文章编号: 0253-374X(2011)06-0807-07

DOI:10.3969/j.issn.0253-374x.2011.06.004

# 受土体侧移作用既有轴向受荷单桩的简化算法

梁发云<sup>1,2</sup>,于 峰<sup>1,2</sup>,黄茂松<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学 地下建筑与工程系,上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室,上海 200092)

摘要:基于弹性桩的挠曲微分方程,结合 Winkler 地基模型 和 Poulos 两阶段法,提出了一种近似考虑土体侧移和既有轴 向荷载耦合作用的单桩简化算法,采用有限差分方法进行求 解,求解过程简便并可应用于分层地基中.通过与典型算例 的对比,验证了该方法的合理性.参数分析表明,在土体侧移 与轴向荷载耦合作用下,由于  $P - \Delta$ 效应,将在桩身内产生 一定的附加位移和弯矩,根据桩身材料性质、土体弹性模量 和桩顶约束条件等的不同,其影响程度有所不同,其中桩顶 约束条件对桩的位移和弯矩分布特性具有显著影响,而桩顶 约束的存在可以明显降低土体侧移与既有轴力耦合作用所 带来的不利影响.研究结论对于实际工程具有借鉴意义.

关键词: 土体侧移; 轴向荷载; 单桩; 两阶段法; P - △ 效
 应; 有限差分法
 中图分类号: TU 473.1
 文献标识码: A

A Simplified Analysis Method for an Axially Loaded Single Pile Subjected to Lateral Soil Movement

### LIANG Fayun<sup>1,2</sup>, YU Feng<sup>1,2</sup>, HUANG Maosong<sup>1,2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract**: Based on the flexural differential equation of elastic piles, a simplified analytical solution of an axially loaded single pile subjected to lateral soil movement is put forward. In this solution, the subsoil is simulated with the Winkler's spring model and a two-stage method proposed by Poulos is introduced to establish the equations. The flexural differential equation is solved by the finite difference method, which is more convenient and more adaptable for layered foundations. The method is validated by some typical examples calculated by other methods. Results show that the interactive effects between soil movement and the axial load have some influence on the behavior of piles by generating additional displacements and bending moments which may be quite different according to the properties of both piles and soil as well as boundary conditions of pile head. The boundary conditions of pile head have obvious influence on the distribution of displacement and stress of pile. An effective restrain at the head of pile can reduce the negative couple effects of axial load and lateral soil movement acting on the pile. The present method can be applied to practical engineering.

Key words: lateral soil movement; axial load; single pile; two-stage method;  $P - \Delta$  effect; finite difference method

基坑或隧道开挖等引起的土体侧移将会对邻近 桩基产生作用,在此情况下,邻近桩基上既有轴向荷 载与这种土体侧移形成耦合作用,使桩上产生附加 的变形和内力,从而对既有轴向受荷桩的安全构成 潜在威胁.既有轴向受荷桩在附加土体侧移作用下 所引起的工程事故问题时有发生,姚国圣等<sup>[1]</sup>对此 类问题进行了简要评述.

目前岩土工程界对于土体侧移与轴向荷载耦合 作用的分析还较少.在实际工程中,按轴向受荷桩进 行设计的桩基,由于种种原因,在使用期间受到了土 体侧移作用,附加的土体侧移在设计阶段一般没有 加以考虑,轴向荷载会与土体侧移产生耦合作用,即 *P*-Δ效应,可能导致桩基产生较大的侧向附加荷 载和弯曲变形,甚至发生折断破坏.因此,土体侧移 对既有轴向受荷桩承载性状的影响不容忽视.如何 对土体侧移作用下既有轴向受荷桩的承载性状进行

收稿日期:2010-02-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50708078);上海市青年启明星计划资助项目(10QA1407000);国家杰出青年科学基金资助项目 (50825803)

第一作者:梁发云(1976—),男,副教授,工学博士,博士生导师,主要研究方向为桩基础、地基处理和基坑工程等. E-mail: fyliang@tongji.edu.cn

分析,已成为岩土工程近期亟待研究的一个重要问题.国外学者如 Chen 等<sup>[2]</sup>,Guo 和 Ghee<sup>[3]</sup>采用室内 模型试验对此类问题进行了一些探索.在理论研究 方面,对于土体位移作用下被动桩问题常用分析方 法主要有整体分析法和两阶段法<sup>[4]</sup>,其中由 Poulos 等<sup>[5]</sup>提出的两阶段法较为简便.Yokoyama Yukimitsu<sup>[6]</sup>曾指出:同时承受轴力和水平力作用的 桩,严格地来说,应力的叠加原理是不适用的,需要 采用耦合方法进行分析.文献[7]在研究轴向和横向 荷载作用的桩基时考虑了两者的相互影响,对于研 究土体侧移与轴向荷载耦合作用具有参考价值.

