

机场道面使用性能的动态自回归预测模型

袁 捷, 唐 龙, 杜 浩

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

摘要: 针对我国机场道面性能观测时间短, 观测数据少, 使用现有模型预测精度低, 不能根据观测值动态更新预测模型等现状, 提出了将卡尔曼滤波应用于时间序列预测的方法, 建立了动态自回归预测模型, 进行机场道面使用性能的预估. 选取我国华东某机场的实测道面状况指数为基础数据, 进行时间序列建模, 应用卡尔曼滤波算法实现时间序列模型参数的实时更新, 分析模型的预测效果. 时间序列数据较少时, 难以建立高精度的自回归模型, 通过卡尔曼滤波处理建立的动态自回归预测模型精度明显提高.

关键词: 道面使用性能; 时间序列; 卡尔曼滤波; 动态自回归预测模型

中图分类号: V351.11

文献标志码: A

Dynamic Auto-regression Prediction Model of Airport Pavement Performance

YUAN Jie, TANG Long, DU Hao

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: A dynamic auto-regression model based on the time series analysis with Kalman filter was proposed for pavement condition prediction. Existing prediction models could not be applied to Chinese airports due to the incomplete monitoring data and the complexity to be updated. The time series model was first established based on the pavement condition index (PCI) data of the airport in eastern China. Then Kalman filter algorithm was utilized to update the models. By the comparison with the actual monitoring data, the prediction models are proven to be reliable in Chinese airports. The predictions of the dynamic auto-regression model are more accurate than the auto-regression model despite the incomplete monitoring data.

Key words: pavement performance; time series; Kalman filter; dynamic auto-regression prediction model

道面维护和修复是机场道面管理系统的核心, 而道面使用性能预测是道面维护科学决策的关键.

道面使用性能预测的研究始于 20 世纪 60 年代, 经过近 40 年的研究, 国内外学者提出了很多路面和道面使用性能预测模型^[1]. 按照模型的输出形式, 主要分为确定型模型和概率型模型^[2].

确定型模型是为道面某项使用性能指标预估一个数值, 大多数道面使用性能预估都采用经验法, 以经验方程或回归方程形式建立道面性能指标与影响因素之间的关系进行预测. 该方法具有建模方法简单, 模型修正方便等优点, 但由于道面使用性能受到荷载、环境、材料和养护水平等多种因素的影响, 确定型模型无法反映使用性能变化速率的不确定性, 不能根据实测值实时更新预测模型.

概率型模型将道面未来状况视作随机过程的结果, 通过描述道面状况在未来特定状态区间上的分布概率实现预测. 这类模型考虑了道面使用性能预测的不确定性, 能够较好地反映各种影响因素变化所导致道面性能变化的不确定性. 这些模型的局限性在于需要大量的观测数据以及专家经验性的假设.

鉴于上述两种模型的局限性, 一些国内外研究者们建立了以现代控制理论为基础预测模型, 包括神经网络模型^[3]、灰色理论模型^[4], 以及本文使用的现代时间序列模型.

时间序列模型是典型的自回归模型, 其最大优点在于不必探究数据序列的产生背景, 因为序列本身所具有的时序性和自相关性已经为建模提供了足够的信息. Ben-Akiva M 等较早将时间序列状态空间模型应用于设施性能预测^[5]. Lu J 等应用时间序列模型预测路面开裂^[6]. 时间序列模型的不足之处在于, 时间序列参数估计值的时变性与预测模型的

收稿日期: 2014-03-20

基金项目: 国家自然科学基金-民航联合研究基金(U1233123); 国家自然科学基金-青年科学基金(51308412)

第一作者: 袁 捷(1971—), 男, 副教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为道路与机场工程. E-mail: yuanjie@tongji.edu.cn

通讯作者: 唐 龙(1989—), 男, 硕士生, 主要研究方向为道路与机场工程. E-mail: 1334654@tongji.edu.cn

定常性的差异,会使预测精度随着预测步数的增加而明显降低.虽然时间序列模型具有可修复性,但利用现有全部观测值动态更新函数模型并重新估计参数,则重复工作量大. Ashok K 等采用卡尔曼滤波方法对自回归模型进行修正^[7].

