

# 权重为区间数的语言多属性群决策方法<sup>\*</sup>

## A Method Based on Linguistic Aggregation for Multiple Attribute Group Decision Making with Interval Weights

王中兴,陈 磊,唐五龙

WANG Zhong-xing, CHEN Lei, TANG Wu-long

(广西大学数学与信息科学学院,广西南宁 530004)

(School of Mathematics and Information Science, Guangxi University, Nanjing, Guangxi, 530004, China)

**摘要:**利用不确定语言评估标度的运算法则,给出基于语言评估标度及其运算法则的算子,提出一种基于区间权重语言集结(IWLA)算子和不确定语言混合区间权重集结(ULHIWA)算子的语言多属性群决策方法,并用实例验证该方法的可行性和合理性。实例分析表明,该方法计算简便,能够充分利用已有的决策信息,而且能够充分考虑决策者自身的重要性,并且可以消除个别决策者主观因素的影响,保证了决策结果的合理性。

**关键词:**决策 语言偏好 IWLA 算子 ULHIWA 算子

中图分类号:O177,C934 文献标识码:A 文章编号:1002-7378(2008)03-0161-04

**Abstract:** The operational principles of uncertain linguistic variables are introduced. Some operators are developed based on the uncertain linguistic evaluation scale and the operation principles. A method based on the interval weight ordered linguistic aggregation (IWOLA) operator and uncertain linguistic hybrid interval weight aggregation (ULHIWA) operator for Linguistic Aggregation Multiple Attribute Group Decision Making is presented. According to analysis from a numerical example, the advantages of this method are easy calculation, fully using available decision making information, taking the importance of decision makers into account, removing the subjective influence of some decision maker, and assuring the rationality of decision.

**Key words:** decision making, linguistic information, IWLA operator, ULHIWA operator

由于客观事物的复杂性及人类思维的模糊性,人们在对诸如学生的综合素质、汽车的性能等进行评估时,一般喜欢直接用“优”、“良”、“差”等语言形式给出。因此,对以语言形式进行评估多属性问题的研究具有重要的理论和实际应用价值<sup>[1]</sup>。目前,国内外有关该问题的研究已经取得了不少成果,如文献[2,3]提出属性权重和决策者权重均为实数形式而且属性值为不确定语言变量形式的多属性群决策方

法;文献[1]提出属性权重为区间数而且属性值为不确定语言的多属性决策方法;文献[4,5]提出属性权重和属性值均为语言的多属性决策方法;文献[6]提出属性权重为语言变量或不确定语言变量,属性值为不确定语言变量的多属性决策方法;文献[7]提出属性权重、决策者权重和属性值均为语言变量的群决策方法。但是针对属性权重、决策者权重为区间数形式,属性值为确定语言变量形式的多属性群决策问题的研究尚未见有报道。针对此类问题,本文提出一种基于区间权重语言变量集结(IWLA)算子和不确定语言混合区间权重集结(ULHIWA)算子的多属性群决策方法,并用算例验证该方法的可行性和合理性。

收稿日期:2008-01-09

修回日期:2008-02-29

作者简介:王中兴(1962-),男,副教授,主要从事决策分析与运筹学等研究。

\* 广西大学科学技术研究重点基金项目(编号:2005ZD02)资助。

## 1 定义

决策者在进行定性测度时,设定语言评估标度  $S = \{s_i | i = -t, \dots, 0, \dots, t\}$ , 其中  $S$  中的术语个数一般为奇数个,且满足条件<sup>[1,2]</sup>: (1) 若  $i > j$ , 则  $s_i > s_j$ ; (2) 存在负算子  $\text{neg}(s_i) = s_{-i}$ ; (3) 若  $s_i > s_j$ , 则  $\max(s_i, s_j) = s_i$ ; (4) 若  $s_i \leq s_j$ , 则  $\min(s_i, s_j) = s_i$ . 例如可以定义  $S = \{s_{-3}, s_{-2}, s_{-1}, s_0, s_1, s_2, s_3\} = \{\text{极差}, \text{很差}, \text{差}, \text{一般}, \text{好}, \text{很好}, \text{极好}\}$ .

