

岩溶洞穴长度空间形态的分形研究^{*}

The Fractal Research of Karst Cave Length

李文兴

Li Wenxing

(地矿部岩溶地质研究所 桂林市七星路 40 号 541004)

(Institute of Karst Geology, MGMR, 40 Qixinglu, Guilin, Guangxi, 541004)

摘要 为使洞穴的研究从定性走向定量, 应用分形理论给出洞穴长度定义, 进一步明确洞穴长度的物理意义, 通过对洛塔洞穴系统 22 个洞穴长度分形维数的计算, 分析了洞穴长度维数与岩性的关系。

关键词 洞穴 长度 分形 维数

中图法分类号 P 93 5

Abstract The paper gave a concept of cave length by using of fractal theory, and further defined the physical meaning of cave length. Having calculated the cave length fractal dimension of 22 caves in Luota cave system, the author found a relation between cave length fractal dimension and lithologic character.

Key words cave, length, fractal, dimension

在岩溶洞穴的三维空间中, 洞穴的长度是描述岩溶洞穴的第一空间要素, 而洞穴宽度和高度只是第二空间要素, 因而岩溶洞穴的长度受到洞穴学家的高度重视。对于一个洞穴的测量, 可以不完全测量其断面(宽度和高度), 测量其长度则是必不可少的。很多地质学家还以洞穴的长度衡量岩溶洞穴的发育程度。例如美国的猛犸洞洞穴系统, 在大约 150 km² 范围内, 发育总长达 530 km。又如广西的地苏地下河系, 补给面积 1 000 km², 干流总长约 57 km² 等等。有的地质学家还将世界的洞穴按长度排列, 以争夺天下第一。因而有必要对洞穴的长度进行专门研究。

1 岩溶洞穴长度意义及分形性质

对于岩溶洞穴的长度, 目前国际上有着很多不同的概念, 没有一个统一的定义。大多数欧洲洞穴学家以“存在于线性延伸的两个系统之间的最大间隔”来定义洞穴长度; 北美和少数欧洲洞穴学家则以“投影图长度系统”来定义; 文献 [1] 将洞穴长度定义为“洞穴通道两壁之间中点连线长度”。作者认为以“洞穴横断面形心连线的长度”作为洞穴长度, 才能反映岩溶洞穴的真正长度。洞穴横断面形

心连线(以下称为形心线)近似于洞穴的走向线, 可以用弧坐标和极坐标来对它进行描述。虽然相当复杂, 但能反映岩溶洞穴的弯曲长度。以往定义的洞穴长度只是洞穴的大概长度, 有的甚至是直线长度, 反映不出洞穴的本来面目。上述是作者从数学的角度出发, 给洞穴下的一个定义。从该定义来看, 要想用标尺来测一个洞穴的长度是很困难的。同测量海岸线长度一样, 洞穴的测量长度实际上也随着测量所用的标尺不同而变化。为了测量洞穴长度, 可以选择不同的单位, 如果使用米为单位的标尺, 洞穴内米以下的弯曲就被忽略, 米以下的弯道就难以准确测量, 使得洞穴长度变小; 如果用分米的标尺来测量洞穴长度, 而分米以上的弯道可以测量, 分米以下的弯道就难以测量。但是可以肯定, 用分米为标尺测量出的洞穴长度必然比用米为标尺测量出的洞穴长度要大; 如果使用比分米更小的单位, 测出的洞穴长度将更长。所以, 一般来说标尺选得越小, 测量出的结果就越接近于实际洞穴长度。

因为洞穴形态是不规则的, 洞穴往往是偏离直线的弯曲展布, 以不同的尺寸进行观察, 从很短的一段洞穴到整个洞穴都在形态上具有弯曲和扭结, 这是岩溶作用和水力作用的共同结果。然而传统的洞穴描述除了用图形表示以外, 就只能用几个简单象征性的语言; 以直线代替曲线, 以规则代替不规则, 因此离客观实际相差甚远。目前采用那些方法的研究人员都意

