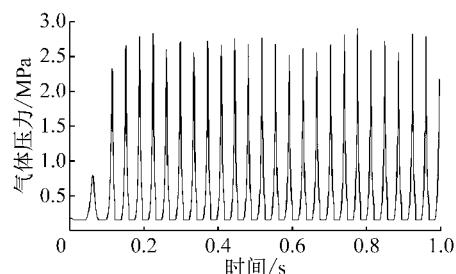


图 14 喷油量随机波动下左缸气体压力变动

Fig.14 Variation of left cylinder pressure in fuel injection quantity random fluctuation condition

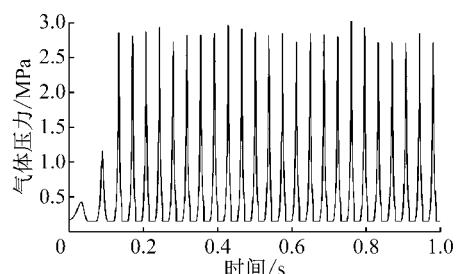


图 15 喷油量随机波动下右缸气体压力变动

Fig.15 Variation of right cylinder pressure in fuel injection quantity random fluctuation condition

仿真结果表明, 当喷油量在  $83.87\% \sim 116.13\%$  范围内随机波动时, 在任意位置活塞瞬时速度循环波动量的最大值为  $0.40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 左、右两缸峰值缸压循环波动量的最大值为  $0.39 \text{ MPa}$ , 左、右两缸上止点循环波动量的最大值为  $0.09 \text{ mm}$ . 活塞轨迹在扰动发生的首行程内回归参考轨迹, 未出现撞缸、失火等工况.

## 6 失火工况下控制策略仿真验证

考虑到上述喷油量变动的极限情况, 在进行电

机匹配时,应当保证电机能够产生足够的电磁反力,以此抵消喷油过多的影响。而当喷油量过低或失火时,这里采用检测缸压信号来控制电机在电动和发电两种模式间的切换。

缸压阈值选取怠速工况下系统可以稳定运行的最低燃烧缸压(上止点前3 mm处)。由于没有电磁负载的作用,此时的缸压可以作为是否需要电磁推力的临界判定条件。当所测缸压低于阈值时,电机转为电动模式。经过仿真逼近,其值为1.96 MPa。

这里以左缸失火为例,其活塞运动轨迹和电磁力曲线如图16和图17所示。

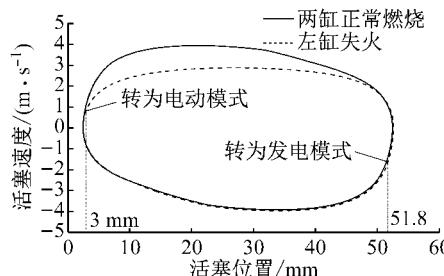


图16 失火工况下活塞速度和位置关系

Fig.16 Piston velocity versus position in misfire condition

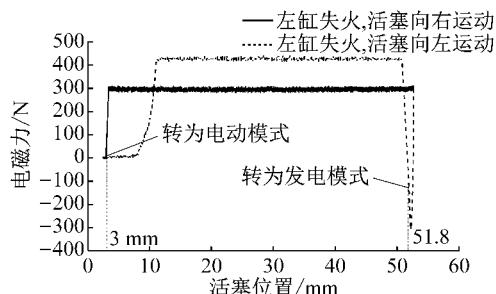


图17 失火工况下电磁力和活塞位置关系

Fig.17 Electromagnetic force versus piston position in misfire condition

在0.52 s时,左缸喷油量为零。当活塞向右运动至3 mm处时,缸压传感器检测到左缸气体压力小于1.96 MPa。此时判定左缸失火,电机转为电动模式进行助力,电磁力方向与活塞运动方向相同,拖动活塞运动至右缸上止点,与参考上止点偏差为0.17 mm,并逐渐靠近参考轨迹。右缸着火后,当活塞向左运动至51.8 mm处时,缸压传感器检测到右缸气体压力超过1.96 MPa,电机再次转为发电模式运行,其活塞运动轨迹与参考轨迹趋于一致,且左缸上止点保持不变。

## 7 结论

(1)提出了一种基于活塞速度和位置参考曲线的活塞轨迹跟踪控制策略。当喷油量发生波动时,可以实时检测活塞速度的变化,并在行程初段就对活塞的运动进行控制,使活塞轨迹在扰动发生的首循环内就回归参考曲线。

