

文章编号: 1674-8085 (2021) 03-0079-06

混联机械臂系统自适应选择迭代学习角同步控制

周 吉^{1,2}, 万 鹏³, *黄志来^{1,2}, 徐培民^{1,2}

(1.特种重载机器人安徽省重点实验室, 安徽, 马鞍山 243000; 2.安徽工业大学机械工程学院, 安徽, 马鞍山 243000;
3.马钢(集团)控股有限公司, 安徽, 马鞍山 243000)

摘 要: 建立了四自由度混联机械臂系统动力学模型, 并根据系统重复运动和具有不确定因素的特点, 设计了自适应选择迭代学习同步控制算法 (ASILSC), 实现了系统的角同步运动, 并证明控制算法的收敛性。仿真结果表明, 相比于带遗忘因子的迭代学习同步控制, 自适应选择迭代学习角同步控制有更好的收敛性和鲁棒性。

关键词: 混联机械臂; 自适应选择; 迭代学习; 同步控制;

中图分类号: TP241 文章标识码: A DOI:10.3669/j.issn.1674-8085.2021.03.0014

ADAPTIVE SWITCHING ITERATIVE LEARNING ANGLE SYNCHRONOUS CONTROL FOR HYBRID MANIPULATOR SYSTEM

ZHOU Ji^{1,2}, WAN Peng³, *HUANG Zhi-lai^{1,2}, XU Pei-min^{1,2}

(1. Key Laboratory of Special Heavy Load Robot of Anhui province, Maanshan, Anhui 243000, China;

2. Anhui University of Technology School of Mechanical Engineering, Maanshan, Anhui 243000, China;

3. Magang (Group) Holding Company Ltd, Maanshan, Anhui 243000, China)

Abstract: The dynamic model of the four-degree-of-freedom hybrid manipulator system was established. According to the characteristics of the system's repeated motion and uncertain factors, the adaptive switching iterative learning angle synchronous control (ASILSC) was designed to achieve the angular synchronization of the system. The convergence of the control algorithm was proved. The simulation results showed that compared with the iterative learning synchronization control method with forgetting factor, the iterative learning synchronous control method based on adaptive switching had better convergence and robustness.

Key words: hybrid manipulator; adaptive switching; iterative learning; synchronous control

0 引言

串联机械臂和并联机械臂组合而成的系统称为混联机械臂系统^[1], 它结合了串联机械臂灵活性好^[2]和并联机械臂承载能力强^[3]的优点, 广泛应用于物品搬运、零件抛光和焊接等重复性工作^[4]。

针对重复运动的系统, 1984 年 Arimoto^[5]首次提出了迭代学习控制 (Iterative learning control,

ILC) 算法, 通过学习之前的反馈误差信息修正后续重复运动, 达到了控制目标。ILC 相较于其它智能控制, 具有严格的数学证明^[6]。史建涛等^[7]使用 ILC 来保证机械臂系统跟踪误差的有界性。乔建忠等^[8]面对机械臂模型不确定性和连杆振动问题, 利用 ILC 实现了机械臂的轨迹跟踪。

由于混联机械臂系统本身在设计、制造或装配等环节都会产生误差, 导致系统处于不良的工作状态^[9]。自适应控制 (adaptive control, AC) 算法针

收稿日期: 2021-01-23; 修改日期: 2021-02-17

作者简介: 周 吉(1994-), 男, 安徽马鞍山人, 硕士生, 主要从事动力学与控制研究 (ji_zhou7@foxmail.com);

万 鹏(1995-), 男, 安徽马鞍山人, 硕士, 主要从事动力学与控制研究 (peng-wan@foxmail.com);

*黄志来(1983-), 男, 湖南娄底人, 讲师, 博士, 主要从事动力学与控制研究 (zhilai_huang@foxmail.com);

徐培民(1960-), 男, 陕西礼泉人, 教授, 博士, 主要从事机械振动与控制研究 (xupeiimin@ahut.edu.cn)