为了便于计算和避免决策信息丢失, 在原有标度  $S = \{s_i | i = -t, \dots, 0, \dots, t\}$  的基础上定义一个拓展标度  $\bar{S} = \{s_a | -q \leq a \leq q\}$ , 其中  $q$  是一个充分大的正数, 若  $i \in \{-t, \dots, 0, \dots, t\}$ , 则称  $s_i$  为本原术语; 若  $i \notin \{-t, \dots, 0, \dots, t\}$ , 则称  $s_i$  为拓展术语. 拓展后的标度仍满足上述条件<sup>[1]</sup>.

如果  $\tilde{s} = [s_a, s_b]$ , 其中  $s_a, s_b \in \bar{S}$ ,  $s_a, s_b$  分别表示下限和上限, 则称  $\tilde{s}$  为不确定语言变量, 并令  $\tilde{S}$  为所有不确定语言变量构成的集合.

**定义 1<sup>[1,8]</sup>** 考虑任意两个不确定语言变量  $\tilde{\mu} = [s_a, s_b], \tilde{v} = [s_c, s_d] \in \tilde{S}$ , 和任意一个区间数  $\bar{\delta} = [\delta^L, \delta^U] \subset [0, 1]$ , 定义它们的运算法则: (1)  $\tilde{\mu} \oplus \tilde{v} = [s_a, s_b] \oplus [s_c, s_d] = [s_{a+c}, s_{b+d}]$ ; (2)  $\bar{\delta} \otimes s_a = [\delta^L, \delta^U] \otimes s_a = [s_{a'}, s_{b'}]$ , 其中  $a' = \min\{\delta^L a, \delta^U a\}, b' = \max\{\delta^L a, \delta^U a\}$ ; (3)  $\bar{\delta} \otimes \tilde{\mu} = [\delta^L, \delta^U] \otimes [s_a, s_b] = [s_{a'}, s_{b'}]$ , 其中  $a' = \min\{\delta^L a, \delta^U a, \delta^L b, \delta^U b\}, b' = \max\{\delta^L a, \delta^U a, \delta^L b, \delta^U b\}$ .

**定义 2<sup>[8]</sup>** 设  $\tilde{\mu} = [s_a, s_b], \tilde{v} = [s_c, s_d] \in \tilde{S}$ , 那么  $\tilde{\mu} \geq \tilde{v}$  的可能度定义为

$$p(\tilde{\mu} \geq \tilde{v}) = \max\{1 - \max(\frac{d - a}{b - a + d - c}, 0), 0\}. \quad (1)$$

**定义 3** 设  $\text{IWLA}: (\bar{S})^n \rightarrow \bar{S}$ , 若

$$\text{IWLA}_{\tilde{w}}(s_{a_1}, s_{a_2}, \dots, s_{a_n}) = (\tilde{w}_1 \otimes s_{a_1}) \oplus (\tilde{w}_2 \otimes s_{a_2}) \oplus \dots \oplus (\tilde{w}_n \otimes s_{a_n}),$$

其中  $\tilde{w} = (\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n)^T$  为语言数据组的加权向量,  $\tilde{w}_i = [w_i^L, w_i^U] \subset [0, 1]$  为区间数.  $\sum_{i=1}^n w_i^L \leq 1, \sum_{i=1}^n w_i^U \geq 1, s_{a_i} \in \bar{S}, i = 1, 2, \dots, n$ , 则称函数  $\text{IWLA}$  为  $n$  维  $\text{IWLA}$  算子.

$\text{IWLA}$  算子首先对每一个语言进行加权, 生成一组不确定语言变量, 然后再对加权后的数据进行集结, 它仅考虑每一个数据自身的重要性程度.

**定义 4** 设  $\text{IWOLA}: (\bar{S})^n \rightarrow \bar{S}$ , 若

$$\text{IWOLA}_{\tilde{w}}(s_{a_1}, s_{a_2}, \dots, s_{a_n}) = (\tilde{w}_1 \otimes s_{\beta_1}) \oplus (\tilde{w}_2 \otimes$$

$$s_{\beta_2}) \oplus \dots \oplus (\tilde{w}_n \otimes s_{\beta_n}),$$

其中  $\tilde{w} = (\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n)^T$  为语言数据组的加权向量,  $\tilde{w}_i = [w_i^L, w_i^U] \subset [0, 1]$  为区间数,  $\sum_{i=1}^n w_i^L \leq 1, \sum_{i=1}^n w_i^U \geq 1, s_{a_i} \in \bar{S}, i = 1, 2, \dots, n$ , 且  $s_{\beta_j}$  是语言数据组  $(s_{a_1}, s_{a_2}, \dots, s_{a_n})$  中第  $j$  大元素, 则称函数  $\text{IWOLA}$  为  $n$  维  $\text{IWOLA}$  算子.

