

水利水电工程项目质量控制系统灰色摆动模型

丰景春 杨建基

(河海大学国际工商学院 南京 210098)

摘 要 通过分析水利水电工程项目质量及工程质量控制的特点 ,指出统计方法的局限性 ,建立了水利水电工程项目质量控制系统灰色摆动模型 ,介绍了建模步骤、模型参数求解方法及模型验证结果等 ,分析了质量控制系统运行机制的稳定性 ,预测了质量控制系统的未来状态 ,利用灰色摆动模型能提高工程项目质量控制的效果 ,同时模型对费用、进度的控制具有参考价值。
关键词 质量控制 ;模型 ;灰色系统 ;摆动模型
中图分类号 TV511

1 水利水电工程项目质量特点及统计方法的局限性

1.1 水利水电工程项目质量特点

水利水电工程项目质量的特点 ,主要体现在以下 4 个方面 :

- a. 质量波动大 . 工程项目建设因其具有复杂性、单件性特点 ,所以工程产品质量波动性大 .
- b. 影响因素多 . 归纳起来 ,影响工程质量的因素有人、机械、材料、环境、方法五大类 ,它们会直接或间接地影响到工程质量 .
- c. 质量变异大 ,致使系统不稳定 . 由于影响工程质量的因素众多 ,而任何一个因素出现问题都会引起工程质量的变异 ,从而造成质量控制系统的 不稳定 .
- d. 终检局限大 . 工程项目建成后 ,不可能通过拆卸、解体方式来检查内在的质量 ,因此 ,对工程质量更应注重质量控制 ,将不合格品消灭在萌芽状态 .

1.2 水利水电工程项目质量控制任务

工程项目质量控制可以分为静态控制和动态控制两种 . 静态质量控制流程见图 1(a) ,动态质量控制流程见图 1(b) .

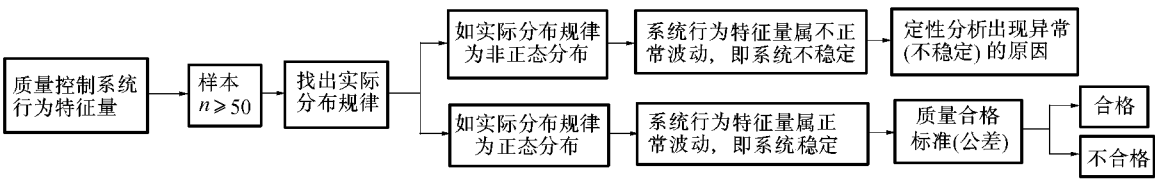
根据现代项目管理理论 ,水利水电工程项目质量控制系统研究的任务包括三方面的内容 :一是分析至检查日时质量控制系统状态的稳定性 ;二是预测质量控制系统未来的状态 ;三是分析影响系统行为特征量的主要因子 .

1.3 统计方法的局限性

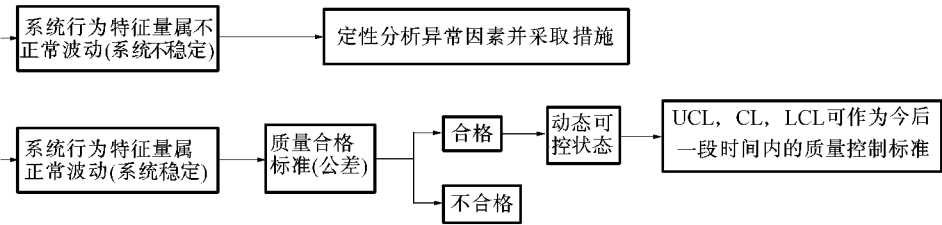
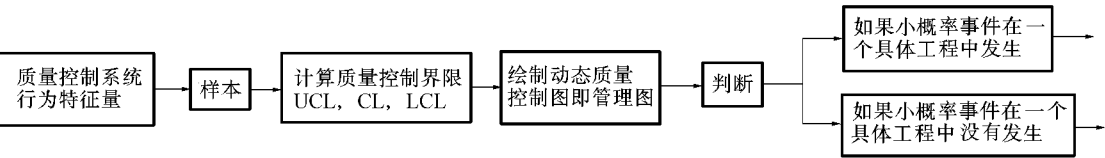
目前在水利水电工程项目质量控制中普遍采用的定量控制方法是统计分析工具 ,即通过大量取样 ,从中找出统计规律 ,继而达到研究质量控制系统状态的目的 .