卡尔曼滤波方法是解决动态系统建模的有效途径,它能充分利用观测值对模型进行动态修正,而且无需储存大量的历史观测数据.但经典卡尔曼滤波方法要求模型的结构与参数已知,否则很难建立状态方程和测量方程.然而,时间序列法能充分利用现有样本统计规律,实现系统建模.因此,本文使用了一种混合算法,首先利用时间序列分析方法,挖掘道面性能观测值的自相关性,建立一个能反映道面使用性能变化规律的自回归预测模型.然后从该自回归模型的预测方程入手,直接建立卡尔曼滤波的状态方程和测量方程,然后用卡尔曼滤波对自回归模型实现动态更新.

1 应用时间序列建立自回归预测模型

时间序列分为平稳时间序列和非平稳时间序列.平稳时间序列结构相对简单,研究方法十分成熟;而非平稳时间序列结构复杂.一般方法都是将非平稳时间序列转化为平稳时间序列,通过间接方法解决非平稳时间序列问题.因此,本文采用平稳时间序列中最常用的自回归移动平均模型建立机场道面使用性能的自回归预测模型(auto-regression moving average),记为 ARMA(p, q).

ARMA(p, q)模型^[8]如下:

$$x_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i x_{t-i} + \epsilon_t - \sum_{j=1}^q \beta_j \epsilon_{t-j}, \quad t = p+1, p+2, \dots, n \quad (1)$$

式中: x_t 为时间序列; p, q 分别为自回归和移动平均分量阶数; $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$, $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q)$ 为模型参数; 当 $\beta=0$ 时,称为自回归模型,记为 AR(p); 当 $\alpha=0$ 时,称为移动平均模型,记为 MA(q); ϵ_t 为独立序列,且符合 $E(\epsilon_t) = 0$, $E(\epsilon_t^2) < +\infty$, $E(\epsilon_t^4) < +\infty$.

1.1 ARMA(p, q)模型定阶

在建立 ARMA(p, q)模型前,首先进行模型阶数估计,采用自相关函数与偏自相关函数分析法确定 p 值和 q 值.

一个平稳时间序列为 ARMA(p, q)模型的特征是:其偏自相关函数 α_{kk} 与自相关函数 ρ_k 均为拖尾

的,即若偏自相关函数 α_{kk} 在 p 阶以后截尾,则应拟合 AR(p)模型;若其自相关函数 ρ_k 在 q 阶以后截尾,则应拟合 MA(q)模型(如表 1).

表 1 自相关和偏自相关系数的特征

Tab.1 Features of autocorrelation and partial correlation coefficient

函数	AR(p)	MA(q)	ARMA(p, q)
自相关函数	拖尾	q 阶截尾	拖尾
偏自相关函数	p 阶截尾	拖尾	拖尾

但是这一方法是通过观察自相关和偏自相关图预测模型的阶数,可能并不准确,所以实际建模时通常采用几种可能的阶数建模,然后通过最小信息准则(AIC)^[9]判定哪种阶数是合理的.

$$AIC(k, j) = \ln \sigma^2(k, j) + \frac{2(k+j)}{n}, \quad k, j = 0, 1, \dots, p \quad (2)$$

其中, $\sigma^2(k, j)$ 为取阶数 $p=k, q=j (0 \leq k, j \leq p)$ 时 σ^2 的估计,而 $p=0$ 时, $\sigma^2 = \gamma^2$. 取 p, q 使其满足下式:

$$AIC(p, q) = \min AIC(k, j) \quad (3)$$

则此时 p, q 为 ARMA(p, q)模型的正确阶数.

1.2 ARMA(p, q)模型参数估计

ARMA(p, q)模型参数包括 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q$ 及 σ^2 等 $p+q+1$ 个未知参数.本文采用常用的极大似然估计法进行模型参数的估计.

1.3 ARMA(p, q)模型检验

检验 ARMA(p, q)模型就是检验其拟合残差序列是否为独立序列.在计算中通常利用 Durbin-Watson(DW)统计量进行检验.

DW 统计量通过确定 2 个相邻误差项的相关性是否为 0 来检验回归残差是否存在自相关性,即

$$D = \frac{\sum_{t=2}^T (\epsilon_t - \epsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \epsilon_t^2} \quad (4)$$

式中, D 表示待检验模型的 DW 统计量.

通过查阅 5% 水平下的 DW 统计量分布表,确定 U_D 值,当 $U_D < D < 4 - U_D$ 时,残差不具有一阶自相关性. DW 统计量越接近 2,说明 2 个相邻误差项相关性越差,残差序列独立性越强.