1997-09-08 收稿。

^{*} 中国地质科学院青年科技基金资助项目。

识到洞穴形态中不规则成分的重要性。要解决这个问题 应用分形理论, 甚为理想。分形几何学的一种形式就是包括在标度范围内对不规则性的描述。

洞穴测量标尺也就是分形理论中所谓的标度。在分形理论中, 标度越大测量出的洞穴长度越小; 标度越小测量出的洞穴长度越大, 也就越接近于实际。对于洞穴长度的研究不仅限于如何使测量单位无限变小, 以减少测量误差, 测出真正的长度; 而且要研究随测量标度的变化, 洞穴的测量长度(性质)的变化规律。这就是应用分形理论来研究洞穴长度的实质所在。要找出不论测量标度如何变化, 研究对象(洞穴的长度)的性质并不改变的测量标度范围。这个测量标度范围就是分形理论中的所谓无标度区。在无标度区范围内的标尺测量出来的洞穴长度, 其分维数不变, 反映洞穴的实质。

2 岩溶洞穴长度分形维数的求解

岩溶洞穴长度的测量, 如果形心线是直线, 这是一般的欧氏几何问题, 其维数是 1。对于复杂的岩溶洞穴, 要求出其分维数, 可以用分形理论中的所谓改变初视化程度求维数的方法。也就是用不同长度为 r 的线段集合, 去近似复杂的洞穴形心线, 测出一个与 r 有关的洞穴长度, 然后再改变线段 r 的长度, 测出一系列与 r 有关的洞穴长度。具体作法是: 先把洞穴形心线的一端视为起点, 然后以此点为圆心画一个半径为 r 的圆, 把此圆与曲线最初相交的点和起点用直线连结起来, 这样得到一个长度为 r 的线段。再把该交点重新看作起点, 作为圆心以半径 r 再画圆。以后反复进行同样的工作, 就可得出一系列的长度为半径 r 的折线, 见图 1。用这些折线去近似洞穴的形心线时, 就得到与 r 有关的洞穴长度。

这时, 线段的总长度为:

$$L = N(r) \times r \quad (1)$$

式中 $N(r)$ 为近似形心线的线段 r 的总数。

当然, 如果改变测量标度 r , 线段总数 $N(r)$ 也要随之而改变。如果使 r 变小, $N(r)$ 就变大; 如果 r 变大, $N(r)$ 则变小。即 $N(r)$ 是 r 的函数。另外, 从分数维的定义可以知道, 如果某曲线具有

$$N(r) \propto r^{-D} \text{ 或 } N(r) = A \times r^{-D} \quad (2)$$

的关系, 称 D 为该曲线的分数维。式中 A 为与 r 无关的常数, 为了求出分维数。对式(2)两边取对数, 得

$$\ln N(r) = \ln A - D \ln r \quad (3)$$

式(3)是关于 $\ln r$ 与 $\ln N(r)$ 的直线方程, 其直线的斜率 D 就是分形维数^[2,3]。

显然, 不同长度的洞穴, 其维数是不同的。

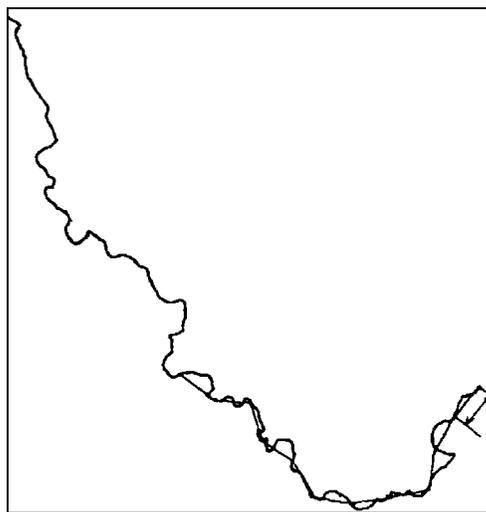


图 1 用分形折线近似测求洞穴长度

Fig. 1 Cave length measured by fractal broken line

3 湖南洛塔洞穴系统不同洞穴的维数计算

湖南洛塔洞穴系统有洞穴 340 个, 笔者选择 22 个结构复杂且较典型的洞穴进行分形维数计算, 并讨论分形维数与洞穴岩性的关系。

3.1 湖南洛塔洞穴系统岩溶地质特征

洛塔洞穴系统位于湖南湘西山地中的岩溶向斜盆地(林玉石等, 洛塔岩洞穴及洞水衰减特征, 1984 年), 该向斜盆地是北北东走向的斜列式向斜之一, 高耸于志留—泥盆系砂页岩组成的低丘陵之上。向斜核部为二叠系和下三叠统的碳酸盐岩, 厚达 831 m ~ 1 160 m, 直接覆盖于 2 000 m 厚的泥盆—志留系砂页岩之上, 其中发育了大量的洞穴, 在 119.07 km² 范围内, 已发现洞穴 340 个。区内碳酸盐岩以泥晶灰岩、泥晶颗粒(生物屑)灰岩、亮晶颗粒(蜓屑)灰岩为主, 夹中—粗粒白云岩。