统计方法在工业产品质量控制中得到了广泛应用 ,并取得了成功 . 但统计方法在水利水电工程项目中的应用却受到了许多限制 . 归纳起来 ,统计方法在此存在三方面的问题 .

- a. 统计方法需要抽取大量测定值 ,而工程项目的取样往往难以满足大样本容量的要求 . 这一点在很大程度上限制了统计方法在水利水电工程项目质量控制系统中的应用 .
- b. 从定量角度分析 ,统计方法只能分析至检查日时质量控制系统的状态 ,不能预测系统未来状态 ,也不能寻找影响质量控制系统行为特征量的主要因子 .
- c. 统计方法没有考虑质量控制系统中的“ 灰现象 ” . 如前所述 ,影响工程项目行为特征量的因素非常的



(a)静态质量控制



(b)动态质量控制

图 1 统计方法质量控制

Fig.1 Statistical quality control

多.在所有因素中,有些因素具有物理原型,更多的并没有物理原型,并且也很难弄清楚所包括的全部因子(素),更不知道因子之间的作用机制.由此可以看出,各作用因子(素)是灰的,各作用因子集对行为特征量的影响也是灰的.总之,水利水电工程项目质量控制系统是一个典型的灰色系统.因此,按灰色理论分析、预测质量控制系统状态是十分必要的.统计方法不能够考虑到这一点.

2 质量控制系统灰色摆动模型

水利水电工程项目在实施过程中会受到各种已知因素及未知因素的影响.以混凝土强度为例,影响混凝土强度的因素主要有配合比、水灰比、养护条件(湿度、温度)、水泥标号、颗粒级配、振捣时间、搅拌时间等.由于有些因素(如养护条件等)的波动性较大,造成系统行为特征量的波动也较大,即实测值一般分布在中心线的两侧,呈现出较大的波动性.这一点可从大量的取样结果得到验证.

2.1 质量控制系统中 GM(1,1)模型的建立

在灰色系统理论中,用于分析、预测系统状态的常用模型是 GM(1,1).GM(1,1)是一个单序列一阶灰微分方程模型,它运用了灰色系统理论中许多重要的概念和方法.由于这种模型所需信息较小,方法也较为简单,并且具有相当的精度,因此在相关邻域中得到了广泛的应用.GM(1,1)模型的灰差分形式如式(1)所示.

$$X^{(0)}(k) + a(\otimes) \cdot Z^{(1)}(k) = b(\otimes) \tag{1}$$

文献[1]给出了式(1)的解,即

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = [X^{(0)}(1) - \frac{b}{a}]e^{-ak} + \frac{b}{a} \tag{2}$$

由式(2)可知,GM(1,1)模型的解为指数曲线,当 $a < 0$ 时,曲线为上升型,当 $a > 0$ 时,曲线为下降型.显然,对于时间序列波动较大的情况,用指数曲线来拟合,误差较大,故 GM(1,1)模型仅能较好地适用于单调序列或波动不大序列等情况.通过分析水利水电工程项目质量及其控制的特点,并结合 GM(1,1)模型的特点及其适用范围可知,GM(1,1)模型不能很好地满足水利水电工程项目质量控制系统对建模的要求.因此,需要建立符合实际情况的模型.

2.2 质量控制系统灰色摆动模型的建模步骤及内容

从建模的目的出发,一般总希望模型的拟合值 $\hat{X}^{(0)}(k)$ 应尽量逼近时间序列 $X^{(0)}(k)$,也就是要求模型

尽可能反映时间序列, 尽量减少 $\hat{X}^{(0)}(k)$ 与 $X^{(0)}(k)$ 之间的误差, 以提高拟合精度. 根据水利水电工程质量控制系统的特点, 用灰色摆动模型分析、预测质量控制系统状态, 即用一组具有灰频率参数的正弦项表示时间序列的摆动部分, 建立一个含有灰频率参数正弦项的一阶灰差分方程. 灰色摆动模型的灰差分形式为

$$\hat{X}_{\omega}^{(0)}(k) + a(\otimes)Z^{(1)}(k) = b(\otimes) + \sum_{i=1}^{\infty} [c_i(\otimes) \cdot \sin \omega_i(\otimes)k + d_i(\otimes) \cdot \cos \omega_i(\otimes)k] \quad (3)$$

式中 $a(\otimes), b(\otimes), c_i(\otimes), d_i(\otimes), \omega_i(\otimes)$ 均为灰色参数. 为了区别于一般的 $GM(1, 1)$ 模型, 灰色摆动模型简记为 $GM(1, 1, \sin \omega)$.