至此,平稳时间序列模型的建模步骤可总结为:①绘制时间序列的自相关和偏自相关图,预测模型阶数;②对所有可能的阶数组合计算其 AIC 值,进而得到模型准确阶数;③利用极大似然估计法估计模型参数,并计算其 DW 统计量,检验残差独立性.

2 基于卡尔曼滤波的动态自回归模型

应用时间序列分析方法建立的自回归模型也可以根据观测值的更新动态更新预测模型,但是需要重新进行前文所述的建模步骤,重复工作量大。

卡尔曼滤波方法是解决动态系统建模的有效途径,它能充分利用观测值对状态估值进行动态修正,有效提高预测模型的预测精度,且无需储存大量的历史观测数据。

卡尔曼滤波可以估计离散数据的过去和当前状态,甚至能估计将来的状态,即使并不知道模型的确切性质。其基本思想是以最小均方误差为最佳估计准则,采用状态空间模型,利用前一时刻的估计值和当前时刻的观测值来更新状态变量的估计,求出当前时刻的估计值,算法根据建立的系统方程和观测方程对需要处理的数据做出满足最小均方误差的估计。

2.1 状态空间模型

状态空间模型的定义^[10]:设 y_t 是包含 k 个变量的 $k \times 1$ 维可观测向量。这些变量与 $m \times 1$ 维向量 α_t 有关, α_t 被称为状态向量。定义测量方程(或称信号方程)为

$$y_t = Z_t \alpha_t + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (5)$$

式中: T 表示样本长度; Z_t 表示 $k \times m$ 矩阵; u_t 表示 $k \times 1$ 向量,是均值为 0、协方差矩阵为 H_t 的连续不相关扰动项,即

$$E(u_t) = 0, \quad \text{Var}(u_t) = H_t \quad (6)$$

一般地, α_t 元素是不可观测的,然而可表示成一阶马尔可夫过程。下面定义转移方程(或称状态方程)为

$$\alpha_t = T_t \alpha_{t-1} + R_t \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

式中: T_t 表示 $m \times m$ 矩阵; R_t 表示 $m \times g$ 矩阵; ε_t 表示 $g \times 1$ 向量,是均值为 0、协方差矩阵为 Q_t 的连续不相关扰动项,即

$$E(\varepsilon_t) = 0, \quad \text{Var}(\varepsilon_t) = Q_t \quad (8)$$

以上就是状态空间模型以及状态方程和测量方程的定义。状态方程中的矩阵 T_t, R_t, Q_t 与测量方程中的矩阵 Z_t, H_t 统称为系统矩阵,状态空间模型的主要任务就是估计这些参数,这也是建立卡尔曼滤波的状态方程和测量方程过程中的难点。但是,如果建立好时间序列模型,就可以根据模型推导出这些系统矩阵,大大降低了状态空间模型建模的难度和工作量。

2.2 卡尔曼滤波的递推公式

当一个模型被表示成状态空间的形式就可以进行卡尔曼滤波。卡尔曼滤波递推方程理论上分为 3 个主要内容:滤波问题、预测问题和平滑问题。本文仅研究预测问题。要将卡尔曼滤波用于预测,首先必须推导预测递推方程,一般使用正交定理,采用数学归纳法推导^[11]。最终得到的预测递推方程如下:

$$\begin{cases} P_{t,t-1} = T_t P_{t-1,t-1} T_t^T + R_t Q_t R_t^T \\ K_t = P_{t,t-1} Z_t^T \cdot [Z_t P_{t,t-1} Z_t^T + H_t]^{-1} \\ \alpha_t = T_t \alpha_{t-1} + K_t [y_t - Z_t T_t \alpha_{t-1}] \\ P_{t,t} = [I - K_t Z_t] P_{t,t-1} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $P_{t,t-1}$ 表示从 $t-1$ 时刻到 t 时刻的单步预测误差协方差矩阵; $P_{t-1,t-1}$ 为 $t-1$ 时刻滤波预测的误差协方差矩阵; K_t 为 t 时刻的卡尔曼增益矩阵; α_t 表示对 $t+1$ 时刻的状态估计; I 为单位矩阵; $P_{t,t}$ 为 t 时刻滤波预测的误差协方差矩阵,其余矩阵的定义与状态方程和测量方程相同。