前人的研究表明: 泥晶颗粒灰岩的比溶解度和比溶蚀度比其他结构成因类型的碳酸盐岩偏大, 洞穴发育, 且洞体规模巨大; 亮晶颗粒(蜓屑)灰岩的比溶解度小, 但比溶蚀度大, 洞穴也发育, 由于颗粒支撑结构好, 易形成迷宫型洞穴, 洞体规模也大。白云岩的比溶解度虽大, 但比溶蚀度小, 颗粒支撑不好, 洞穴发育较差, 洞体规模小。在碳酸盐岩的结构成因类型中, 泥晶结构者, 经溶蚀—侵蚀后易崩塌而扩大洞体; 亮晶结构者, 颗粒支撑好, 经溶蚀—侵蚀后, 易形成网状水流, 构成迷宫型洞穴。

3.2 求洛塔洞穴系统不同洞穴的分维数

由于长度分维只考虑洞穴的长度而不涉及它的横向空间, 也就是说将洞穴的断面简化成点, 因此

可以将洞穴看成是一条曲线（展布线），这条曲线也就是形心线。根据前面已定义的洞穴长度的分维性质及分维理论，对洛塔洞穴系统的 22 个洞穴分别用以下标度进行量度：4 m、8 m、12 m、16 m、20 m、24 m、28 m、32 m、36 m、40 m；10 m、20 m、30 m、40 m、50 m、60 m、70 m、80 m、90 m、100 m；20 m、40 m、60 m、80 m、100 m、120 m、140 m、160 m、200 m；40 m、80 m、120 m、160 m、200 m、240 m、280 m、320 m、360 m、400 m。测量标度用 r 表示，单位为 m ，测量结果用 $N(r)$ 表示。

将测量数据分别点在 $\ln r - \ln N(r)$ 图上，然后再取曲线在无标度区范围内的拟合线段，这些线段的斜率就是该洞穴的分维数。其计算结果见表 1。

4 结论及认识

笔者从数学角度出发，定义了洞穴长度，作为洞穴的基础研究，无疑具有重要意义。

通过应用分形理论对洞穴长度的研究，可知洞穴长度与测量的标度有关，测量标度越小，测出的洞穴越长；测量标度越大，测出的洞穴长度越短。

表 1 洛塔洞穴系统各洞穴的分形维数计算结果 (m)

Table 1 The calculated results of cave fractal dimension in Luota cave system (m)