$\text{IWOLA}$  算子是对语言数据组  $(s_{a_1}, s_{a_2}, \dots, s_{a_n})$  按从大到小的顺序重新进行排序, 然后再通过区间权重加权集结, 而且  $\tilde{w}_i$  和  $s_{a_i}$  没有任何联系,  $\tilde{w}_i$  只与集结过程中的第  $i$  个位置有关.

**定义 5** 设  $\text{ULHIWA}: (\bar{S})^n \rightarrow \bar{S}$ , 若

$$\text{ULHIWA}_{\tilde{w}, \tilde{v}}(\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2, \dots, \tilde{\mu}_n) = (\tilde{w}_1 \otimes \tilde{v}_1) \oplus (\tilde{w}_2 \otimes \tilde{v}_2) \oplus \dots \oplus (\tilde{w}_n \otimes \tilde{v}_n),$$

其中  $\tilde{w} = (\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n)$  是与  $\text{ULHIWA}$  相关联的加权向量(位置向量),  $\tilde{w}_i = [w_i^L, w_i^U] \subset [0, 1] (j = 1, 2, \dots, n), \sum_{i=1}^n w_i^L \leq 1, \sum_{i=1}^n w_i^U \geq 1, \tilde{v}$  是加权的不确定语言变量组  $(\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2, \dots, \tilde{\mu}_n)$ ,  $\tilde{\mu}_j = n \otimes \tilde{w} \otimes \tilde{\mu}_j (i = 1, 2, \dots, n)$  中第  $j$  大元素, 这里  $\tilde{w} = (\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n)$  是不确定语言变量组  $(\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2, \dots, \tilde{\mu}_n)$  的加权向量,  $\tilde{w}_i = [w_i^L, w_i^U] \subset [0, 1] (j = 1, 2, \dots, n), \sum_{i=1}^n w_i^L \leq 1, \sum_{i=1}^n w_i^U \geq 1$  且  $n$  是平衡因子. 则称函数  $\text{ULHIWA}$  为  $\text{ULHIWA}$  算子.

$\text{ULHIWA}$  算子同时推广了  $\text{IWLA}$  算子和  $\text{IWOLA}$  算子, 它不仅考虑了每一个数据的自身重要性程度, 而且还能体现该数据所在的位置的重要程度.

$\text{ULHIWA}$  算子中需要对加权的不确定语言变量组  $\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2, \dots, \{\tilde{\mu}_i\} (\tilde{\mu}_i = n \otimes \tilde{w}_i \otimes \tilde{\mu}_i) (i = 1, 2, \dots, n)$  进行排序, 排序方法是: 先利用公式(1), 对  $\tilde{\mu}_i (i = 1, 2, \dots, n)$  进行两两比较建立可能度矩阵  $P = (P_{ij})_{n \times n}, P_{ij} = P(\tilde{\mu}_i \geq \tilde{\mu}_j)$ , 然后对可能度矩阵  $P$ , 按照排序公式<sup>[9]</sup>进行求解, 即用

$$c_i = \frac{1}{n(n-1)} \left[ \sum_{j=1}^n p_{ij} + \frac{n}{2} - 1 \right], i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

得到可能度矩阵  $P$  的排序向量  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ , 并利用  $c_i (i = 1, 2, \dots, n)$  对不确定语言变量  $\tilde{\mu}_i (i = 1, 2, \dots, n)$  进行排序.

## 2 权重为区间数的语言多属性决策方法

属性权重和决策者权重均为区间数, 属性值为语言权重的多属性群决策方法的具体步骤如下.