对这种不确定因素的系统有着很多研究^[10-11]。综合利用两种算法的优点，可以实现四自由度混联机械臂系统的角同步运动。

本研究首先建立四自由度混联机械臂的数学模型，以此作为被控系统；然后，将控制器在 ILC 的基础上与 AC 相结合，构造了一种自适应选择迭代学习角同步控制器（adaptive switching iterative learning angle synchronous control, ASILSC），并证明控制器的收敛性；最后通过仿真算例验证控制效果，为混联机械臂系统的角同步控制问题提供新思路。

1 系统动力学模型

本设计使用的四自由度混联机械臂系统如图 1 所示。因系统中各机械臂刚度较大，故可忽略其形变，将各机械臂均视为刚体。机械臂 1（3）和机械臂 2（4）经由连接轴 B（E）相串联，由机架轴 A（D）连接到机架上。将两个二级机械臂一上一下安装在同一铅垂面内，并共用同一机架，则与机架相连的两个机械臂（如图 1 中的机械臂 1 和机械臂 3）构成并联关系，从而组成本文的混联机械臂系统。设第 i 个机械臂长度，重心位置，姿态角，转动惯量和质量分别为 l_i, d_i, q_i, J_i 和 m_i ($i=1, 2, 3, 4$)。

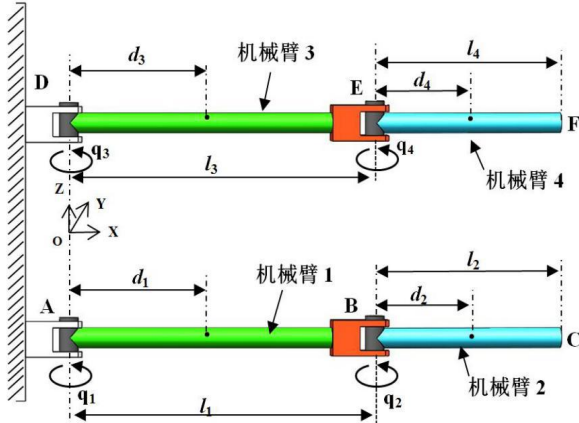


图 1 四自由度混联机械臂系统

Fig. 1 Hybrid manipulator system with four-degrees-of-freedom

由拉格朗日法得到动力学方程为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = u + d_r \quad (1)$$

式中： $M(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 为惯性矩阵，

$q = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4]^T \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ 为姿态角向量。

$C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 为向心力和科氏力矩阵，

$u \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ 为控制力矩。 $d_r \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ 为扰动项。

其中

$$\begin{cases} M(q) = \text{diag}[M_{12}, M_2, M_{34}, M_4] \\ M_i = m_i d_i^2 + J_i (i=1, 2, 3, 4), M_{ij} = M_i + m_j (l_i + d_j \cos q_j)^2 \quad (ij=12, 34) \\ C(q, \dot{q}) = \text{diag}\left[\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} C_{33} & C_{34} \\ C_{43} & 0 \end{bmatrix}\right] \\ C_{ii} = -m_i \dot{q}_{i+1} \sin q_i (d_i d_{i+1} + d_{i+1}^2 \cos q_{i+1}) \quad (i=1, 3) \\ C_{ji} = -C_{ij} = m_j \dot{q}_i \sin q_j (d_i d_j + d_j^2 \cos q_i) \quad (ij=12, 34) \end{cases} \quad (2)$$

方程（1）有如下假设：

假设 1：对于 $\forall t \in [0, T]$ ，期望姿态角 q_d 三阶可导，不确定扰动项 d_r 均有界。

假设 2：初始条件为 $q_d(0) - q_i(0) = 0$ ， $\dot{q}_d(0) - \dot{q}_i(0) = 0$ ， $\forall i \in N$ 。

同时满足如下性质：

性质 1：质量矩阵 $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为有界的正定对称矩阵。

性质 2： $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 为斜对称阵，满足 $x^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}))x = 0$ 且矩阵 $C(q, \dot{q})$ 有界。