2.2.1 $GM(1, 1, \sin \omega)$ 建模步骤

$GM(1, 1, \sin \omega)$ 建模步骤如下:

a. 建立 $GM(1, 1)$ 模型并求出模型拟合值 $\hat{X}^{(0)}(k)$. 根据至检查日时已获取的时间序列 $X^{(0)}(k)$ 建立 $GM(1, 1)$ 模型, 并求出模型拟合值 $\hat{X}^{(0)}(k)$. 由式(1)(2)可建立 $GM(1, 1)$ 模型, 并可求得模型拟合值 $\hat{X}^{(0)}(k)$.

b. 求模型拟合值 $\hat{X}^{(0)}(k)$ 与实际测定值 $X^{(0)}(k)$ 之间的残差 $\delta(k)$. 残差由下式求得.

$$\delta(k) = X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k) \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4)$$

c. 对 $\delta(k)$ 实施富里叶变换, 求得 m 个幅值较大时的频率. $\delta(k)$ 的富里叶变换由式(5)^[2]决定.

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{-j\omega n} \quad (5)$$

由于水利水电工程项目质量控制中至检查日时所得到的时间序列总是有限长的, 则有限离散富里叶变换为

$$F(m\Omega) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta(k) e^{-jm\Omega k} \quad m = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (6)$$

由式(6)即可求得幅值 $|F(m\Omega)|$ 较大时所对应的 m 个频率 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$.

d. 计算 a, b, c_i, d_i 值. 将 m 个灰频率的白化值代入式(3), 分别令 $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$, 应用最小二乘法即可求出灰参数 a, b, c_i, d_i 值.

e. 建立 $GM(1, 1, \sin \omega)$ 模型. 水利水电工程项目质量控制系统的 $GM(1, 1, \sin \omega)$ 的模型见式(7).

$$\begin{aligned} \hat{X}^{(1)}(k) + a\hat{X}^{(1)}(k) &= b + \sum_{i=1}^m [c_i \sin k\omega_i + d_i \cos k\omega_i] \\ \text{初始条件: } \hat{X}^{(1)}(1) &= X^{(0)}(1) \end{aligned} \quad (7)$$

用指数响应形式表示式(7)的解为

$$\begin{aligned} \hat{X}_{\omega}^{(1)}(k+1) &= [X^{(0)}(1) - \frac{b}{a} - \sum_{i=1}^m \frac{ad_i - \omega_i c_i}{a^2 + \omega_i^2}] e^{-ak} + \frac{b}{a} + \\ &\sum_{i=1}^m [\frac{\omega_i d_i + ac_i}{a^2 + \omega_i^2} \sin k\omega_i + \frac{ad_i - \omega_i c_i}{a^2 + \omega_i^2} \cos k\omega_i] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\hat{X}_{\omega}^{(0)}(k+1) = \hat{X}_{\omega}^{(1)}(k+1) - \hat{X}_{\omega}^{(1)}(k) = k_1 e^{-ak} + \sum_{i=1}^m A_i \cos(k\omega_i + \varphi_i) \quad (9)$$

式中: $k_1 = (1 - e^a) [X^{(0)}(1) - \frac{b}{a} - \sum_{i=1}^m \frac{ad_i - \omega_i c_i}{a^2 + \omega_i^2}]$; $A_i = \frac{2 \sin \frac{\omega_i}{2}}{a^2 + \omega_i^2} \sqrt{(\omega_i d_i + ac_i)^2 + (ad_i - \omega_i c_i)^2}$; $\varphi_i = \arctan[\frac{ad_i - \omega_i c_i}{\omega_i d_i + ac_i}] - \frac{1}{2} \omega_i$.