步骤1: 对于某一多属性决策问题, 设  $X, U$  和  $D$

分别为方案集、属性集和决策者集,属性权重以区间数形式给出,即 $\tilde{\omega}_j = [\omega_j^L, \omega_j^U] \subset [0,1] (j=1,2,\dots,n)$ ,并且令 $\tilde{\omega} = (\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2, \dots, \tilde{\omega}_n)$ .决策者的权重向量为区间数 $\tilde{\lambda} = [\lambda_1^L, \lambda_1^U] \subset [0,1] (i=1,2,\dots,t)$ .决策者 $d_k \in D$ 给出的方案 $x_i \in X$ 在属性 $u_j \in U$ 下的语言评估值为 $r_{ij}^{(k)}$ ,并得到评估矩阵 $R_k = (r_{ij}^{(k)})_{n \times m}$ ,且 $r_{ij}^{(k)} \in S, i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,m$ .

步骤2:利用IWLA算子对评估矩阵 $R_k$ 中第*i*行的语言评估信息进行集结,得到决策者 $d_k$ 给出的决策方案 $x_i$ 的综合属性评估值

$$\tilde{z}_i^{(k)}(\tilde{\omega}) = \text{IWLA}_{\tilde{\omega}}(r_{i1}^{(k)}, r_{i2}^{(k)}, \dots, r_{im}^{(k)}) = (\tilde{\omega}_1 \otimes r_{i1}^{(k)}) \oplus (\tilde{\omega}_2 \otimes r_{i2}^{(k)}) \oplus \dots \oplus (\tilde{\omega}_n \otimes r_{im}^{(k)}), (i=1,2,\dots,n, k=1,2,\dots,t).$$

步骤3:利用ULHIWA算子对*t*位决策者给出的决策方案 $x_i$ 的综合属性评估值 $\tilde{z}_i^{(k)}(\tilde{\omega}) (k=1,2,\dots,t)$ 进行集结,得到决策者对方案 $x_i$ 的群体综合属性评估值

$$\tilde{z}_i(\tilde{\lambda}, \tilde{\omega}) = \text{ULHUIWA}_{\lambda, \tilde{\omega}}(\tilde{z}_i^{(1)}(\tilde{\omega}), \tilde{z}_i^{(2)}(\tilde{\omega}), \dots, \tilde{z}_i^{(t)}(\tilde{\omega})) = (\tilde{\omega}_1 \otimes \tilde{v}_i^{(1)}) \oplus (\tilde{\omega}_2 \otimes \tilde{v}_i^{(2)}) \oplus \dots \oplus (\tilde{\omega}_n \otimes \tilde{v}_i^{(t)}), (i=1,2,\dots,n),$$

其中 $\tilde{\omega} = (\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2, \dots, \tilde{\omega}_n)$ 是ULHIWA算子的加权向量, $\tilde{v}_i = [w_k^L, w_k^U] \subset [0,1] (k=1,2,\dots,t)$ , $\tilde{v}_i^{(k)}$ 是一组加权的不确定语言变量( $t \otimes \tilde{\lambda}_1 \otimes \tilde{z}_i^{(1)}(\tilde{\omega}), t \otimes \tilde{\lambda}_2 \otimes \tilde{z}_i^{(2)}(\tilde{\omega}), \dots, t \otimes \tilde{\lambda}_t \otimes \tilde{z}_i^{(t)}(\tilde{\omega})$ )中第*k*大的元素,*t*是平衡因子.

步骤4:利用公式(1),计算各方案综合属性值 $\tilde{z}_i(\tilde{\lambda}, \tilde{\omega}) (i=1,2,\dots,n)$ 之间的可能度 $p_{ij} = p(\tilde{z}_i(\tilde{\lambda}, \tilde{\omega}) \geq \tilde{z}_j(\tilde{\lambda}, \tilde{\omega}), i, j=1,2,\dots,n)$ ,并建立可能度矩阵 $P = (p_{ij})_{n \times n}$ .

步骤5:利用公式(2)求得可能度矩阵*P*的排序向量 $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ ,并按其各分量的大小对各方案进行排序,即得到最优方案.

### 3 实例分析

防空信息战系统的信息进攻能力是对敌方信息系统的干扰和破坏能力,是信息战的重要能力之一<sup>[10]</sup>.信息进攻能力可分解为信息压制能力( $u_1$ )、硬摧毁能力( $u_2$ )、网络对抗能力( $u_3$ )和心理对抗能力( $u_4$ )4个属性.