需要注意的是,Poulos<sup>[8]</sup>通过数值分析指出,土 体位移作用不能简单地等效为荷载的作用.由于土 体位移作用的复杂性,对于轴向荷载与水平位移耦 合作用的被动桩分析,目前鲜有文献报道.

本文基于 Winkler 地基模型和两阶段法,结合 弹性桩的挠曲微分方程,提出了一种土体侧移与轴 向荷载耦合作用下单桩性状的简化算法,与已有文 献的对比验证了本文方法的可行性,并通过参数分 析研究土体侧移对既有轴向受荷单桩性状的影响.

## 1 土体侧移下既有轴向受荷单桩简化 算法

### 1.1 基于 Winkler 地基模型的两阶段法

两阶段法是 Poulos 等<sup>[5]</sup>针对受土体位移作用的 被动桩问题而提出的.本文在该方法的基础上进一 步引入了桩身轴力的作用,将该方法推广至受土体 侧移作用的轴向受荷单桩性状分析.

两阶段法将被动桩的分析分为两个阶段,第一 阶段得到没有桩时的自由土体位移,第二阶段将自 由土体位移作为已知条件,施加于单桩,计算单桩的 反应.桩土相互作用的计算模型采用如下假定:①基 于 Winkler 地基模型将桩视作弹性地基梁;②土体 为连续变形体;③桩与土之间的相互作用采用弹簧 模拟,桩土紧密接触且变形协调.

假设土体位移引起的自由土体位移为  $h_s(z)$ , 在桩基的作用下,土体的自由位移受到约束,设桩身 的最终侧向位移为 U(z),基于桩土变形协调假定, 该位移即为土体的最终侧向位移.土体的约束位移 也就是桩土的相对位移为  $\Delta = h_s(z) - U(z)$ ,由 Winkler 地基模型,约束位移产生的桩侧土压力为

$$F = k_{z\Delta} \tag{1}$$

式中,*k*<sub>2</sub>为桩周土的基床反力模量,kN•m<sup>-2</sup>,可定 义为桩身某处单位长度上桩周土的抗力与桩土相对 位移的比值.

本文采用 Vesic<sup>[9]</sup>所提出的基床反力模量 k<sub>2</sub> 确 定方法,该方法将基床反力模量与土体的弹性参数 和土的泊松比联系起来的,表示如下:

$$k_{z} = \frac{0.65E_{s}}{1-\nu^{2}} \sqrt[4]{\frac{d^{4}E_{s}}{EI}}$$
(2)

式中: $E_s$ 为土体的弹性模量,kPa; $\nu$ 为土的泊松比; EI为桩的抗弯刚度, $kN \cdot m^2$ ;d为桩的直径,m.

#### 1.2 土体侧移下既有轴向受荷单桩的挠曲微分方程

将桩视作弹性地基梁,建立土体侧移作用下既 有轴向受荷单桩的挠曲微分方程如式(3),方程中的 第2项是为了考虑轴力影响而引入的轴力影响项.

$$EI \frac{\mathrm{d}^4 U(z)}{\mathrm{d}z^4} + N_z \frac{\mathrm{d}^2 U(z)}{\mathrm{d}z^2} = F \qquad (3)$$

式中, $N_z$ 为桩在z深度处承受的轴力,kN.

结合式(1),可以得到土体水平位移对单桩影响 的水平位移控制微分方程:

$$\frac{\mathrm{d}^4 U(z)}{\mathrm{d}z^4} + \frac{N_z}{EI} \frac{\mathrm{d}^2 U(z)}{\mathrm{d}z^2} + \frac{k_z}{EI} \left[ U(z) - h_{\mathrm{s}}(z) \right] = 0$$
(4)

受到微分方程求解的限制,只有均质土体的情况(即 $k_z$ 沿深度不变)可直接求解得到解析解.而天然土体大多为分层地基,此时可采用有限差分法进行求解.将桩离散为n个长度为 $\delta$ 的单元后,式(4)可转化为对第i节点( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ )的差分方程.