2 自适应选择迭代学习同步控制

2.1 同步控制律

根据控制目标（机械臂的角同步运动），在控制律的基础上增加角同步误差项，令跟踪误差， $e_i(t) = q_d(t) - q_i(t)$ ， q_d 和 q_i 分别为期望姿态角和第 i 次迭代输出姿态角，角同步误差为 $s_i = [e_{13} \quad e_{24}]^T$ ， $e_{13} = q_1 - q_3$ ， $e_{24} = q_2 - q_4$ ，且 $e_i(t)$ 、 $\dot{e}_i(t)$ 、 $s_i(t)$ 和 $\dot{s}_i(t)$ 有界， $A_p, C_d \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ， $B_p, D_d \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ 控制增益 $\alpha(i) > 1$ 。设计的 ASILSC 控制律如下

$$u_i(t) = u_{i-1}(t) + A_p^i e_i(t) + C_d^i \dot{e}_i(t) + B_p^i s_i(t) + D_d^i \dot{s}_i(t) \quad (3)$$

自适应选择律为

$$\begin{cases} A_p^i = \alpha(i) A_p^0, B_p^i = \alpha(i) B_p^0 \\ C_d^i = \alpha(i) C_d^0, D_d^i = \alpha(i) D_d^0, \alpha(i+1) > \alpha(i) \end{cases} \quad (4)$$

2.2 收敛性分析

下面先对动力学方程式（1）进行线性化，在此基础上，将以状态变量表示的系统方程转化为以误差变量表示的系统方程，最后做收敛性分析。

2.2.1 动力学方程线性化

使用泰勒公式，则动力学方程在期望姿态角 $q_d = \text{const}$ 处线性化。质量矩阵 $M(q)$ 线性化如下

$$M(q) = M(q_d) - \frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d} e + R_M \quad (5)$$

其中 R_M 为 $M(q)$ 泰勒展开的余项。则式 (1) 中的第一项可转化为

$$\begin{cases} M(q_d)\ddot{q}_d - M(q)\ddot{q} = M(q_d)\ddot{q}_d - M(q_d)\ddot{q}_d + \frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d} e\ddot{q} - R_M\ddot{q} \\ M(q_d)\ddot{e} + \frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d} e\ddot{q} = M(q_d)\ddot{q}_d - M(q)\ddot{q} + R_M\ddot{q} \end{cases} \quad (6)$$

由于

$$\frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d} e\ddot{q} = \frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d} (\ddot{q} + \ddot{q}_d - \ddot{q}_d) e = \frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d} \ddot{q}_d e - \frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d} \ddot{e} e,$$

则

$$M(q_d)\ddot{e} + \frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d} \ddot{q}_d e - \frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d} \ddot{e} e = M(q_d)\ddot{q}_d - M(q)\ddot{q} + R_M\ddot{q} \quad (7)$$

同理

$$\begin{aligned} C(q_d, \dot{q}_d)\dot{e} + \frac{\partial C}{\partial q} \bigg|_{q_d, \dot{q}_d} \dot{q}_d e + \frac{\partial C}{\partial \dot{q}} \bigg|_{q_d, \dot{q}_d} \dot{q}_d \dot{e} - \frac{\partial C}{\partial q} \bigg|_{q_d, \dot{q}_d} \dot{e} e - \frac{\partial C}{\partial \dot{q}} \bigg|_{q_d, \dot{q}_d} \dot{e} \dot{e} \\ = C(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d - C(q, \dot{q})\dot{q} + R_C\dot{q} \end{aligned} \quad (8)$$

由式 (7) 和式 (8) 可得

$$M(t)\ddot{e} + [C + C_1]\dot{e} + Fe + R(\ddot{e}, \dot{e}, e, t) = H - (M\ddot{q} + C\dot{q}) \quad (9)$$

