# 改进后向投影算法应用于地下目标探测

刘 志<sup>1</sup>, 胡国平<sup>1</sup>, 龙戈农<sup>1</sup>, 刘文利<sup>2</sup>

(1.空军工程大学防空反导学院,陕西西安,710051;2.空军地空导弹装备检验所,陕西三原,713800)

**摘要** 为了解决地下目标的探测问题,提出了一种基于电四极子辐射模型的地下目标成像算法 探测思路。对后向投影算法对地下目标成像的不足进行了定性分析,在综合考虑地下目标成像 的有效性及地下目标电磁波传播的时延特性的基础上,通过改进电四极子辐射模型,构建了地 下目标成像的数学模型,推导了地下目标电磁波传播的时延补偿计算公式,给出了算法的实现 流程。最后,利用 MATLAB 对所建立的地下目标成像的数学模型进行了计算仿真。仿真结果 验证了改进后向投影算法用于地下目标成像的有效性及时延补偿的正确性。将成像算法应用 于岩、土体中埋藏的空洞、地雷和城市地下管道的成像,并分析了地面起伏和噪声干扰对成像效 果的影响。

关键词 地下目标成像;后向投影算法;电四极子;时延补偿

**DOI** 10. 3969/j. issn. 1009-3516. 2014. 03. 017

**中图分类号** TN95 **文献标志码** A 文章编号 1009-3516(2014)03-0071-05

## Improved Back-projection Algorithm Used in Underground Target Detection

LIU Zhi<sup>1</sup>, HU Guo-ping<sup>1</sup>, LONG Ge-nong<sup>1</sup>, LIU Wen-li<sup>2</sup>

(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Air force Ground-to-air equipment Inspection, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: In order to solve the problem of targets detection underground, an imaging algorithm is proposed based on the model of electric quadruple radiation. The lack of back-projection algorithm is analyzed qualitatively, a mathematical model of the underground target imaging, which proceeds from the effectiveness of underground targets imaging and delay characteristics of electromagnetic wave propagation, is built by improving the model of electric quadruple radiation, and the implementation process of the algorithm is given based on the derivation of time-delay compensation formula. MATLAB simulation verifies that the improved back-projection imaging algorithm is effective in detecting target underground and corrective in realizing the time-delay compensation. Then the algorithm is applied to the imaging of holes and landmines hided in the rock soil mass as well as to the urban pipeline underground, the effect of undulating ground and noise to imaging results is also analyzed.

Key words: underground target imaging; back-projection algorithm; electric quadruple; time-delay delay compensation

地下目标成像<sup>[10]</sup>是地下目标无损探测中最具 有应用前景和发展前途的技术之一。地下目标成像

研究中,K.Demarest 等<sup>[1]</sup>对多层媒质中的散射体建 立时域有限差分模型进行了分析;Y.Bo 等<sup>[1]</sup>采用二

**引用格式**:刘志,胡国平,龙戈农,等.改进后向投影算法应用于地下目标探测[J].空军工程大学学报:自然科学版,2014,15(3):71-75.LIU Zhi,HU Guoping,LONG Genong, et al.A study of improved back-projection algorithm used in underground target detection[J].Journal of air force engineering university:natural science edition,2014,15(3):71-75.

收稿日期:2013-06-08

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61372166)

作者简介:刘 志(1965-),男,山东东平人,讲师,主要从事雷达信号处理与仿真研究.E-mail:dragon2078@126.com

维FDTD研究了探地雷达在实际土壤中的应用问题;瑞典学者 D.Uduwawala 等<sup>[1]</sup>将 FDTD 法运用 于有耗和色散媒质中的探地雷达系统;朱亚平等<sup>[7]</sup> 针对脉冲体制穿墙雷达系统中回波信号结构复杂、 信噪比低、信号检测困难等问题,提出了一种"小波 双谱"联合检测新算法;杨虎等<sup>[8]</sup>将多区域时域伪谱 (Multi-domain Pseudo Spectral Time Domain, MP-STD)算法,以及将特征变量与物理边界(Characteristic Variables Physical Boundary, CV-PB)匹配条 件相结合来模拟探地雷达模型,分别对平坦地表、粗 糙地表下不同电磁参数、不同形状目标的散射特性 进行了分析;鲁晶津等<sup>[9]</sup>采用多重网格法研究了地 球电磁三维数值模拟及应用。本文针对后向投影算 法对地下目标成像的不足,采用电四极子辐射模型 进行改进,并应用于地下目标成像的研究中。