2.2.2 $GM(1, 1, \sin \omega)$ 模型的主要参数

a. 求解 m 个灰频率的白化值. 由式(6)可以得到 $m = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 时的富里叶变换系数 $F(m\Omega)$, 其值由下式求得.

$$F(m\Omega) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta(k) e^{-j\frac{2\pi}{N}mk} = \delta(0) e^{-j\frac{2\pi}{N}m \cdot 0} + \delta(1) e^{-j\frac{2\pi}{N}m \cdot 1} + \dots + \delta(N-1) e^{-j\frac{2\pi}{N}m(N-1)} \quad (10)$$

整理后得

$$F(m\Omega) = \text{Re} + j\text{Im} \quad (11)$$

式(11)中:

$$\text{Re} = [\alpha(0)\cos\frac{2\pi}{N}m \cdot 0 + \alpha(1)\cos\frac{2\pi}{N}m + \dots + \alpha(N-1)\cos\frac{2\pi}{N}m(N-1)]$$

$$\text{Im} = -[\alpha(0)\sin\frac{2\pi}{N}m \cdot 0 + \alpha(1)\sin\frac{2\pi}{N}m + \dots + \alpha(N-1)\sin\frac{2\pi}{N}m(N-1)]$$

取 $|F(m\Omega)|^2 = \text{Re}^2 + \text{Im}^2$ 较大时的频率作为灰频率的白化值,分别记为 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$.

b. 求解灰参数. 由GM(1,1)建模理论及最小二乘法原理可得

$$AV = Y_N, \quad V = (ATA)^{-1}ATY_N$$

$$V = [\alpha(\otimes), b(\otimes), c_1(\otimes), \dots, c_m(\otimes), d_1(\otimes), \dots, d_m(\otimes)]^T$$

$$Y_N = [X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), \dots, X^{(0)}(N)]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[X^{(1)}(2) + X^{(1)}(1)] & 1 & \sin\omega_1 \dots \sin\omega_m & \cos\omega_1 \dots \cos\omega_m \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(3) + X^{(1)}(2)] & 1 & \sin 2\omega_1 \dots \sin 2\omega_m & \cos 2\omega_1 \dots \cos 2\omega_m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(N) + X^{(1)}(N-1)] & 1 & \sin(N-1)\omega_1 \dots \sin(N-1)\omega_m & \cos(N-1)\omega_1 \dots \cos(N-1)\omega_m \end{bmatrix}$$

为了使 $(A^T A)^{-1}$ 存在, 如果 $\omega_i = 0, \pi, 2\pi$, 则令 $c_i(\otimes) = 0$. 同时去掉矩阵 A 中的 $\sin\omega_i$ 列和 V 中 $c_i(\otimes)$ 项.

式(8)和式(9)为水利水电工程项目质量控制系统灰色摆动模型. 但在实际应用模型时, 还必须验证模型能否满足特定的要求(如精度要求、相似性要求等).

3 质量控制系统灰色摆动模型的验证

质量控制系统灰色摆动模型的验证内容包括模型关联度、残差及后验差的验证等三方面. 通过模型验证可以评价模型的优劣性.

3.1 模型关联度验证

模型关联度可以反映出模型拟合值序列与实际测定值序列之间的相似程度. 根据拟合值与实际值之间的相似程度可以判断模型的相似程度. 如果相似程度高, 则表示模型拟合值能较好地反映实际情况.

设原序列 $X^{(0)}$ 为 $X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \dots, X^{(0)}(N)$, 按灰色摆动模型GM(1,1, $\sin\omega$)可求得拟合值序列 $\hat{X}_\omega^{(0)}$ 为

$$\hat{X}_\omega^{(0)}(1), \hat{X}_\omega^{(0)}(2), \dots, \hat{X}_\omega^{(0)}(N)$$

则 $X^{(0)}$ 与 $\hat{X}_\omega^{(0)}$ 之间的关联度

$$r = \frac{1}{N-1} \sum_{k=2}^N r(k) \quad (12)$$

式中 $r(k)$ 为关联度系数, 由下式算得.

$$r(k) = \frac{\min_k |\hat{X}_\omega^{(0)}(k) - X^{(0)}(k)| + \rho \cdot \Delta_{\max}}{|\hat{X}_\omega^{(0)}(k) - X^{(0)}(k)| + \rho \cdot \Delta_{\max}} \quad (13)$$

$$\Delta_{\max} = e_{\max} \cdot X^{(0)}(\max)$$

式中: $e_{\max}$ ——最大差百分比, 一般取 $e_{\max} = 0.5^{[1]}$; ρ ——分辨系数, $\rho \in (0, 1)$, 一般取 $\rho = 0.5^{[1]}$.