其中，

$$\begin{cases} M(t) = M(q_d(t)) \\ C(t) = C(q_d(t), \dot{q}_d(t)) \\ C_1(t) = \frac{\partial C}{\partial \dot{q}} \bigg|_{q_d(t), \dot{q}_d(t)} \dot{q}_d(t) \\ F(t) = \frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d(t)} \ddot{q}_d(t) + \frac{\partial C}{\partial q} \bigg|_{q_d(t), \dot{q}_d(t)} \dot{q}_d(t) \\ H(t) = M(q_d(t))\ddot{q}_d(t) + C(q_d(t), \dot{q}_d(t))\dot{q}_d(t) \\ R(\ddot{e}, \dot{e}, e, t) = -\frac{\partial M}{\partial q} \bigg|_{q_d} \ddot{e} e - \frac{\partial C}{\partial q} \bigg|_{q_d, \dot{q}_d} \dot{e} e - \frac{\partial C}{\partial \dot{q}} \bigg|_{q_d, \dot{q}_d} \dot{e} \dot{e} + R_M\ddot{q} + R_C\dot{q} \end{cases} \quad (10)$$

余项 $R(\ddot{e}, \dot{e}, e, t)$ 中含有 e 及其高阶导数，所以可忽略余项。将动力学方程 (1) 代入 (9)，得到第 i 次迭代的混联机械臂动力学方程为

$$M(t)\ddot{e}_i(t) + [C(t) + C_1(t)]\dot{e}_i(t) + F(t)e_i(t) = H(t) - u_i(t) - d_i \quad (11)$$

针对第 i 次迭代和第 $i+1$ 次迭代，方程式 (9) 可写为：

$$\begin{cases} M(t)\ddot{e}_i(t) + [C(t) + C_1(t)]\dot{e}_i(t) + F(t)e_i(t) = H(t) - u_i(t) - d_i \\ M(t)\ddot{e}_{i+1}(t) + [C(t) + C_1(t)]\dot{e}_{i+1}(t) + F(t)e_{i+1}(t) = H(t) - u_{i+1}(t) - d_i \end{cases} \quad (12)$$

由式 (3)、式 (4) 可得

$$B_p^i s_i(t) = E_p^i e_i(t), \quad D_d^i \dot{s}_i(t) = F_d^i \dot{e}_i(t) \quad (13)$$

定义

$$E_p^0 \equiv B_p^0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad F_d^0 \equiv D_d^0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

将式 (14)、式 (4) 代入式 (3) 可得

$$u_i(t) = u_{i-1}(t) + \alpha(i)(A_p^0 + E_p^0)e_i(t) + \alpha(i)(C_d^0 + F_d^0)\dot{e}_i(t) \quad (15)$$

定义 $K_p^0 \equiv A_p^0 + E_p^0$, $K_d^0 \equiv C_d^0 + F_d^0$ 。设 $K_p^0 = \Lambda K_d^0$ ，定义系统输出

$$y_i(t) = \dot{e}_i(t) + \Lambda e_i(t) \quad (16)$$

假设在控制器的作用下，在 $i \rightarrow \infty$ 时， $q_i \rightarrow q_d(t)$ ， $\dot{q}_i \rightarrow \dot{q}_d(t)$ 。控制参数要满足如下条件

$$\begin{cases} l_p = \lambda_{\min}(K_d^0 + 2C_1 - 2\Lambda M) > 0 \\ l_r = \lambda_{\min}(K_d^0 + 2C + 2F/\Lambda - 2C_1/\Lambda) > 0 \\ l_{pr} = \|F/\Lambda - (C + C_1 - \Lambda M)\|_{\max}^2 \end{cases} \quad (17)$$

其中： $\lambda_{\min}$ 为矩阵的最小特征值，

$$\|M\|_{\max} = \max \|M(t)\|, \quad t \in [0, T],$$

$\|M\|$ 为矩阵 M 的欧氏范数。

2.2.2 收敛性分析

收敛性分析如下，定义 Lyapunov 函数为

$$W_i = \int_0^t \exp(-\rho\tau) y_i^T K_d^0 y_i d\tau \quad (18)$$

式 (18) 中 $K_d^0 > 0$ 为控制器参数的初始参数， ρ 为正实数。

由式 (16) 得到

$$\delta y_i = y_{i+1} - y_i = \dot{e}_{i+1} + \Lambda e_{i+1} - (\dot{e}_i + \Lambda e_i) = \delta \dot{e}_i + \Lambda \delta e_i \quad (19)$$