求解差分方程时由于桩顶和桩底处存在  $U_{-2}$ ,  $U_{-1}以及 U_{n+1}, U_{n+2}等虚拟节点的桩身侧向位移,$ 故需要利用式(5)的位移与弯矩、转角之间的关系,并结合式(6)的桩顶和桩底边界条件来消除这些待定项之后方可进行求解.

$$\theta(z) = \frac{\mathrm{d}U(z)}{\mathrm{d}z}$$
 (5a)

$$M(z) = EI \frac{d^2 U(z)}{d^2 z}$$
(5b)

(1)对于顶端自由的桩,桩顶施加有剪力 *H*,弯 矩 *M*,得到两个边界条件:

$$- U_{-2} + 2U_{-1} - 2U_1 + U_2 = \frac{H}{EI}\delta^3 \qquad (6a)$$

$$U_{-1} - 2U_0 + U_1 = \frac{M}{El}\delta^2$$
 (6b)

式中,U<sub>i</sub>表示 i 节点处的桩身侧向位移,其中 U-2,

值

(6e)

(2) 若顶端固定,桩顶无位移和转角,则得:

$$U_{-1} - U_1 = 0 (6c)$$

$$U_0 = 0 \tag{6d}$$

(3) 若顶端约束位移不约束转动,则得: *U<sub>a</sub>* = 0

$$U_{-1} - 2U_0 + U_1 = \frac{M}{EI}\delta^2$$
 (6f)

同理,桩底节点根据其边界条件也可得到上述 类似方程.消去待定项后求解矩阵方程,可求得桩身 各个节点的位移.将节点位移回代到式(6),即可求 得各节点的弯矩.

### 2 算例验证

### 2.1 与离心试验结果对比(桩顶无轴力作用)

Leung 等<sup>[10]</sup>通过离心模型试验研究了基坑开挖 引起的土体侧移对桩的影响,桩顶无轴力作用.本算 例采用文献[10]的试验参数,其中基坑开挖深度为 4.5 m,桩到基坑的距离为 3 m; 桩长为 12.5 m,桩 的直径为 0.63 m,  $EI = 2.2 \times 10^5$  kN·m<sup>2</sup>; 土体弹性 模量按照深度 z 变化规律为 $E_s = 6z$  (MPa); 自由土 体位移按文献[10]的试验实测结果取值,如图 1 中 虚线所示; 桩顶约束条件为桩顶水平位移为零,但 不约束转角.

利用本文方法计算所得的水平位移和弯矩与实 测数据对比如图1和图2所示,本文计算结果与实 测数据基本吻合,验证了本文方法在桩顶无轴力作 用时的适用性.







#### 2.2 与 LPile 软件结果对比 (桩顶有轴力作用)

目前关于桩受水平位移与轴力耦合作用的算例 鲜见文献报道,为验证本文算法的合理性,与 LPile 软件计算结果进行了比较.该软件采用 p - y 曲线 法(即水平荷载作用下某深度处的土反力 p 与该点 桩的挠度 y 之间的关系曲线)来描述水平受荷桩桩 周土体的非线性变形特性.LPILE 是由美国德州奥 斯汀大学 Reese 教授主持开发的商业软件,已成为 美国工程界应用最为广泛的水平桩分析程序之一, 笔者在文献[11]中对该软件进行了详细介绍.



轴向受荷桩长径比为L/d = 25,截面面积为A, 土体弹性模量  $E_s$ 与土的粘聚力  $c_u$ 之比  $E_s/c_u =$ 143, $f_c$ 为桩身材料的抗压强度设计值,为便于分析, 可取为桩身材料弹性模量的 1/1 000; 桩头自由;  $\nu = 0.49.$ 参照 Poulos<sup>[12]</sup>的分析算例,假定桩受到如 图 3 所示的土体初始位移场作用.

通过量纲分析,可将桩顶承受的轴向荷载、桩身 位移和弯矩等参数分别表示为桩顶压应力的量纲一 值  $K_N = \frac{N}{f_c A} \times 100\%$ ,在本算例中取  $K_N$  为 30%; 桩身位移的量纲一值  $K_U = \frac{U}{d}$ ;桩身弯矩的量纲一

$$K_M = \frac{M}{E_s L^3}.$$





将本文方法计算得到的单桩位移和弯矩与 LPile软件计算结果进行对比,如图4和图5所示. 本文算法与 LPile 软件计算结果基本吻合,验证了本 文算法在考虑轴向荷载与土体侧移耦合作用时的可 行性.本文方法与 LPile 软件的计算结果稍有差异, 其原因主要是两种方法对于基床反力模量确定方法 的不同而造成的.