洞名 Cave	维数 Dimension	回归方程 Regression equation	回归系数 Regression coefficient	标度 Scale
李家洞 Lijiadong	1.214	$\ln N(r) = 5.810 - 1.214 \ln r$	-0.993	10, 20, 30, 40, 50, 60
油房洞 Youfangdong	1.174	$\ln N(r) = 6.090 - 1.174 \ln r$	-0.992	10, 20, 30, 40, 50, 60, 70
甫家洞 Pujiadong	1.084	$\ln N(r) = 7.180 - 1.084 \ln r$	-0.998	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200
马蛇洞 Mashedong	1.196	$\ln N(r) = 7.228 - 1.196 \ln r$	-0.995	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220
硝洞 Xiaodong	1.124	$\ln N(r) = 5.135 - 1.124 \ln r$	-0.998	4, 8, 12, 16, 20, 24, 28
刺猬洞 Cizhudong	1.114	$\ln N(r) = 6.836 - 1.114 \ln r$	-0.996	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160
车沙哈洞 Cheshahadong	1.225	$\ln N(r) = 5.761 - 1.225 \ln r$	-0.992	10, 20, 30, 40, 50, 60
听鸡洞 Tingjidong	1.038	$\ln N(r) = 6.539 - 1.038 \ln r$	-0.999	10, 20, 30, 40, 50
老屋场洞 Laowuchangdong	1.246	$\ln N(r) = 6.074 - 1.246 \ln r$	-0.994	10, 20, 30, 40, 50, 60, 70
阿沙洞峨洞 Ashadongjuedong	1.042	$\ln N(r) = 7.041 - 1.042 \ln r$	-0.997	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200
狮子洞 2Shizidong 2	1.202	$\ln N(r) = 5.491 - 1.202 \ln r$	-0.983	4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40
雨落洞 Yuluodong	1.079	$\ln N(r) = 6.868 - 1.079 \ln r$	-0.995	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200
岩子堡洞 Yanzibaodong	1.120	$\ln N(r) = 6.743 - 1.120 \ln r$	-0.995	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200
荆家寨洞 Jingjiazaidong	1.129	$\ln N(r) = 6.492 - 1.129 \ln r$	-0.998	10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100
落水洞 Luoshuidong	1.052	$\ln N(r) = 7.361 - 1.052 \ln r$	-0.998	40, 80, 120, 160, 200, 240, 280, 320, 360, 400
屋檐洞 Wuyandong	1.167	$\ln N(r) = 7.318 - 1.167 \ln r$	-0.999	40, 80, 120, 160, 200
天锅潭大洞 Tianguotanbigdong	1.177	$\ln N(r) = 7.428 - 1.177 \ln r$	-0.998	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200
烈士大洞 Lieshidadong	1.228	$\ln N(r) = 7.654 - 1.228 \ln r$	-0.994	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200
沅坝阿头一大洞 Yuanba'atou-dadong	1.134	$\ln N(r) = 7.388 - 1.134 \ln r$	-0.999	40, 80, 120, 160, 200
导洞—水洞 Daodong—shuidong	1.067	$\ln N(r) = 6.972 - 1.067 \ln r$	-0.999	20, 40, 60, 80, 100
荆家寨白面洞 Baimiandong	1.163	$\ln N(r) = 5.457 - 1.163 \ln r$	-0.994	10, 20, 30, 40
湖塘峨洞 Hutangjuedong	1.332	$\ln N(r) = 6.166 - 1.332 \ln r$	-0.990	4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40

因此测量标度的合理选择应予重视。

将洛塔洞穴系统各洞穴长度的分维数按大小排列，并与洞穴岩性进行对比（见表 2），可得到如下认识。

(1) 在洛塔洞穴系统 22 个洞穴的长度分维数计算中，洞穴长度维数在 1.038~1.332 之间，最大是湖塘峨洞，为 1.332 维，最小是听鸡洞，为 1.038 维。

(2) 分维数很小的听鸡洞 (1.038)、阿沙洞峨洞 (1.042)、落水洞 (1.052) 都发育在以云质灰岩和灰质云岩为主的岩层中，说明云质灰岩或灰质云岩的洞穴分维数较小。

(3) 在分维数较大 (1.20 以上) 的湖塘峨洞、烈士大洞、老屋场洞、车沙哈洞、李家洞、狮子洞 2 都发育在没有云质灰岩和灰质云岩的泥晶生物屑灰岩、藻屑灰岩中。说明有生物屑灰岩中的洞穴可以有较大的分维数。

(4) 马蛇洞 (1.196)、硝洞 (1.124) 的围岩中，虽然也有云质灰岩，但这些云质灰岩都位于洞穴的下部，其分维数为中等。

表 2 洛塔洞穴系统各洞穴的分形维数与岩石成分对比

Table 2 The relation between cave length fractal dimension and lithologic character in Luota cave system