方程(9)称为卡尔曼滤波递推方程,利用以上递推算法,根据新的观测值实现对自回归预测模型的动态更新,可减少误差积累,提高精度。

3 建模预测实例分析

本文选取国际上广泛应用的道面状况指数(PCI)作为道面使用性能的预测指标,建立平稳时间序列模型 ARMA(p, q),然后通过卡尔曼滤波更新模型的预测值。由于国内道面评价体系研究开展较晚,国内许多机场并没有进行过多次大范围全方位的飞行区道面损坏状况调查,缺乏长期的 PCI 数据,本文选取观测数据相对较多的华东某机场 1998~2004 年间,整个飞行区道面的每个区域的 PCI 时间序列数据(表 2)进行建模和案例分析。借助计算机程序进行分析,选取前 6 年的时间序列数据进行模型拟合研究,利用 2004 年的数据进行模型预测研究。

3.1 模型定阶

在进行参数估计之前,首先要确定适合于拟合 PCI 衰变时间序列的模型阶数。

观察区域 1 的自相关和偏自相关系数图(如图 1,考虑到篇幅有限且 11 个区域的自相关和偏自相关图相似度很高,故未列出其他区域的自相关和偏自相关图),图上没有明显的拖尾和截尾现象,并不能明确模型的阶数。因此,为了保证模型阶数估计的准确性,且考虑到时间序列数据量较少的因素,选取 3 个 ARMA(1, 0), ARMA(0, 1), ARMA(1, 1)模

型分别对每个区域进行建模试算,然后通过比较 AIC 值,确定时间序列模型的最终阶数.

表 2 华东某机场的道面状况指数

Tab.2 PCI of an airport in eastern China

区域 编号	PCI						
	1998 年	1999 年	2000 年	2001 年	2002 年	2003 年	2004 年
1	100	97.4	92.5	88.7	85.2	81.8	78.5
2	100	96.7	89.6	85.1	81.1	77.0	72.9
3	100	97.2	91.2	87.5	84.4	80.9	77.3
4	100	97.1	91.6	87.3	84.5	81.0	77.6
5	100	96.8	91.4	88.0	83.9	79.9	76.0
6	100	97.5	93.2	90.5	86.3	82.5	80.1
7	100	98.0	95.8	91.9	87.2	83.4	79.8
8	100	97.9	92.5	88.5	85.1	81.8	78.5
9	100	98.5	92.8	89.1	85.2	81.3	77.5
10	100	95.9	88.3	83.2	80.1	76.5	72.1
11	100	96.1	90.4	84.3	78.9	73.6	68.7

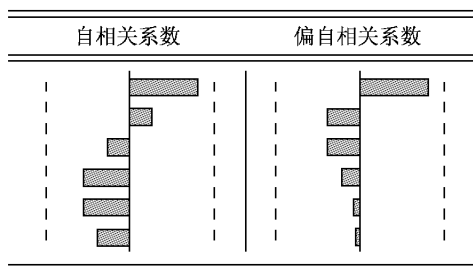


图 1 自相关和偏自相关系数图

Fig.1 The autocorrelation and partial correlation coefficient

如前文所述,AIC 值越小,说明模型阶数估计的越准确.图 2 给出了 11 个区域 3 种 ARMA 模型的 AIC 值.可以看出:①在所有区域中,ARMA(1,0)的 AIC 值均最小,说明 ARMA(1,0)模型最适合拟合机场道面 PCI 衰变的时间序列;②在某些区域中,ARMA(1,1)的 AIC 值与 ARMA(1,0)接近,说明在这些区域中,2 种模型阶数对模型影响不大,2 种模型均可,但是在其他区域中,ARMA(1,1)的 AIC 值相对较大;③相比于前两者,ARMA(0,1)的 AIC 值明显偏大,说明该模型不适合拟合该时间序列.

综上所述,最终确定模型的阶数为 $p=1, q=0$,即用 ARMA(1,0)模型拟合 PCI 衰变的时间序列是最合适的.

3.2 时间序列数据量的影响分析

由于国内道面评价体系研究开展较晚,缺乏长期的 PCI 数据,所以有必要进行时间序列数据量对于模型拟合和预测效果影响的研究.本例中根据建模所使用数据量的不同分别建立 ARMA(1,0)模型,并分析拟合精度和第一年的预测精度.