图 4 与 LPile 软件的位移对比





Fig.5 Comparison of bending moments with LPile software

### 3 参数影响分析

土体侧移作用将使桩身产生较大的弯矩和挠曲 变形,轴向荷载也将由于桩身挠曲变形的出现而产 生附加弯矩(即所谓的" $P - \Delta$ "效应),而该附加弯矩 又将影响到桩身挠曲变形的增加.土体侧移一定的 情况下, $P - \Delta$ 效应的影响因素主要有三个方面:① 桩身的材料性质;②土体弹性模量;③桩顶的边界 条件.本节针对这些参数的影响进行分析.

### 3.1 桩身材料对单桩及其 P-∆ 效应的影响

不同材料的桩由于弹性模量以及设计强度的不同,在轴向荷载和侧向土体位移作用下表现的性质

也有所不同.本节中基坑开挖深度为4.5 m,桩到基 坑距离为3m;桩长为30m,桩外径0.63m,内径 0.43m;土体弹性模量  $E_s = 6z$  (MPa);桩顶自由; 土体位移与第2.1节中 Leung 等<sup>[10]</sup>的试验结果 一致.

图 6,图 7 分别给出了 C30 和 C80 混凝土的桩在 无轴向荷载作用以及轴向荷载达到各自 80%桩身强 度时的位移和弯矩,图中 f<sub>C30</sub>和 f<sub>C80</sub>分别为 C30 和 C80 混凝土的抗压设计值,其他类同.



图 6 不同桩身强度的位移对比

Fig. 6 Comparison of displacements with different pile's strength



Fig.7 Comparison of bending moments with different pile's strength

对于沿桩长的水平位移,如图 6 所示,基坑开挖 深度 4.5 m,水平位移的影响范围主要限于地表以下 15 m 之内,而桩长 15~30 m 位移很小甚至为零.

为分析混凝土强度对于桩身位移的影响,将桩顶附近位移放大后进行分析,可以发现:无轴向荷载 作用时,C80 混凝土桩的桩顶位移小于 C30 混凝土 桩,这是由于 C80 混凝土刚度较大,能够对土体的自 由侧移产生的较大约束作用,或者说抵抗土体侧移的能力较强.但是当桩顶加载  $K_N = 80\%$ ,即同样在80%桩身强度的轴向力作用下,C80 桩顶位移则超过了 C30 桩,说明 C80 桩在同等计算条件和桩顶压应力水平下,其  $P - \Delta$  效应比 C30 桩更为明显.

对于沿桩长的弯矩,如图 7 所示,弯矩的影响范 围也集中于桩上方 20m 以内,20~30 m 内则弯矩很 小甚至为零.当桩顶无轴向荷载时,C80 桩最大弯矩 大于 C30 弯矩,并且最大弯矩深度较 C30 桩略深一 些,但都在 7.5~8.0 m 左右.当桩顶加载 80% 桩身 强度的轴向力时,两种材料的桩身最大弯矩的深度 都有向上变化的趋势,最大弯矩值都增大,但是 C80 增大的幅度要比 C30 更大.

为了进一步研究桩身材料对  $P - \Delta$  效应大小影响的规律,本文试算了 6 种桩身材料在相同计算条 件下桩身位移和弯矩相对于无轴向力时的增幅情况,如图 8 和图 9 所示,图中  $f_c$  是与横坐标相对应 的混凝土抗压设计值, $f_{C0}$ 为 C50 混凝土的抗压设计 值,可得出了如下一些结论.







图 9 最大弯矩增幅和最大弯矩深度对比

Fig.9 Comparison of increase in maximum moments and corresponding depths

(1)当桩顶作用有相对于材料强度同等比例的 轴力时,随着材料标号越大, P-Δ效应也越大.由 图可见,在80%桩身强度的荷载作用下,C20桩较无 桩顶轴力时位移仅增大了3.3%,弯矩仅增大了 1.6%,C80相应增加了9.5%和8.2%.

(2) 当桩顶轴力绝对值相同时,随着材料标号的增大, $P - \Delta$ 效应减小.这一点从图 8、图 9 中的曲线 4 可以看出,各种材料桩都作用有 0.8 $f_{c50}$  A 的轴力,C20 位移和弯矩分别增大了 7.3%和 5.8%.这是因为在相同的轴力下,桩的 EI 值越大,抵抗  $P - \Delta$ 效应的能力就越强.