准则 1°: 当 $r > 0.5$ 时, 模型拟合值与实际测定值具有较强的关联度. 由此可以判断GM(1,1, $\sin\omega$)拟合值序列与实际测定值序列是相似的.

3.2 模型后验差及残差检验

模型拟合值序列与实际测定值序列仅存在较强的相似关系是不够的, 还必须满足后验差及残差的要求.

由模型拟合值 $\hat{X}_\omega^{(0)}$ 与实际值 $X^{(0)}$ 可以得到残差 $\delta(k)$, 由式(14)求得.

$$\delta(k) = X^{(0)}(k) - \hat{X}_\omega^{(0)}(k) \quad (14)$$

a. 残差均值 $\bar{\delta}$

$$\bar{\delta} = \frac{1}{N-1} \sum_{k=2}^N \delta(k)$$

b. 残差标准偏差 S_2^2

$$S_2^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=2}^N (\delta(k) - \bar{\delta})^2$$

c. 原序列 $X^{(0)}(k)$ 的均值 $\bar{X}^{(0)}$

$$\bar{X}^{(0)} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X^{(0)}(k)$$

d. $X^{(0)}(k)$ 的方差 S_1^2

$$S_1^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (X^{(0)}(k) - \bar{X}^{(0)})^2$$

e. 后验差比值 C

$$C = \frac{S_2}{S_1}$$

f. 小误差频率 P

$$P = P\{|\delta(k)| < 0.6745 S_1\}$$

由后验差比值 C 及小误差频率 P 可以判断模型的优劣等级.

表 1 C 与 P 标准

Table 1 Standards of C and P

模型精度等级	后验差比值 C	小误差频率 P	结果
一级模型	< 0.35	> 0.95	优秀
二级模型	< 0.5	> 0.80	良好
三级模型	< 0.65	> 0.70	合格
四级模型	≥ 0.65	≤ 0.70	不合格

表 1^[1]给出了判断模型优劣等级的标准.

外推性好的模型, C 值就小, 因为 C 小说明 S_2 小、 S_1 大. S_1 是观测数据的标准偏差, S_1 大说明观测数据的离散性大, 或者说观测原始数据摆动幅值大, 即规律性差. S_2 代表预测误差的标准偏差, S_2 小说明预测误差离散性小. 作为综合指标, C 值越小越好.

衡量模型优劣的另一个指标是小误差频率 P . 由 $P = P\{|\delta(k)| < 0.6745 S_1\}$ 可知, 如果所有 $\delta(k)$ 均小于 $0.6745 S_1$, 则 $P = 1$ 表明模型优良.

由表 1 可知, 一、二级模型可直接用于分析、预测质量控制系统状态. 三级模型不能直接使用, 应通过修正, 使其达到一、二级模型所具备的条件. 四级模型为不合格模型, 应另选其它建模方法重新建立模型.

4 水利水电工程项目质量控制系统状态的研究

至此, 已建立起具有实际应用价值的灰色摆动模型, 下面将应用模型从两方面研究质量控制系统状态.

4.1 质量控制系统状态稳定性

质量控制中的一个重要任务是研究质量控制系统的稳定性. 通过研究系统运行机制的稳定性, 为系统的管理控制、决策提供依据. 一个运行机制稳定的质量控制系统, 在管理与控制方面可以不必花费过多精力, 风险性也较小, 因为这样的系统既不可能突然崩溃, 也不可能突然奋起. 反之, 一个运行机制不稳定的系统, 风险性大, 随时都有可能发生质的变化, 在管理与控制方面需要加大力度, 分析系统不稳定的原因, 以便及时采取措施.