设属性的权重向量为: $\tilde{\omega} = [0.25, 0.30], [0.30, 0.38], [0.05, 0.19], [0.10, 0.15]$ .有3位决策者 $d_k (k=1,2,3)$ ,其权重向量为 $\tilde{\lambda} = [0.2, 0.3], [0.4, 0.6], [0.2, 0.3]$ .现有3个备选的防空信息战

系统 $x_i (i=1,2,3)$ ,要求选择一个信息进攻能力最好的防空信息战系统.

步骤1:设3位决策者利用语言评估标度 $S = \{s_{-3}, s_{-2}, s_{-1}, s_0, s_1, s_2, s_3\} = \{\text{极弱, 很弱, 弱, 一般, 强, 很强, 极强}\}$ 所得评估矩阵为

$$R_1 = \begin{matrix} & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\ x_1 & \left[ \begin{matrix} s_0 & s_2 & s_1 & s_2 \end{matrix} \right] \\ x_2 & \left[ \begin{matrix} s_1 & s_0 & s_2 & s_2 \end{matrix} \right] \\ x_3 & \left[ \begin{matrix} s_2 & s_3 & s_1 & s_{-1} \end{matrix} \right] \end{matrix},$$

$$R_2 = \begin{matrix} & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\ x_1 & \left[ \begin{matrix} s_1 & s_2 & s_{-1} & s_0 \end{matrix} \right] \\ x_2 & \left[ \begin{matrix} s_{-1} & s_{-2} & s_2 & s_1 \end{matrix} \right] \\ x_3 & \left[ \begin{matrix} s_2 & s_{-2} & s_2 & s_3 \end{matrix} \right] \end{matrix},$$

$$R_3 = \begin{matrix} & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\ x_1 & \left[ \begin{matrix} s_1 & s_2 & s_0 & s_0 \end{matrix} \right] \\ x_2 & \left[ \begin{matrix} s_0 & s_{-3} & s_1 & s_2 \end{matrix} \right] \\ x_3 & \left[ \begin{matrix} s_1 & s_2 & s_0 & s_{-1} \end{matrix} \right] \end{matrix}.$$

步骤2:决策者给出决策方案 $x_i$ 的综合属性评估值为

$$\tilde{z}_i^{(1)}(\tilde{\omega}) = [0.25, 0.30] \otimes s_0 \oplus [0.30, 0.38] \otimes s_2 \oplus [0.05, 0.19] \otimes s_1 \oplus [0.10, 0.15] \otimes s_2 = [s_{0.85}, s_{1.25}],$$

类似的可得到

$$\begin{aligned} \tilde{z}_2^{(1)}(\tilde{\omega}) &= [s_{0.55}, s_{0.98}], \tilde{z}_3^{(1)}(\tilde{\omega}) = [s_{1.3}, s_{1.83}], \\ \tilde{z}_1^{(2)}(\tilde{\omega}) &= [s_{0.66}, s_{1.01}], \tilde{z}_2^{(2)}(\tilde{\omega}) = [s_{-0.86}, s_{-0.32}], \\ \tilde{z}_3^{(2)}(\tilde{\omega}) &= [s_{0.14}, s_{0.83}], \tilde{z}_1^{(3)}(\tilde{\omega}) = [s_{0.85}, s_{1.06}], \\ \tilde{z}_2^{(3)}(\tilde{\omega}) &= [s_{-0.89}, s_{-0.41}], \tilde{z}_3^{(3)}(\tilde{\omega}) = [s_{0.7}, s_{0.96}]. \end{aligned}$$

步骤3:利用权重向量 $\tilde{\lambda}$ 以及 $\tilde{z}_i^{(k)}(\tilde{\omega})$ ,求解 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(\tilde{\lambda}) = 3 \otimes \tilde{\lambda}_k \otimes \tilde{z}_i^{(k)}(\tilde{\omega}), i, k=1,2,3$ (这里平衡因子为3),得

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_1^{(1)}(\tilde{\lambda}) &= 3 \otimes \tilde{\lambda}_1 \otimes \tilde{z}_1^{(1)}(\tilde{\omega}) = 3 \otimes [0.2, 0.3] \otimes [0.85, 1.25] = [0.6, 0.9] \otimes [s_{0.85}, s_{1.25}] = [s_{0.51}, s_{1.125}], \end{aligned}$$