(2)当一侧气缸失火时,系统检测到上止点附近位置的缸压低于临界值,直线电机自动转为电动模式运行,拖动活塞到达另一侧气缸的上止点并点火燃烧,保证了系统的稳定运行。

## 参考文献:

- [1] 欧阳明高. 我国节能与新能源汽车发展战略与对策[J]. 汽车工程, 2006, 28(4): 317.  
OUYANG Minggao. Chinese strategies and countermeasures for energy saving and vehicles with new types energy [J]. Automotive Engineering, 2006, 28(4): 317.
- [2] 庄幸, 姜克隽. 我国纯电动汽车发展路线图的研究[J]. 汽车工程, 2012, 34(2): 91.  
ZHUANG Xing, JIANG Kejun. A study on the roadmap of electric vehicle development in china [J]. Automotive Engineering, 2012, 34(2): 91.
- [3] AL-ADSANI A S, JARUSHI A M, SCHOFIELD N. An ICE/HPM generator range extender in a series hybrid electric vehicle [C] // IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives. [S. l.]: IET, 2010: 1-6.
- [4] 王哲, 钟艳. 基于直线发电/发动机组的新型混合动力系统[J]. 上海汽车, 2007(1): 32.  
WANG Zhe, ZHONG Yan. New hybrid power system based on linear engine/generator[J]. Shanghai Auto, 2007(1): 32.
- [5] 王存磊, 殷承良, 罗刚, 等. ISG混合动力汽车起动及加速策略[J]. 内燃机学报, 2012, 30(1): 79.  
WANG Cunlei, YIN Chengliang, LUO Gang, et al. Start and acceleration strategies of an ISG parallel hybrid electric vehicle [J]. Transactions of the Chinese Society for Internal Combustion Engine, 2012, 30(1): 79.
- [6] SUN C, WANG Z, YIN Z, et al. Investigation of control method for starting of linear internal combustion engine-linear generator integrated system [C] // SAE Technical Papers. Detroit: SAE International, 2015: 2015-01-1729.
- [7] 邓俊, 叶晓倩, 尹兆雷, 等. 直线发动/发电机启动性能仿真研究[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2013, 41(4): 596.  
DENG Jun, YE Xiaoqian, YIN Zhaolei, et al. Simulation on starting performance of a linear engine/generator[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2013, 41(4): 596.
- [8] SHOUKRY E F. Numerical simulation for parametric study of a two-stroke compression ignition direct injection linear engine [D]. Morgantown: West Virginia University, 2003.
- [9] CSABA T N. Linear engine development for series hybrid

- electric vehicles [D]. Morgantown: West Virginia University, 2004.
- [10] MIKALSEN R, JONES E, ROSKILLY A P. Predictive piston motion control in a free-piston internal combustion engine[J]. Applied Energy, 2010, 87(5): 1722.
- [11] JIA B, MIKALSEN R, SMALLBONE A, et al. Piston motion control of a free-piston engine generator: a new approach using cascade control[J]. Applied Energy, 2016, 179:1166.
- [12] KOSAKA H, AKITA T, MORIYA K, et al. Development of free piston engine linear generator system part 1—investigation of fundamental characteristics [C] // SAE Technical Papers. Detroit: SAE International, 2014: 2014-01-1203.
- [13] GOTO S, MORIYA K, KOSAKA H, et al. Development of free piston engine linear generator system part 2—Investigation of control system for generator [C] // SAE Technical Papers. Detroit: SAE International, 2014: 2014-01-1193.

(上接第 953 页)

- [4] 叶爱君,管仲国.桥梁抗震[M].2 版.北京:人民交通出版社,2011.  
YE Ajun, GUAN Zhongguo. Seismic design of bridges [M]. 2nd ed. Beijing: China Communications Press, 2011.
- [5] 庄卫林,刘振宇,蒋劲松.汶川大地震公路桥梁震害分析及对策[J].岩石力学与工程学报,2009, 28(7): 1377.  
ZHUANG Weilin, LIU Zhenyu, JIANG Jinsong. Earthquake-induced damage analysis of highway bridges in Wenchuan earthquake and countermeasures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(7): 1377.
- [6] 中华人民共和国交通运输部.公路桥梁抗震设计细则: JTGT B02-01—2008 [S]. 北京:人民交通出版社,2008.  
Ministry of Transport of the People's Republic of China. Guidelines for seismic design of highway bridges: JTGT B02-01—2008 [S]. Beijing: China Communications Press, 2008.
- [7] 中华人民共和国交通部.公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥梁设计规范: JTGD62—2004 [S]. 北京:人民交通出版社,2004.  
Ministry of Transport of the People's Republic of China. Code for design of highway reinforced concrete and prestressed concrete bridges and culverts: JTGD62—2004 [S]. Beijing: China Communications Press, 2004.
- [8] 项乃亮,李建中.不同挡块形式对中小跨径梁桥横向抗震性能的影响[J].工程力学,2016,33(3):188.  
XIANG Nailiang, LI Jianzhong. Effect of different types of retainers on transverse seismic performance of small and mid-span girder bridges [J]. Engineering Mechanics, 2016, 33 (3): 188.
- [9] 徐略勤,李建中.基于转动刚体模型的钢筋混凝土挡块抗震强度预测[J].工程力学,2014,31(10):143.

- XU Lueqin, LI Jianzhong. Seismic strength prediction of reinforced concrete retainers based on rigid body rotation model[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(10): 143.
- [10] 徐略勤,李建中.钢筋混凝土挡块抗震性能及改进试验[J].中国公路学报,2014, 27(9):41.  
XU Lueqin, LI Jianzhong. Experiment on seismic performance and its improvement of reinforced concrete retainers [J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(9): 41.
- [11] TSAI M H. Transverse earthquake response analysis of a seismically isolated regular bridge with partial restraint[J]. Engineering Structures, 2008, 30(2):393.
- [12] 徐略勤.常规梁桥钢筋混凝土横向挡块抗震性能试验研究[D].上海:同济大学,2012.  
XU Lueqin. Experimental research on the seismic behavior of reinforced concrete transverse retainers in regular girder bridges [D]. Shanghai: Tongji University, 2012.
- [13] MEGALLY S H, SILVA P F, SEIBLE F. Seismic response of sacrificial shear keys in bridge abutments. [R]. San Diego: University of California, 2002.
- [14] SILVA P F, MEGALLY S H, SEIBLE F. Seismic performance of sacrificial exterior shear keys in bridge abutments [J]. Earthquake Spectra, 2009, 25(3): 643.
- [15] MANDER J B, PRIESTLEY M J N, PARK R. Theoretical stress-strain model for confined concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1988, 114(8):1804.
- [16] 方圆.汶川地震典型简支梁桥震害分析及横向限位装置研究[D].上海:同济大学,2012.  
FANG Yuan. Research on typical damage of simple supported beam bridge during wenchuan earthquake and transverse restraint device [D]. Shanghai: Tongji University, 2012.