# 1 成像算法

1.1 后向投影算法

图1为后向投影算法成像模型。





图 1 中,位于采样平面上的天线发射时域脉冲 信号的表达式为 p(t),且系统总采样点数为 L,第 l次天线采样时所处的位置为  $O(x_i, y_i, z_i)$ ,l=1,2,…,L。将成像区域离散,X 轴向离散数目为 M,Y 轴向离散的数目为 N,Z 轴向离散的数目为 K,则 成像区域中共有  $M \times N \times K$  个点。设成像区域中 离散点坐标可为  $O'(x_i, y_j, z_k)$ ,其中  $i=1,2, \cdots$ ,  $M; j=1,2, \cdots, N; k=1,2, \cdots, K$ ,且该离散点上反 射系数为  $\sigma_{ijk}$ 。则在真空中电磁波往返采样位置与 离散点间的时间差 T 可表述为:

$$\mathbf{T} = 2\mathbf{R}_{\boldsymbol{l},\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}}/\boldsymbol{c} \tag{1}$$

式中:c为光速; $\mathbf{R}_{l,i,j,k}$ 为第l个采样位置 $O(x_l, y_l, z_l)$ 到成像区域离散点 $O(x_i, y_j, z_k)$ 的距离。

 $\mathbf{R}_{l,i,j,k} = \sqrt{(x_l - x_i)^2 + (y_l - y_j)^2 + (z_l - z_k)^2} \quad (2)$ 则第 *l* 个采样点处所得到的时域波型为:

$$u(l,t) = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \sigma_{ijk} p(t - 2R_{l,i,j,k}/c) = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \sigma_{ijk} p\left(t - \frac{2\sqrt{(x_{l} - x_{i})^{2} + (y_{l} - y_{j})^{2} + (z_{l} - z_{k})^{2}}{c}\right) (3)$$

上式为采样回波与空间散射点散射系数之间的 时域关系式。

后向投影算法是通过将采样数据时延后,再在 成像区域叠加的方法来完成的。后向投影成像算法 的处理方法是后向投影叠加,可表示为:

$$\sigma_{ijk}(x_i, y_j, z_k) = \sum_{l=1}^{L} u(l, T) = \sum_{l=1}^{L} u(l, T)$$

 $2\sqrt{(\boldsymbol{x}_{l}-\boldsymbol{x}_{i})^{2}+(\boldsymbol{y}_{l}-\boldsymbol{y}_{j})^{2}+(\boldsymbol{z}_{l}-\boldsymbol{z}_{k})^{2}}/c) \quad (4)$ 式中  $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{l},\boldsymbol{T})$ 为 T 时刻第  $\boldsymbol{l}$  个采样点的数据点。

### 1.2 电四级子辐射模型

图 2 中,电四极子由大小相等、符号相反的 2 对 电荷 q 组成,电荷间距离为 dl/2,场点方向为 r,且 r 与 z 轴方向夹角为θ,则电四极子在自由空间的辐 射场可以表示为:

$$\mathbf{E}_{\boldsymbol{e}\mathbf{Q}} = -\nabla \boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{e}\mathbf{Q}} - \mathbf{j} \boldsymbol{\omega} \mathbf{A}_{\boldsymbol{e}\mathbf{Q}} = -\frac{1}{\varepsilon} \left[ \nabla (\overline{\mathbf{Q}}; \nabla \nabla \mathbf{G}) + \mathbf{k}^2 \overline{\mathbf{Q}} \cdot \nabla \mathbf{G} \right] \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{e}\mathbf{Q}} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}_{\mathbf{e}\mathbf{Q}} = -\mathbf{j}\boldsymbol{\omega} [\nabla \times (\overline{\mathbf{Q}} \cdot \nabla \mathbf{G})] \qquad (6)$$
$$\mathbf{\vec{x}} + \mathbf{G} = \frac{\mathrm{e}^{-\mathbf{i}\mathbf{k}\mathbf{r}}}{4\pi \mathbf{r}}.$$

$$\overline{\mathbf{Q}} = \mathbf{e}_r \mathbf{e}_r \mathbf{Q}_{rr} + \mathbf{e}_r \mathbf{e}_{\theta} \mathbf{Q}_{r\theta} + \mathbf{e}_r \mathbf{e}_{\phi} \mathbf{Q}_{r\phi} + \mathbf{e}_{\theta} \mathbf{e}_r \mathbf{Q}_{\theta r} + \mathbf{e}_{\theta} \mathbf{e}_{\theta} \mathbf{Q}_{\theta \theta} + \mathbf{e}_{\theta} \mathbf{e}_{\theta} \mathbf{Q}_{\theta \theta} + \mathbf{e}_{\phi} \mathbf{e}_{\phi} \mathbf{Q}_{\phi r} + \mathbf{e}_{\phi} \mathbf{e}_{\theta} \mathbf{Q}_{\phi \theta} + \mathbf{e}_{\phi} \mathbf{e}_{\phi} \mathbf{Q}_{\phi \phi}$$
(7)  
若令:  $f = (-jk - 1/r)G$ ,则电四极子辐射的磁  
场为:

$$(\mathbf{H}_{r})_{\boldsymbol{\mathcal{Q}}} = -j\boldsymbol{\omega} \left[ \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left[ \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{\boldsymbol{\vartheta}r} \sin \boldsymbol{\theta} - \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\vartheta}} \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{\boldsymbol{\vartheta}r} \right] \right] \frac{f}{r \sin \boldsymbol{\theta}} \quad (8)$$

$$(\mathbf{H}_{\boldsymbol{\theta}})_{\boldsymbol{\varphi}} = -j\boldsymbol{\omega} \left[ \frac{f}{r \sin \boldsymbol{\theta}} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\phi}} \mathbf{Q}_{\boldsymbol{r}} - \mathbf{Q}_{\boldsymbol{\phi}\boldsymbol{r}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} (rf) \right]$$
(9)

$$(\mathbf{H}_{\boldsymbol{\flat}})_{\boldsymbol{\varrho}} = -j\boldsymbol{\omega} \left[ \mathbf{Q}_{\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{r}} \frac{1}{\boldsymbol{r}} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} (\boldsymbol{r}\boldsymbol{f}) - \frac{\boldsymbol{f}}{\boldsymbol{r}} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{Q}_{\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}} \right]$$
(10)

同理可得电四极子辐射电场的表达式。



图 2 电四极子的辐射模型 Fig.2 The model of electric quadrupole radiation

#### 1.3 地下目标成像的时延补偿

在地下目标成像时,地下介质对电磁波的折射 会引起传播路径的变化,电磁波在地下介质中传播 速度也会改变,这导致目标回波到达时间的差异,对 这个时间差异进行补偿是成像算法的关键。如果时 延计算不正确,则成像图中目标位置会有偏差,还会 引起散焦,图像质量下降。因而建立如图 3 所示的 地下目标成像模型,假设地下介质的相对介电常数 为 $\epsilon_r$ ,位于( $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$ )的发射天线发射电磁波,经 墙体折射后照射到目标上的( $x_n$ ,  $y_m$ ,  $z_p$ )点,然后被 目标反射后,再经过地层的折射,被采样天线采样。



图 3 地下目标时延补偿模型

Fig.3 The model of time-delay compensation to targets underground

考虑地层的影响后,回波延迟 τ',,,,,表示为:

 $r'_{l,nmp} = (l_3 + l_2)/v + (l_1 + l_1)/c$  (11) 式中  $v = c/\sqrt{\epsilon_r}$  为电磁波在地下介质中的传播速度。由于由发射天线到目标的路径分析及由目标到接收天线的分析是相同的,因而本文只对发射天线

$$\mathbf{n}_{c}\sin\theta_{c} = \mathbf{n}_{c}\sin\theta_{c} \tag{12}$$

式中  $n_0$ ,  $n_1$  是空气和介质墙中的折射率。假设介质 墙是非磁性的, 即  $\mu_r = 1$ , 则:

到目标的路径 l1, l2 进行分析。由折射定律及相关

$$\sin\theta_1 = \sqrt{\varepsilon_r} \sin\theta_2 \tag{13}$$

令  $l_1$ ,  $l_2$  为射线传播路径,  $l_m$  为射线传播路径  $l_2$  在 x-z 平面上的投影, 令:

$$\sqrt{(\boldsymbol{x}_l - \boldsymbol{x}_n)^2 + (\boldsymbol{z}_l - \boldsymbol{z}_p)^2} = \mathbf{D}$$
(14)

那么:

物理性质得到:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{\mathbf{D} - l_m}{\sqrt{(\mathbf{D} - l_m)^2 + \mathbf{y}_1^2}} \frac{\sqrt{l_m^2 + \mathbf{y}_m^2}}{l_m} \qquad (15)$$

对方程(15)进行扩展,得到关于 *l* 的四次方程如下:

 $(\boldsymbol{\varepsilon}_{r}-1) \boldsymbol{l}_{m}^{4}-2(\boldsymbol{\varepsilon}_{r}-1) \boldsymbol{D}\boldsymbol{l}_{m}^{3}+[(\boldsymbol{\varepsilon}_{r}-1) \boldsymbol{D}^{2}-\boldsymbol{y}_{m}^{2}+\boldsymbol{\varepsilon}_{r}\boldsymbol{y}_{l}^{2}]\boldsymbol{l}_{m}^{2}+2\boldsymbol{y}_{m}^{2} \boldsymbol{D}\boldsymbol{l}_{m}-\boldsymbol{y}_{m}^{2} \boldsymbol{D}^{2}=0$ (16) 当 \boldsymbol{\varepsilon}\_{r}\neq1 时,令:a=-2\boldsymbol{D},b=\boldsymbol{D}^{2}+\frac{\boldsymbol{\varepsilon}\_{r}\boldsymbol{y}\_{l}^{2}-\boldsymbol{y}\_{m}^{2}}{\boldsymbol{\varepsilon}\_{r}-1},c=\frac{2\boldsymbol{y}\_{m}^{2}\boldsymbol{D}}{\boldsymbol{\varepsilon}\_{r}-1},d=-\frac{\boldsymbol{y}\_{m}^{2}\boldsymbol{D}^{2}}{\boldsymbol{\varepsilon}\_{r}-1},\boldsymbol{y}(16)可以表示为:

$$l_{m}^{4} + a l_{m}^{3} + b l_{m}^{2} + c l_{m} + d = 0 \qquad (17)$$

因而式(17)可以归纳为四阶方程的求解,采用 费拉里求解方法进行求解,可以求得 *l*<sub>m</sub>,则射线传 播路径 *l*<sub>1</sub>,*l*<sub>2</sub> 可分别表示为:

$$\boldsymbol{l}_1 = \sqrt{(\mathbf{D} - \boldsymbol{l}_m)^2 + \boldsymbol{y}_1^2} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{l}_2 = \sqrt{\boldsymbol{l}_{\boldsymbol{m}}^2 + \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{m}}^2} \tag{19}$$

# 1.4 改进后向投影算法实现

基于电四极子辐射模型的后向投影算法就是将 采样所得数据等同为电四极矩所产生的标位,然后 根据电四极子辐射模型求得辐射电场,再将求得的 辐射电场反向投影到成像区域,获得成像图像。

# 2 仿真实验与分析

# 2.1 算例验证

算例1:单地下管道的探测。

管道位于地下 1.5 m 处,半径为 0.5 m,材质为 金属,管道埋藏于混凝土中,混凝土的相对介电常数 为 6.0,电导率为 0.005 S/m,成像区域位于[-1.7,1.7]×[-1.7,1.7]m<sup>2</sup>范围内,时间步长为  $\Delta t$ =3.973 ps,高斯脉冲参数  $\tau$ =25 $\Delta t$ ,  $t_0$ =4 $\tau$ ,成像结 果见图 4,图 4(a)的是未进行时延补偿的成像结果, 图 4(b)是时延补偿后的成像结果。



成像结果表明:改进后向投影算法能对地下管 道进行有效成像,可以较为精确地判别出管道在地 层中所处的位置,并能基本辨别出目标照射面的集 合特性;混凝土相对介电常数同空气的差异造成目 标的成像结果同真实位置存在偏移,但经时延补偿 后的成像结果同目标的真实位置相一致,说明时延 补偿的正确性。

#### 2.2 数值仿真

算例2:双金属地雷的成像。

三维双金属地雷的地电模型可以描述为:模型 大小为 4×4×4 m<sup>3</sup>,2 个金属地雷半径为 0.1 m,金 属地雷中心分别位于(0.25 m,0.5 m,0.5 m)和(-0.25 m,0.75 m,1 m),分别距离岩土表面 0.75 m 和 1.25 m,岩土的相对介电常数为 8.0,电导率为 0.012 S/m,成像算法采用改进后向投影算法,时间 步长为  $\Delta t=2.575$  ps,高斯脉冲参数  $\tau=25\Delta t$ , $t_0=$ 4 $\tau$ ,成像结果见图 5。从图 5 的成像结果中可以看 出,对于多个金属地雷的成像,改进后向投影算法法 能够进行准确的成像,从图像中能准确的判明地雷 的数量和基本的位置信息。





二维起伏地面下地下管道的地电模型见图 6, 可以描述为:模型大小为 4×4 m<sup>2</sup>,地下金属管道半 径为 0.2 m,管道截面中心位于(0 m,0.5 m),起伏 地面最高起伏度为 0.25 m,岩土的相对介电常数为 4.0,电导率为 0.012 S/m,成像算法采用改进后向 投影算法,成像区域位于[-1.7,1.7]×[-1.7, 1.7]m<sup>2</sup>范围内,时间步长为  $\Delta t$ =0.75 ps,高斯脉冲 参数  $\tau$ =25 $\Delta t$ ,  $t_0$ =4 $\tau$ ,由于地面起伏使电磁波存在 漫反射,因而时延校正不再适用。成像结果见图7。