类似的有

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_2^{(1)}(\tilde{\lambda}) &= 3 \otimes \tilde{\lambda}_1 \otimes \tilde{z}_2^{(1)}(\tilde{\omega}) = [s_{0.33}, s_{0.882}], \\ \tilde{\mu}_3^{(1)}(\tilde{\lambda}) &= 3 \otimes \tilde{\lambda}_1 \otimes \tilde{z}_3^{(1)}(\tilde{\omega}) = [s_{0.78}, s_{1.647}], \\ \tilde{\mu}_1^{(2)}(\tilde{\lambda}) &= 3 \otimes \tilde{\lambda}_2 \otimes \tilde{z}_1^{(2)}(\tilde{\omega}) = [s_{0.792}, s_{1.818}], \\ \tilde{\mu}_2^{(2)}(\tilde{\lambda}) &= 3 \otimes \tilde{\lambda}_2 \otimes \tilde{z}_2^{(2)}(\tilde{\omega}) = [s_{-1.548}, s_{-0.384}], \\ \tilde{\mu}_3^{(2)}(\tilde{\lambda}) &= 3 \otimes \tilde{\lambda}_2 \otimes \tilde{z}_3^{(2)}(\tilde{\omega}) = [s_{0.168}, s_{1.494}], \\ \tilde{\mu}_1^{(3)}(\tilde{\lambda}) &= 3 \otimes \tilde{\lambda}_3 \otimes \tilde{z}_1^{(3)}(\tilde{\omega}) = [s_{0.51}, s_{0.954}], \\ \tilde{\mu}_2^{(3)}(\tilde{\lambda}) &= 3 \otimes \tilde{\lambda}_3 \otimes \tilde{z}_2^{(3)}(\tilde{\omega}) = [s_{-0.801}, s_{-0.246}], \\ \tilde{\mu}_3^{(3)}(\tilde{\lambda}) &= 3 \otimes \tilde{\lambda}_3 \otimes \tilde{z}_3^{(3)}(\tilde{\omega}) = [s_{0.42}, s_{0.864}]. \end{aligned}$$

利用公式(1),对 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(\tilde{\lambda}) (k=1,2,3)$ 进行两两比较建立可能度矩阵为

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0.5000 & 0.2029 & 0.5807 \\ 0.7971 & 0.5000 & 0.8898 \\ 0.4193 & 0.1102 & 0.5000 \\ 0.5000 & 1.0000 & 1.0000 \end{pmatrix},$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0.5000 & 0.2426 \\ 0 & 0.7574 & 0.5000 \\ 0.5000 & 0.6744 & 0.9359 \end{pmatrix},$$

$$P_3 = \begin{pmatrix} 0.3256 & 0.5000 & 0.6068 \\ 0.0641 & 0.3932 & 0.5000 \end{pmatrix}.$$

利用公式(2)得到可能度矩阵  $P_i$  的排序向量  $c^{(i)}$  为

$$c^{(1)} = (0.2973 \quad 0.4478 \quad 0.2549),$$

$$c^{(2)} = (0.5000 \quad 0.2071 \quad 0.2929),$$

$$c^{(3)} = (0.4351 \quad 0.3221 \quad 0.2429).$$

按  $c^{(i)}$  分量大小对  $\tilde{\mu}_i^{(k)}(\lambda)$  ( $k=1,2,3$ ) 按从大到小的次序进行排序, 得到

$$\tilde{v}_1^{(1)}(\lambda) = \tilde{\mu}_1^{(2)}(\lambda) = [s_{0.792}, s_{1.818}],$$

$$\tilde{v}_1^{(2)}(\lambda) = \tilde{\mu}_1^{(1)}(\lambda) = [s_{0.51}, s_{1.125}],$$

$$\tilde{v}_1^{(3)}(\lambda) = \tilde{\mu}_1^{(3)}(\lambda) = [s_{0.51}, s_{0.954}],$$

$$\tilde{v}_2^{(1)}(\lambda) = \tilde{\mu}_2^{(1)}(\lambda) = [s_{0.33}, s_{0.892}],$$

$$\tilde{v}_2^{(2)}(\lambda) = \tilde{\mu}_2^{(3)}(\lambda) = [s_{-0.801}, s_{-0.246}],$$

$$\tilde{v}_2^{(3)}(\lambda) = \tilde{\mu}_2^{(2)}(\lambda) = [s_{-1.548}, s_{-0.84}],$$

$$\tilde{v}_3^{(1)}(\lambda) = \tilde{\mu}_3^{(1)}(\lambda) = [s_{0.78}, s_{1.647}],$$

$$\tilde{v}_3^{(2)}(\lambda) = \tilde{\mu}_3^{(2)}(\lambda) = [s_{0.168}, s_{1.494}],$$

$$\tilde{v}_3^{(3)}(\lambda) = \tilde{\mu}_3^{(3)}(\lambda) = [s_{0.42}, s_{1.864}].$$