由式 (12) 得到

$$M[\ddot{e}_{i+1} - \ddot{e}_i]\delta y_i = -[C + C_1](\dot{e}_{i+1} - \dot{e}_i) - F[e_{i+1} - e_i] - [u_{i+1} - u_i] \quad (20)$$

由式 (19)、式 (20) 得到

$$M\delta \ddot{y}_i = -(C + C_1)\delta \ddot{e}_i - (K_p^{i+1} e_{i+1} K_d^{i+1} \dot{e}_{i+1}) + M\Lambda \dot{e}_{i+1} - \dot{e}_i \quad (21)$$

因为 $K_p^{i+1} = \Lambda K_d^0$ 和自适应选择算法可知 $K_p^{i+1} = \Lambda K_d^{i+1}$, 考虑到式 (21), 得

$$M\ddot{\mathbf{y}}_i = -(C + C_1)(\dot{\mathbf{y}}_i - \Lambda\dot{\mathbf{e}}_i - F(t)\dot{\mathbf{e}}_i + M\Lambda(\dot{\mathbf{e}}_{i+1} - \dot{\mathbf{e}}_i) - (\Lambda K_d^{i+1} \mathbf{e}_{i+1} + K_d^{i+1} \dot{\mathbf{e}}_{i+1})) \quad (22)$$

因为

$$\begin{cases} M\Lambda(\dot{\mathbf{e}}_{i+1} - \dot{\mathbf{e}}_i) = M\Lambda[(\mathbf{y}_{i+1} - \Lambda\mathbf{e}_{i+1}) - (\mathbf{y}_i - \Lambda\mathbf{e}_i)] = M\Lambda\dot{\mathbf{y}}_i - M\Lambda^2\dot{\mathbf{e}}_i \\ \Lambda K_d^{i+1} \mathbf{e}_{i+1} + K_d^{i+1} \dot{\mathbf{e}}_{i+1} = K_d^{i+1}(\Lambda\mathbf{e}_{i+1} + \dot{\mathbf{e}}_{i+1}) = K_d^{i+1} \mathbf{y}_{i+1} = K_d^{i+1}(\dot{\mathbf{y}}_i + \mathbf{y}_i) \end{cases} \quad (23)$$

则由式 (22) 和式 (23) 可得

$$K_d^{i+1} \mathbf{y}_i = -M\dot{\mathbf{y}}_i - (C + C_1 - \Lambda M + K_d^{i+1})\dot{\mathbf{y}}_i - (F - \Lambda(C + C_1 - \Lambda M))\dot{\mathbf{e}}_i \quad (24)$$

由 W_i 的定义, 得到

$$W_i = \int_0^t \exp(-\rho\tau) y_{i+1}^T K_d^0 y_{i+1} d\tau \quad (25)$$

定义 $\Delta W_i = W_{i+1} - W_i$, 由控制参数和式 (19), 并将式 (24) 代入式 (22) 得

$$\begin{aligned} \Delta W_i &= \int_0^t \exp(-\rho\tau) (\dot{\mathbf{y}}_i^T K_d^0 \dot{\mathbf{y}}_i + 2\dot{\mathbf{y}}_i^T K_d^0 y_i) d\tau = \\ &= \frac{1}{\alpha(i+1)} \left(\int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T K_d^{i+1} \dot{\mathbf{y}}_i d\tau - 2 \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T M \dot{\mathbf{y}}_i d\tau \right. \\ &\quad \left. - 2 \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T ((C + C_1 - \Lambda M + K_d^{i+1}) \dot{\mathbf{y}}_i + (F - \Lambda(C + C_1 - \Lambda M)) \dot{\mathbf{e}}_i) d\tau \right) \end{aligned} \quad (26)$$