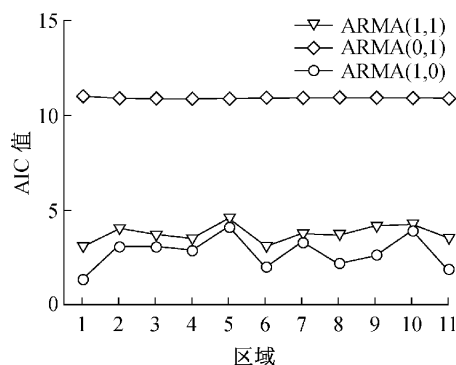


图 2 3 种模型的 AIC 值对比图

Fig.2 Comparison of akaike info criterion of three ARMA models

图 3 给出在建模数据量不同情况下,分别建立 ARMA(1,0)模型,对 11 个区域时间序列数据进行拟合的均方误差.可以看出,随着建模所使用时间序列数据量的增加,拟合均方误差基本呈现下降趋势,当数据量为 2 时,即只使用 2 个时间序列数据建立 ARMA(1,0)模型,其拟合误差显然为 0.

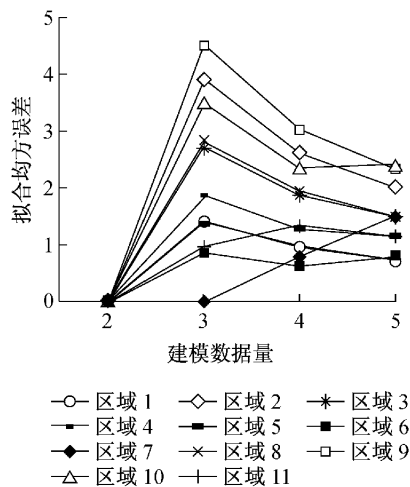


图 3 拟合均方误差图

Fig.3 Mean square error of fitted value

图 4 给出了分别对 11 个区域的时间序列数据建立的 ARMA(1,0)模型进行下一年度 PCI 预测的均方误差.可以看出,随着建模所使用的时间序列数据量的增加,预测的均方误差基本呈现下降趋势.此外,数据量为 2 时,虽然拟合精度很高,但是预测精度偏低.

究其原因,时间序列分析原理是通过挖掘历史数据变化中的信息,给出未来变化的趋势.建模数据量越少,所含时间序列数据变化趋势信息越少,模型精度越低.

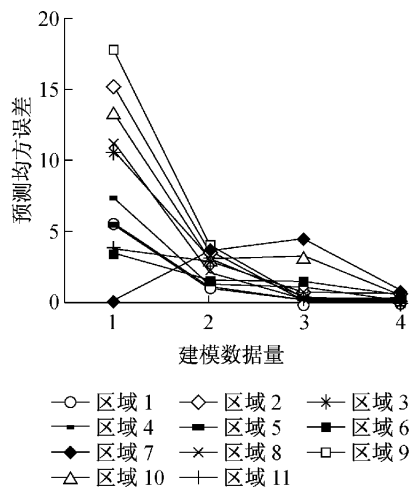


图4 预测均方误差图

Fig.4 Mean square error of predicted value

3.3 参数估计与模型检验

如上文所述,建模使用的时间序列数据量越多,模型预测精度越高.所以,本文针对每个区域,采用1998~2003年6个数据建立各自的ARMA(1,0)模型并检验.

采用DW统计量进行模型残差独立性的检验,查阅5%水平下的DW统计量分布表, $k=1, n=6$ 时, U_D 值为1.4,模型残差的DW统计量分布图如图5.可以看出,11个模型的DW统计量均分布在 U_D 与 $4-U_D$ 之间,表明模型的残差不具有自相关性,PCI衰变的时间序列自回归模型成立.