(3)  $P - \Delta$  效应作用结果不符合叠加原理.如图 8 和图 9 所示,两图中曲线 1 分别代表轴向荷载为 0.4 $f_c$  A 时桩顶位移和最大弯矩的增幅,曲线 2 分别 代表轴向荷载为 0.4 $f_c$  A 时桩顶位移和最大弯矩的 增幅的 2 倍,曲线 3 分别代表轴向荷载为 0.8 $f_c$  A 时桩顶位移和最大弯矩的增幅.可见轴向荷载为0.8  $f_c$  A 时的增幅大于 0.4 $f_c$  A 时增幅的 2 倍.这表明 了  $P - \Delta$  效应对荷载和位移的影响不符合简单的叠 加效应.

#### 3.2 土体弹性模量对单桩及 P-∆ 效应的影响

桩土相互作用中,土体的性质非常重要,特别在 Winkler 地基模型中,土体弹性模量决定了土体对桩 基作用力的大小.本节旨在研究相同土体侧移模式 下土体弹性模量的影响,采用与第 3.1 节相同的计 算模型.图 10 和图 11 中绘制了 C50 混凝土的桩在  $E_s = 2z(MPa)$ 和  $E_s = 6z(MPa)$ 两种弹性模量分布 下的位移和弯矩,z 为地面以下深度,土体弹性模量 沿深度线性变化.





elastic modulus of subsoils

如图 10 和图 11 所示,在桩顶有轴向力时两种 土体弹性模量分布模式下的位移和弯矩都出现了增 大的趋势.同时,土体弹性模量分布模式 *E*<sub>s</sub> = 6*z* 在 无轴向荷载以及有轴向荷载时位移和弯矩分别大于 *E*<sub>s</sub>=2*z* 相应条件下的位移和弯矩.这是因为在土体 弹性模量大的时候对桩的抵抗作用也就越大.







Leung 等<sup>[10]</sup>认为:对于密砂,弹性模量分布宜取  $E_s = 6z \, \cong E_s = 8z \, 之间. 图 12 中选取了 E_s = 8z, 6z, 4z, 2z, z 五种分布模式,计算了对 C50 混凝土桩$ 的影响情况,得到了以下结论:

(1)随着土体弹性模量的减小,P-∆效应增 大.这是因为当土体弹性模量减小时土体对桩的侧 向支撑减小,引起了更大的附加弯矩和位移.

(2) 土体弹性模量较大时,桩顶位移增幅大于 最大弯矩增量,但随着弹性模量的减小,最大弯矩的 增幅将逐渐超过桩顶位移的增量.



图 12 不同土体弹性模量的桩顶位移、最大 弯矩增幅对比图



通过以上的参数分析可知,当充分利用桩身材 料强度时,高强度桩身材料的  $P = \Delta$  效应比低强度 桩身材料的要大,而土体弹性模量低时  $P - \Delta$  效应 比土体弹性模量高时的要大.因此,当模型试验采用 钢管、铝管来模拟桩基受土体侧移和轴向荷载耦合 作用时,而所用的模型土又偏软弱时,可能会导致试 验测得的耦合效应比实际工程的偏大,这一点在实 际应用时应引起必要的注意.

### 3.3 桩顶约束条件对单桩及其 P-∆ 效应的影响

不同桩顶约束条件对桩身变形和桩土相对位移 产生明显影响,从而影响桩最终的受力状态;不同 约束条件下桩的  $P = \Delta$  效应也显著不同.

无初始轴向荷载的 C50 混凝土桩在弹性模量 E<sub>s</sub>=2z 土中受到同第 3.1 节的土体侧移作用,其余 参数也与第 3.1 节相同,则在不同桩顶约束条件下 算得的位移和弯矩如图 13 和图 14 所示.



图 13 不同桩顶约束条件的位移对比图





图 14 不同桩顶约束条件的弯矩对比图



由图 13 和图 14 可见,当桩顶自由时,由于桩顶 缺乏有效约束,桩顶位移将相对较大,造成既有结构 有过大变形和使用性能下降,但是由于桩顶约束放 松,桩身的弯矩较小,对于桩身受力是有利的.当桩 顶约束位移而不约束转动时,最大位移出现在约5 m 深度处,桩的变形明显减小,但弯矩相对桩顶自由时的作用方向相反且绝对值有所增大;当桩顶完全固定时,桩的变形进一步减小,但桩顶出现了较大的正弯矩.因此,在桩身材料相同的情况下,桩顶固定时的受力最为不利.