利用 ULHIWA 算子对方案  $x_i$  的群体综合属性值进行集结(假如它的位置加权向量为  $\tilde{w} = ([0.3, 0.4], [0.45, 0.55], [0.1, 0.2])$ , 得到决策群体  $x_i$  的综合属性值  $\tilde{z}_i(\lambda, \tilde{w})$  ( $i=1,2,3$ ) 为

$$\begin{aligned} \tilde{z}_1(\lambda, \tilde{w}) &= (\tilde{w}_1 \otimes \tilde{v}_1^{(1)}(\lambda)) \oplus (\tilde{w}_2 \otimes \tilde{v}_1^{(2)}(\lambda)) \oplus (\tilde{w}_3 \otimes \tilde{v}_1^{(3)}(\lambda)) = ([0.3, 0.4] \otimes [s_{0.792}, s_{1.818}]) \oplus ([0.45, 0.55] \otimes [s_{0.51}, s_{1.125}]) \oplus ([0.1, 0.2] \otimes [s_{0.51}, s_{0.954}]) = [s_{0.5181}, s_{1.5710}], \end{aligned}$$

类似的有

$$\tilde{z}_2(\lambda, \tilde{w}) = [s_{-0.6512}, s_{0.2037}], \tilde{z}_3(\lambda, \tilde{w}) = [s_{0.2436}, s_{1.3401}].$$

步骤4: 建立可能度矩阵

$$P = \begin{pmatrix} 0.5000 & 1.0000 & 0.6176 \\ 0 & 0.5000 & 0 \\ 0.3824 & 1.0000 & 0.5000 \end{pmatrix}.$$

步骤5: 可能度矩阵  $P$  的排序向量  $c = (0.4362, 0.1667, 0.3971)$ ; 因此各方案的优先次序为  $x_1 \succ x_3 \succ x_2$ .

## 4 结束语

本文研究属性权重、决策者权重为区间数, 属性值为语言信息的多属性群决策问题。利用不确定语言变量的运算法则, 给出基于区间数和语言变量运算法则的 IWLA 算子、IWOLA 算子和 ULHIWA 算子, 提出了一种基于 IWLA 算子和 ULHIWA 算子的多属性群决策方法。该方法充分利用已有的决策信息, 不但计算简便, 而且能够充分考虑决策者自身的重要性, 并可以消除个别决策者不公正主观因素的影响, 保证了决策结果的合理性。

## 参考文献:

- [1] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [2] Xu Z S. A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations[J]. Information Sciences, 2004, 166: 19-30.
- [3] Xu Z S. Uncertain linguistic aggregation operators based approach to multiple attribute group decision making under uncertain linguistic environment[J]. Information Science, 2004, 168: 171-199.
- [4] Xu Z S. The hybrid linguistic weighted averaging operator[J]. Information: An International Journal, 2005, 8(3): 453-456.
- [5] 卫贵武. 不确定纯语言多属性群决策方法[EB/OL]. [2008-01-05]. <http://www.paper.edu.cn>.
- [6] Xu Z S, Da Q L. Linguistic approaches to multiple attribute decision making in uncertain linguistic setting[J]. Journal of Southeast University, 2004, 20(4): 482-485.
- [7] 徐泽水. 纯语言多属性群决策方法研究[J]. 控制与决策, 2004, 19(7): 778-786.
- [8] Xu Z S, Da Q L. linguistic approaches to multiple attribute decision making in uncertain linguistic setting[J]. Journal of Southeast University: English Edition, 2004, 20(4): 482-485.
- [9] 徐泽水, 达庆利. 区间数排序的可能度法及其应用[J]. 系统工程学报, 2003, 18(1): 67-70.
- [10] 张肃, 王颖龙, 高莹. 基于不确定语言信息的群决策方法及其应用[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2006, 7(6): 47-50.

(责任编辑:韦廷宗)