设实测原始序列为 $X^{(0)}$ 为 $X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \dots, X^{(0)}(N)$. 可以从 $X^{(0)}$ 这一基本序列中得到若干个子序列, 分别记为 $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \dots, X_L^{(0)}$.

$$X_1^{(0)} = (X^{(0)}(1_1), X^{(0)}(2_1), \dots, X^{(0)}((N-1)_1))$$

$$X_2^{(0)} = (X^{(0)}(1_2), X^{(0)}(2_2), \dots, X^{(0)}((N-1)_2))$$

$$X_L^{(0)} = (X^{(0)}(1_L), X^{(0)}(2_L), \dots, X^{(0)}((N-S)_L))$$

对 $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \dots, X_L^{(0)}$ 分别建立 $GM(1, 1, \sin \omega)$, $GM(1, 1, \sin \omega)_1$, $GM(1, 1, \sin \omega)_2, \dots, GM(1, 1, \sin \omega)_L$, 也就建立起了该质量控制系统不同

表 2 行为轨迹

Table 2 Behaviour locus

模式时区	行为轨迹			
$GM(1, 1, \sin \omega)$	$\hat{X}_\omega^{(0)}(1)$	$\hat{X}_\omega^{(0)}(2)$	...	$\hat{X}_\omega^{(0)}(N)$
$GM(1, 1, \sin \omega)_1$	$\hat{X}_{1\omega}^{(0)}(1_1)$	$\hat{X}_{1\omega}^{(0)}(2_1)$	...	$\hat{X}_{1\omega}^{(0)}((N-1)_1)$
$GM(1, 1, \sin \omega)_2$	$\hat{X}_{2\omega}^{(0)}(1_2)$	$\hat{X}_{2\omega}^{(0)}(2_2)$	...	$\hat{X}_{2\omega}^{(0)}((N-2)_2)$
$GM(1, 1, \sin \omega)_L$	$\hat{X}_{L\omega}^{(0)}(1_L)$	$\hat{X}_{L\omega}^{(0)}(2_L)$	...	$\hat{X}_{L\omega}^{(0)}((N-S)_L)$

时区的行为模式. $GM(1,1,\sin\omega)$ 为至检查日时整个时域的行为模型, $GM(1,1,\sin\omega)_1, GM(1,1,\sin\omega)_2, \dots, GM(1,1,\sin\omega)_L$ 代表不同时区的行为模式, 见表 2.

准则 2°: 设 $GM(1,1,\sin\omega), GM(1,1,\sin\omega)_1, GM(1,1,\sin\omega)_2, \dots, GM(1,1,\sin\omega)_L$ 在 k 时刻的模型拟合值分别为 $\hat{X}_\omega^{(0)}(k), \hat{X}_{1\omega}^{(0)}(k), \hat{X}_{2\omega}^{(0)}(k), \dots, \hat{X}_{L\omega}^{(0)}(k)$. 如果模型拟合值之间的相对差值平均数百分比小于或等于 1%, 可以判断该质量控制系统的运行机制是稳定的.

4.2 质量控制系统的未来状态的预测

质量控制的另一个任务是预测系统未来的状态. 一个精度足够的灰色摆动模型可以较准确地预测系统未来的状态. 从理论上分析, 外推性好(即 C 值小)的 $GM(1,1,\sin\omega)$ 模型可以从初值 $X^{(0)}(1)$ 一直延伸到未来任何一个时刻. 但对本征系统而言, 未来的一些扰动、因素等不断进入系统, 从而对系统造成影响, 因此应按 $GM(1,1,\sin\omega)$ 模型预测质量控制系统的未来状态.

$N+1, N+2, \dots, N+Q$ 时刻的系统特征量的预测值由式(9)求得. 只要令 $k = N, N+1, N+2, \dots, N+Q$ 就可分别求得第 $N+1, N+2, \dots, N+Q$ 时刻的模型预测值, 记为 $\hat{X}_\omega^{(0)}(N+1), \hat{X}_\omega^{(0)}(N+2), \dots, \hat{X}_\omega^{(0)}(N+Q)$.

参 考 文 献

1 邓聚龙. 灰色预测与决策. 武汉: 华中理工大学出版社, 1986. 104 ~ 116

2 孙仲康. 快速富里叶变换及其应用. 北京: 人民邮电出版社, 1982. 38 ~ 47

Grey Swinging Model of Quality Control System for Water and Electricity Projects

Feng Jingchun Yang Jianji

(College of International Industry and Commerce , Hohai Univ. , Nanjing 210098)

Abstract Through analysis of the characteristics of quality and quality control of water and electricity projects , limitations of statistical methods are pointed out. A grey swinging model of quality control system is established , and the steps to establish the model , parameter solution , and model verification are expounded in detail. Finall , the stability of the quality control system is analysed. Project quality control can be improved with the grey swinging model. At the same time , the grey swinging model is of reference value to cost and schedule control.

Key words quality control ; model ; grey system ; swinging model