应用分部积分法, 且根据假设 2 有 $\dot{\mathbf{y}}_i(0) = 0$, 则

$$\begin{aligned} \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T M \dot{\mathbf{y}}_i d\tau &= \exp(-\rho t) \dot{\mathbf{y}}_i^T(t) M \dot{\mathbf{y}}_i(t) + \\ &= \rho \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T M \dot{\mathbf{y}}_i d\tau - \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T M \ddot{\mathbf{y}}_i d\tau - \\ &= \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T M \ddot{\mathbf{y}}_i d\tau \end{aligned} \quad (27)$$

由系统特性二可得

$$\int_0^t \dot{\mathbf{y}}_i^T M \ddot{\mathbf{y}}_i d\tau = 2 \int_0^t \dot{\mathbf{y}}_i^T C \dot{\mathbf{y}}_i d\tau \quad (28)$$

则

$$\Delta W_i = \frac{1}{\alpha(i+1)} \left(-\exp(-\rho t) \dot{\mathbf{y}}_i^T(t) M \dot{\mathbf{y}}_i(t) - \rho \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T M \dot{\mathbf{y}}_i d\tau \right. \\ \left. - 2 \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T (F - \Lambda(C + C_1 - \Lambda M)) \dot{\mathbf{e}}_i d\tau \right. \\ \left. - \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T (K_d^{i+1} + 2C_1 - 2\Lambda M) \dot{\mathbf{y}}_i d\tau \right) \quad (29)$$

由于

$$\int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T K_d^{i+1} \dot{\mathbf{y}}_i d\tau \geq \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T K_d^0 \dot{\mathbf{y}}_i d\tau \quad (30)$$

利用式 (20), 将 $\dot{\mathbf{y}}_i$ 展开成 $\delta\dot{\mathbf{e}}_i + \Lambda\dot{\mathbf{e}}_i$, 得

$$\Delta W_i \leq \frac{1}{\alpha(i+1)} \left(-\exp(-\rho t) \dot{\mathbf{y}}_i^T(t) M \dot{\mathbf{y}}_i(t) - \rho \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T M \dot{\mathbf{y}}_i d\tau \right. \\ \left. - 2 \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{e}}_i^T (F - \Lambda(C + C_1 - \Lambda M)) \dot{\mathbf{e}}_i d\tau \right. \\ \left. - 2 \Lambda \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{e}}_i^T (F - \Lambda(C + C_1 - \Lambda M)) \dot{\mathbf{e}}_i d\tau \right. \\ \left. - \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{e}}_i^T (K_d^0 + 2C_1 - 2\Lambda M) \dot{\mathbf{e}}_i d\tau \right. \\ \left. - 2 \Lambda \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{e}}_i^T (K_d^0 + 2C_1 - 2\Lambda M) \dot{\mathbf{e}}_i d\tau \right. \\ \left. - \Lambda^2 \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{e}}_i^T (K_d^0 + 2C_1 - 2\Lambda M) \dot{\mathbf{e}}_i d\tau \right) \quad (31)$$

应用分部积分法, 根据假设 2, 有 $\delta\dot{\mathbf{e}}_i(0) = 0$, 则

$$\begin{aligned} &\int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{e}}_i^T (K_d^0 + 2C_1 - 2\Lambda M) \delta\dot{\mathbf{e}}_i d\tau = \\ &= \exp(-\rho t) \dot{\mathbf{e}}_i^T (K_d^0 + 2C_1 - 2\Lambda M) \delta\dot{\mathbf{e}}_i|_0^t + \\ &= \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{e}}_i^T (K_d^0 + 2C_1 - 2\Lambda M) \delta\dot{\mathbf{e}}_i d\tau - \\ &= \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{e}}_i^T (K_d^0 + 2C_1 - 2\Lambda M) \delta\dot{\mathbf{e}}_i d\tau + \\ &= 2 \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{e}}_i^T (\Lambda\dot{M} - \dot{C}_1) \delta\dot{\mathbf{e}}_i d\tau \end{aligned} \quad (32)$$