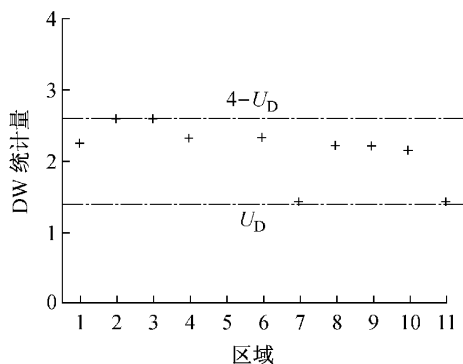


图5 DW统计量

Fig.5 Durbin-Watson statistics

3.4 自回归模型的动态更新

由于ARMA(1,0)模型的参数固定,其预测精度会随着时间逐年降低,要想提高模型的预测精度,则需要加入新的观测值,重新建立时间序列模型,重新进行参数估计与模型检验,工作量大.因此,本文使用了卡尔曼滤波来实现模型的动态更新,并分析了模型预测精度的变化.

以区域1为例,时间序列模型的表达式为 $x_t =$

$0.961x_{t-1} + \epsilon_t$,只包含1个时间延迟,即 x_{t-1} .所以不需要转化为多维向量的形式,只需适当改变状态方程和测量方程即可.对比卡尔曼滤波状态方程基本形式,令 $\alpha_t = x_t$,根据方程式 $x_t = 0.961x_{t-1} + \epsilon_t$,可得状态方程为

$$\alpha_t = 0.961\alpha_{t-1} + \epsilon_t \quad (10)$$

与方程 $\alpha_t = T_t\alpha_{t-1} + R_t\epsilon_t$ 比较,可以得出 $T_t = 0.961$, $R_t = 1$.

对于测量方程,同样道理,设 $\hat{x}_t$ 为PCI的真实值,那么 $y_t = \hat{x}_t = x_t + u_t$,其中 u_t 为每个测量值序列相对应的测量误差.

所以,测量方程为

$$y_t = \alpha_t + u_t \quad (11)$$

与方程 $y_t = Z_t\alpha_t + u_t$ 相比较,可得出 $Z_t = 1$.

至此,已经建立好了状态方程和测量方程,并且得出5个系统参数 T_t, R_t, Q_t, Z_t, H_t 中的3个值,仅有 Q_t 和 H_t 未知.

根据状态方程的定义 Q_t 是 ϵ_t 的协方差矩阵,根据推导出的状态方程(10)可知, ϵ_t 为时间序列模型ARMA(1,0)中的白噪声序列,其服从均值为0、方差为1的标准正态分布,所以 ϵ_t 的协方差矩阵即为其方差,所以 $Q_t = 1$.

根据测量方程的定义 H_t 是 u_t 的协方差矩阵,根据推导出的测量方程(11)可知, u_t 为PCI值的测量误差,此处假定测量误差也服从均值为0、方差为1的标准正态分布,所以 u_t 的协方差矩阵即为其方差,即 $H_t = 1$.

至此,完成了状态方程和测量方程的推导,并且求出全部系统矩阵的值.根据四个卡尔曼滤波递推方程,以及推导出的状态方程和测量方程就可以进行递推运算,在运算之前需要确定 α_t 和 $P_{t,t}$ 的初始值 α_0 和 $P_{0,0}$,考虑到收敛速度、现有数据数量以及结果分析时的便利,取初始值 $\alpha_0 = x_1$ 即第1组PCI值,取初始值 $P_{0,0} = 1$.具体递推运算由计算机程序实现.

3.5 预测结果对比分析

使用前文建立的ARMA(1,0)模型对该机场2004年PCI进行预测,然后通过卡尔曼滤波对模型进行动态更新后再进行预测,结果见表3和图6.

可以明显看出,经过滤波处理后,每个区域的预测精度都有所提高.滤波前11个区域预测的均方误差为0.178,滤波后减小为0.048,均方误差仅为原来的27%.

综上所述,动态自回归预测模型明显提高了自

回归道面使用性能预测模型的精确度。

表 3 2004 年 PCI 实测值与预测值

Tab.3 Real PCI and predicted PCI of 2004

区域	2004 年实测值	未滤波预测值	滤波后预测值
1	78.5	78.6	78.6
2	72.9	73.1	73.0
3	77.3	77.5	77.3
4	77.6	77.7	77.6
5	76.0	76.4	76.2
6	80.1	79.4	80.0
7	79.8	80.5	80.3
8	78.5	78.6	78.6
9	77.5	78.0	77.8
10	72.1	72.4	72.1
11	68.7	69.3	69.1