从图 7 的成像结果中可以看出,对于起伏地面下地下管道的成像问题,改进后向投影算法能够进行成像,从图像中能准确的判断出管道的数量及基本位置,但是管道的成像结果同真实位置存在一定的偏移:纵向偏移  $\delta_y$ ,这主要是空气与地层的介质突变造成的;横向偏移  $\delta_z$ ,这主要是地面的起伏(不平坦)造成的。这说明:在城市地下管道施工前,采用本文算法进行成像进而判断地下管道的基本位置时,应尽量使地面平坦,如果是在起伏地面的情况下进行成像,管道施工时需要注意管道实际位置同成像位置的偏移。

算例 4:噪声分析。

三维单金属地雷的地电模型可以描述为:模型 大小为4×4×4 m<sup>3</sup>,金属地雷半径为0.25 m,金属 地雷中心位于(0,0,0),距离岩土表面0.75 m,岩土 的相对介电常数为8.0,电导率为0.012 S/m,成像 算法采用改进向投影算法,成像区域位于[-1.7, 1.7]×[-1.7,1.7]×[-1.7,1.7] m<sup>3</sup>,高斯脉冲 参数  $\tau$ =25 $\Delta t$ , $t_0$ =4 $\tau$ ,对受噪声干扰后的数据进行 时延校正后成像结果见图 8。成像结果表明:对于 无噪声采样数据,改进后向投影算法能准确判明目 标的数量及位置,且能基本判定目标的形状;对于加 入5%高斯白噪声后的采样数据,成像结果变差,随 着噪声的增强,成像效果逐渐变差,当高斯白噪声达 到 10%后,已经不能正确地识别目标。



# 3 结语

针对地下目标成像问题,推导了地下目标电磁 波传播的时延补偿公式,验证了改进后向投影算法 用于地下目标成像的有效性及时延补偿的正确性。 将成像算法应用于岩、土体中埋藏的空洞、地雷和城 市地下管道的成像,并分析了地面起伏和噪声干扰

#### 对成像效果的影响。

# 参考文献(References):

- [1] Demarest K, Plumb R, Zhubo H.FDTD modeling of scatterers in stratified media[J]. IEEE transactions on antennas and propagation,1995, 43(10):1164-1168.
- [2] Sullivan A, Damarla R, Geng N, et al. Ultra wideband synthetic aperture radar for detection of unexploded ordnance: modeling and measurements [J].
   IEEE transactions on antennas and propagation, 2000, 48(9):1306-1315.
- [3] Bo Y, Rappaport C. Response of realistic soil for GPR applications with 2-D FDTD[J].IEEE transactions on geoscience and remote sensing, 2001, 39 (6): 1198 -1205.
- [4] Uduwawala D, Gunawardena A. A fully three-dimensional simulation of a ground-penetrating radar over lossy and dispersive grounds [C]//First international conference on industrial and information systems.Peradeniya:IEEE press,2006:143-146.
- [5] Cai Lixin.Ultra-wide-band model-based synthetic aperture radar imaging through complexs media[D].Ohio: The Ohio state university,2000.
- [6] 方广有,张忠治,汪文秉.地下三维目标电磁散射特性 研究[J].微波学报,1997,13(1):8-14.
  FANG Guangyou, ZHANG Zhongzhi, WANG Wenbing. Study on the electromagnetic scattreing properties of 3D object[J].Journal of microwaves,1997,13 (1):8-14.(in Chinese)
- [7] 朱亚平,沈庭芝,王卫江,等.穿墙雷达系统中信号检测的新算法[J].北京理工大学学报,2005,25(8):734-738.

ZHU Yaping, SHEN Tingzhi, WANG Weijiang, et al. New signal detection algorithm for through-wall radar system[J]. Journal of Beijing institute of technology, 2005,25 (8):734-738.(in Chinese)

- [8] 杨虎,姜永金,毛钧杰.平坦/粗糙地表下目标散射特性的 MPSTD 算法分析[J].微波学报,2007,23(6):1-6. YANG Hu,JIANG Yongjin, MAO Junjie. MPSTD algorithm simulations of scattering by objects buried in soil with the plane or rough soil-air surface[J]. Journal of microwaves, 2007,23(6):1-6.(in Chinese)
- [9] 鲁晶津.地球电磁三维数值模拟的多重网格法及应用 研究[D].北京:中国科学技术大学,2010.

LU Jingjin. The three dimensional numerical simulation of electromagnetic multiple network and application research[D]. Beijing: China science & technology university, 2010. (in Chinese)