其次,在  $P - \Delta$  效应上,如图 15 所示桩顶自由时由于桩顶有较大的侧向变形,且缺乏有效支撑.故 当承受  $K_N = 80\%$ 的轴向荷载时,桩的最大水平位移 和最大弯矩相对于无轴向荷载时增大了 12.2%和 11.0%.而当桩顶存在有效约束时,这个增幅则将大 幅减小.即桩顶约束的存在明显降低了土体侧移和 既有轴力耦合作用带来的附加不利影响.







### 4 结语

本文基于 Winkler 地基模型,引入桩身轴力作 用建立了近似考虑土体侧移与轴向荷载耦合作用下 的单桩挠曲微分方程,并采用两阶段法进行求解.分 析结果表明,相对于土体侧移单独作用时,土体侧移 与轴向荷载耦合作用所产生的  $P = \Delta$  效应对于桩基 受力和变形特性具有一定的影响.

通过对桩身材料、土体弹性模量以及桩顶约束 条件等影响因素的分析,研究了这些因素对受土体 侧移作用轴向受荷单桩承载性状的影响程度,其中 桩顶约束条件对桩的位移和弯矩分布特性具有显著 影响.同时算例分析也表明了由于  $P - \Delta$  效应,土体 侧移与轴向荷载的耦合作用确实不符合简单的叠加 效应.结合 Poulos 等<sup>[12]</sup>提出的桩-桩相互作用系数 概念,本文分析方法还可以进一步推广到群桩受土

### 体侧移与轴向荷载耦合作用的分析中.

### 参考文献:

[1] 姚国圣,梁发云,李镜培,等.土体侧移作用下轴向受荷单桩承 载性状三维数值分析[J].同济大学学报:自然科学版,2011, 39(1):1.

YAO Guosheng, LIANG Fayun, LI Jingpei, et al. 3D numerical analysis for behavior of axially loaded pile subjected to lateral soil movement [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2011, 39(1):1.

- Chen C C, Takahashi A, Kusakabe O. Change in vertical bearing capacity of pile due to horizontal ground movement [M]// Physical Modelling in Geotechnics. Rotterdam: Balkema Publishers, 2002;459 464.
- [3] Guo W D, Ghee E H. Behavior of axially loaded pile groups subjected to lateral soil movement [C]// Proceedings of Sessions of GeoShanghai. Shanghai: GSP, 2006, 153: 174 - 181.
- 【4】 黄茂松,张陈蓉,李早.开挖条件下非均质地基中被动群桩水 平反应分析[J].岩土工程学报,2008,30(7):1017.
   HUANG Maosong, ZHANG Chenrong, LI Zao. Lateral response of passive pile groups due to excavation-induced soil movement in stratified soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2008,30(7):1017.
- [5] Poulos H G, Chen L T. Pile response due to excavation induced lateral soil movement[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1997, 123(2):94.
- 【6】 横山幸满. 桩结构物的计算方法和计算实例[M]. 唐业清, 吴 庆荪译. 北京:中国铁道出版社, 1984.
   Yokoyama Yukimitsu. The calculation method and examples of pile foundation[M]. Translated by TANG Yeqing, WU Qingsun.
   Beijing, China Railwav Publishing House, 1984.
- [7] 赵明华.轴向和横向荷载同时作用下的桩基计算[J].湖南大 学学报,1987,14(2):68.
  ZHAO Minghua. The calculation of piles under simultaneous axial and lateral loading[J]. Journal of Hu'nan University, 1987,14(2):68.
  [8] Poulos H G. Ground movements—a hidden source of loading on
- [8] Poulos H G. Ground movements—a hidden source of loading on deep foundations[J]. DFI Journal, 2007, 1(1): 37.
- [9] Vesic A S. Bending of beams resting on isotropic elastic solids
   [J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASCE, 1961, 87(2):35.
- [10] Leung C F, Chow Y K, Shen R F. Behavior of pile subject to excavation – induced soil movement[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, 126(11):947.
- [11] 梁发云,韩杰,李镜培.基坑开挖引起的土体水平位移对单桩 性状影响分析[J].岩土工程学报,2008,30(Sup.1):260.
  LIANG Fayun, HAN Jie, LI Jingpei. A preliminary study on behavior of a single pile subject to lateral soil movement induced by excavation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2008,30(Sup.1):260.
- [12] Poulos H G, Davis E H. Pile foundation analysis and design[M]. New York: John Wiley and Sons, 1980.