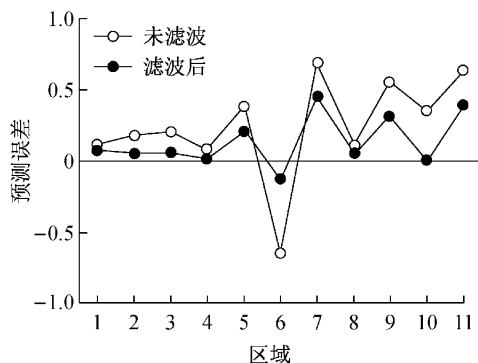


图 6 预测残差分布图

Fig.6 Standardized residuals versus predicted PCI

4 结论

本文提出一种机场道面使用性能的动态自回归预测模型以及建模方法,利用时间序列分析方法建立自回归模型 $ARMA(p, q)$,引入卡尔曼滤波算法对自回归模型实现了动态更新,并且利用华东某机场的道面检测数据进行实例分析.主要得到以下结论:

(1)时间序列分析方法可以用来建立机场道面使用性能的自回归预测模型,随着建模时间序列数据量的增加,模型的拟合精度和预测精度都会提高。

(2)利用卡尔曼滤波算法建立的动态自回归模型,预测精度明显提高,究其原因,笔者认为卡尔曼滤波的最大特点是可以根据最新观测值实时更新预测模型,原有的时间序列模型随着预测年限的增加,预测误差越来越大,而卡尔曼滤波算法可以根据最新的观测值对模型进行实时修正,弥补了随着预测年限的增加,预测误差越来越大这一缺陷。

(3)我国机场道面评价体系开展较晚,大多数机

场道面使用性能检测数据非常少,许多常用的道面性能预测方法并不适用,很难建立精度较高的预测模型.本文使用的卡尔曼滤波结合时间序列分析法建立的动态自回归模型,为我国机场道面使用性能预测提供了一个新的思路与研究方向。

参考文献:

- [1] Gendreau M, Soriano P. Airport pavement management systems: An appraisal of existing methodologies [J]. Transportation Research Part A, 2007, 32(3):197.
- [2] 王维,韩利斌. 机场道面使用性能预估理论和模型[J]. 中国民航大学学报, 2007, 25(2):28.
WANG Wei, HAN Libin. Introduction to prediction theory and models of airport pavement operational performance [J]. Journal of Civil Aviation University of China, 2007, 25(2):28.
- [3] Schwartz C W. Infrastructure condition forecasting using neural networks[C]//Infrastructure Planning and Management Conference Proceedings. Denver: ASCE, 1993:282-284.
- [4] 王国晓,安景峰,陈荣生. 灰色理论在路面使用性能预测中的应用[J]. 公路交通科技, 2002, 19(3):16.
WANG Guoxiao, AN Jingfeng, CHEN Rongsheng. Application of gray system in forecast of pavement performance [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2002, 19(3):16.
- [5] Ben-Akiva M, Ramaswamy R. An approach for predicting latent infrastructure facility deterioration[J]. Transportation Science, 1993, 27(2):174.
- [6] Lu J, Bertrand C, Hudson W R, et al. Adaptive filter forecasting system for pavement roughness[J]. Transportation Research Record, 1992(1344):124.
- [7] Ashok K, Ben-Akiva M. Alternative approaches for real-time estimation and prediction of time-dependent origin destination flows[J]. Transportation Science, 2000, 34(1):21.
- [8] 杨宇鹏. 基于时间序列的数据预测问题研究[D]. 吉林:吉林大学, 2010.
YANG Yupeng. Data prediction research based on time series [D]. Jilin: Jilin University, 2010.
- [9] 陈晓锋. AIC 准则及其在计量经济学中的应用研究[D]. 天津:天津财经大学, 2012.
CHEN Xiaofeng. Akaike information criterion and its application in econometrics[D]. Tianjin: Tianjin University of Finance and Economics, 2012.
- [10] 陈学华. 状态空间模型理论与算法及其在金融计量中的应用[D]. 广州:暨南大学, 2007.
CHEN Xuehua. Theory and algorithms on state space modeling and its applications in financial econometrics[D]. Guangzhou: Jinan University, 2007.
- [11] 张志鹏,王伟平,郑海超,等. 卡尔曼滤波及其在时间序列预测中的应用[J]. 仪表技术, 2010(7):37.
ZHANG Zhipeng, WANG Weiping, ZHENG Haichao, et al. Kalman filter and its application in time series forecasting[J]. Instrumentation Technology, 2010(7):37.