因此

$$\Delta W_i \leq \frac{1}{\alpha(i+1)}.$$

$$\left(-\exp(-\rho t) \dot{\mathbf{y}}_i^T M \dot{\mathbf{y}}_i - \rho \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T M \dot{\mathbf{y}}_i d\tau \right. \\ \left. - \Lambda \exp(-\rho t) \dot{\mathbf{y}}_i^T l_p \delta\dot{\mathbf{e}}_i - \rho \Lambda \int_0^t \exp(-\rho\tau) \dot{\mathbf{y}}_i^T l_p \delta\dot{\mathbf{e}}_i d\tau - \int_0^t \exp(-\rho\tau) w d\tau \right) \quad (33)$$

其中

$$\begin{aligned} w &= \delta\dot{\mathbf{e}}_i^T (K_d^0 + 2C_1 - 2\Lambda M) \delta\dot{\mathbf{e}}_i + \\ &= 2\Lambda^2 \delta\dot{\mathbf{e}}_i^T (F / \Lambda - (C + C_1 - \Lambda M)) \delta\dot{\mathbf{e}}_i + \\ &= \Lambda^2 \dot{\mathbf{e}}_i^T (K_d^0 + 2C_1 + 2F / \Lambda - 2\dot{C}_1 / \Lambda) \delta\dot{\mathbf{e}}_i \end{aligned} \quad (34)$$

取 $P = F / \Lambda - (C + C_1 - \Lambda M)$, 则由式 (17), 得:

$$w \geq l_p \|\delta\dot{\mathbf{e}}\|^2 + 2\Lambda \delta\dot{\mathbf{e}}^T P \delta\mathbf{e} + \Lambda^2 l_r \|\delta\mathbf{e}\|^2 \quad (35)$$

采用 Cauchy-Schwarz 不等式, 有

$$\begin{cases} \delta\dot{\mathbf{e}}^T P \delta\mathbf{e} \geq -\|\delta\dot{\mathbf{e}}\| \|P\|_{\max} \|\delta\mathbf{e}\| \\ w \geq l_p \left(\|\delta\dot{\mathbf{e}}\| - \frac{\Lambda}{l_p} \|P\|_{\max} \|\delta\mathbf{e}\| \right)^2 + \Lambda^2 \left(l_r - \frac{1}{l_p} \|P\|_{\max}^2 \right) \|\delta\mathbf{e}\|^2 \geq 0 \end{cases} \quad (36)$$

则 $\Delta W_i \leq 0$, 即

$$W_{i+1} \leq W_i \quad (37)$$

由于 K_d^0 为正定阵, $W_i > 0$ 且有界, 则当 $i \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{y}_i(t) \rightarrow 0$ 。由于 $\mathbf{e}_i(t)$ 和 $\dot{\mathbf{e}}_i(t)$ 为两相互独立的变量, Λ 为正定常数阵, 当 $i \rightarrow \infty$, $\mathbf{e}_i(t) \rightarrow 0$,

$\dot{e}_i(t) \rightarrow 0, t \in [0, T]$ 。

综上所述，可得到结论，对于 $t \in [0, T]$ ，当 $i \rightarrow \infty, q_i(t) \rightarrow q_d(t), \dot{q}_i(t) \rightarrow \dot{q}_d(t)$ 。

3 仿真算例

取四自由度混联机械臂（图 1）系统进行仿真，使用自适应选择迭代学习控制如式（3）所示，控制系统如图 2 所示。

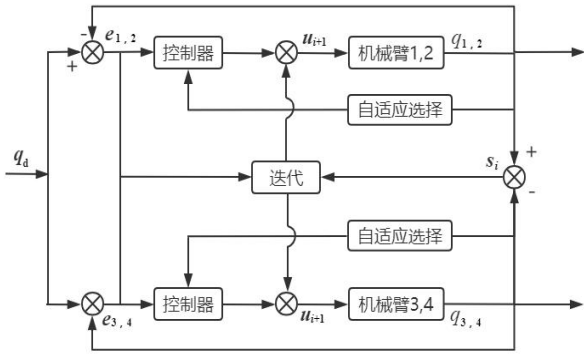
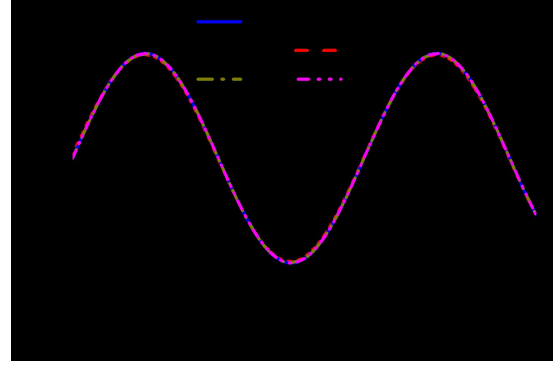