洞名 Cave	维数 Dimension	岩性 Rock quality
湖塘岷洞 Hutangyuedong	1.332	泥晶灰岩、泥晶生物屑灰岩 Micritic limestone micritic bioclastic limestone
烈士大洞 Lieshi dadong	1.288	泥晶含炭质生物屑泥质灰岩、藻屑灰岩 Micritic carbonaceous bioclastbearing argillaceous limestone, algaeclastic limestone
老屋场洞 Laowuchangdong	1.246	含燧石结核泥晶生物屑灰岩、厚层亮晶生物蜓屑灰岩 Flint nodule-bearing micritic bioclastic limestone, thick-bedded sparite bioclastic limestone
车沙哈洞 Cheshahadong	1.225	中层状含燧石团块泥晶生物屑灰岩、Medium-bedded flint lump bearing micritic bioclastic limestone
李家洞 Lijiadong	1.214	薄层生物屑泥晶泥质灰岩、藻屑泥晶灰岩和生物屑泥晶灰岩 Thin-bedded bioclastic micritic argillaceous limestone, algaeclastic micritic limestone and bioclastic micritic limestone
狮子洞 2 Shizidong 2	1.202	粉晶生物屑泥质灰岩、泥晶生物屑灰岩 Crystal powder bioclastic argillaceous limestone, micritic bioclastic limestone
马蛇洞 Mashedong	1.196	泥晶灰岩、生物屑灰岩、泥晶生物屑云质灰岩 Micritic limestone, bioclastic limestone, micritic bioclastic dolomitic limestone, dolomitic limestone
天锅潭大洞 Tianguotandadong	1.177	泥晶泥质灰岩、黑色中一厚层状泥晶生物屑灰岩 Micritic argillaceous limestone, black medium-thick bedded micritic bioclastic limestone
油房洞 Youfangdong	1.174	生物屑泥晶泥质灰岩、夹藻类灰岩 Bioclastic micritic argillaceous limestone, limestone intercalated with algae
屋檐洞 Wuyandong	1.167	泥晶含生物屑泥质灰岩、团块(疙瘩)状泥晶生物屑灰岩 Micritic bioclast-bearing argillaceous limestone, lumpish micritic bioclastic limestone
白面洞 Baimiandong	1.163	泥晶藻屑泥质灰岩、泥晶生物屑灰岩 Micritic algaeclastic argillaceous limestone, micritic bioclastic limestone
沅坝阿头一大洞 Yuanbaatour dadong	1.134	泥晶泥质灰岩、泥晶生物屑灰岩 Micritic argillaceous limestone, micritic bioclastic limestone
荆家寨洞 Jingjiazaidong	1.129	泥晶灰岩、白云质灰岩 Micritic limestone, dolomitic limestone
硝洞 Xiaodong	1.124	含燧石团块白云质灰岩、厚层状亮晶蜓屑灰岩 Flint lump-bearing dolomitic limestone, thick-bedded sparite bioclastic limestone
岩子堡洞 Yanzibaodong	1.120	燧石结核泥晶灰岩、泥晶生物(蜓)屑灰岩 Micritic limestone with flint nodule, micritic bioclastic (nerita) limestone
刺猪洞 Cizhudong	1.114	含燧石团块或燧石条带泥晶灰岩、泥晶生物屑灰岩 Flint lump-bearing or flint band-bearing micritic limestone, micritic bioclastic limestone
甫家洞 Pujiadong	1.084	泥晶泥质灰岩、泥晶生物屑灰岩、泥晶白云质灰岩 Micritic argillaceous limestone, micritic bioclastic limestone, micritic dolomitic limestone
雨落洞 Yuluodong	1.079	薄层状燧石团块泥晶生物屑灰岩中一厚层状泥晶生物(蜓)屑灰岩 Thin-bedded flint lumpbearing micritic bioclastic limestone-medium-thick micritic bioclastic (nerita) limestone
导洞—水洞 Daodong—shuidong	1.067	泥晶泥质灰岩、泥晶生物屑灰岩 Micritic argillaceous limestone, micritic bioclastic limestone
落水洞 Luoshuidong	1.052	块状—厚层状泥晶生物(蜓)屑灰岩、含燧石结核泥晶云质灰岩 Lumpy or thick-bedded micritic bioclastic limestone, flint nodule-bearing micritic dolomitic limestone
阿沙洞岷洞 Ashadongyuedong	1.042	中薄层状泥晶生物屑含云质灰岩、泥晶生物屑灰岩夹灰质云岩、中厚层状亮晶蜓屑灰岩、泥晶藻团灰岩 Medium-thin bedded micritic bioclastic dolomitic limestone, micritic bioclastic limestone intercalated with lime dolomite, medium-thick bedded sparite bioclastic limestone, micritic algal limestone
听鸡洞 Tingjidong	1.038	白云质灰岩、中一厚层亮晶蜓屑灰岩和藻灰岩 Dolomitic limestone, medium-thick bedded sparite bioclastic limestone and algal limestone

致谢

本文在完成过程中, 得到郭纯青研究员、夏日元副研究员、王刚工程师等课题组成员的大力支持和崔光中研究员、林玉石研究员的指点, 同时还得到王开申高级工程师的帮助, 在此, 一并深表谢意。

参考文献

1 张英骏, 缪钟灵, 毛健全等. 应用岩溶学及洞穴学. 贵

阳: 贵州人民出版社, 1985.

2 李后强, 程光铨. 分形与分维. 成都: 四川教育出版社, 1990.
3 高安秀树著. 分数维. 沈步明, 常子文译. 北京: 地震出版社, 1989.

(责任编辑: 邓大玉)