图 2 ASILSC 控制系统图

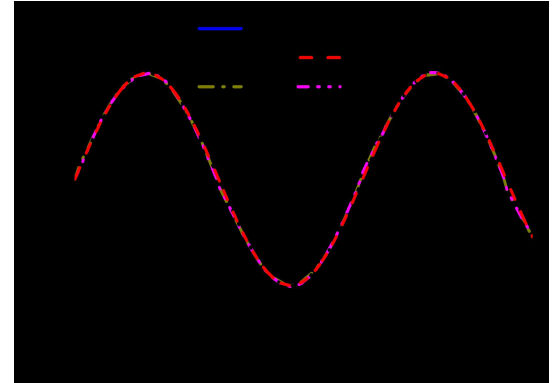
Fig. 2 ASILSC control system diagram

系统方程式(1)中初始状态为 $q(0)=[0,0,0,0]^T$ ，控制期望初值为 $u_0=[0,0,0,0]^T$ ， $m_1=2m_3=2m_2=4m_4=1\text{kg}$ ， $l_1=2l_3=2l_2=3l_4=1\text{m}$ ， $d_1=d_3=2d_2=3d_4=0.5\text{m}$ ， $J_1=2J_3=2J_2=4J_4=0.83\text{kgm}^2$ ，期望轨迹为 $q_d=[1, 0.5, 1, 0.5]^T \sin t$ 。控制器参数 $C_d^0=A_p^0=30 \times I_{4 \times 4}$ ， $C_p^0=A_p^0=30 \times I_{4 \times 4}$ ， $D_d^0=B_p^0=[30 \times I_{2 \times 2}, 0]^T$ ，迭代步长 $i=5$ 。考虑系统会受到外界干扰，摩擦等因素的影响，选用四个独立的干扰力矩 $d_r=[r_{01}, r_{02}, r_{03}, r_{04}] \times \sin t$ ，其中随机数 $r_{0i} \in [0,1]$ ， $(i=1, 2, 3, 4)$ 。仿真两种控制：带遗忘因子的迭代学习角同步控制 ASILSC^[1] 与自适应选择迭代学习控制 ILSCFF（如式 3）。期望轨迹跟踪、期望轨迹跟踪误差和角同步误差仿真结果如图 3（a）~（f）所示。

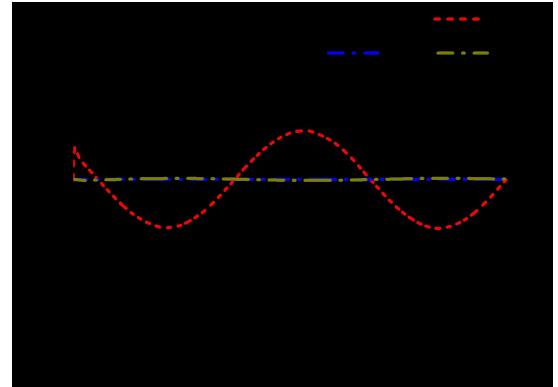
从图 3 的轨迹图（a）和（b）看出，两种控制器均实现了轨迹跟踪，同时轨迹误差较小。从跟踪误差图（c）至（f）看出，ASILSC 的跟踪误差和角同步误差的波动范围和稳态值较小，均小于 ILSCFF。通过与 ILSCFF 对比发现，ASILSC 有着较好的抗扰性能，同时误差的波动范围和稳态值较小也能体现出 ASILSC 具有更快的收敛速度。



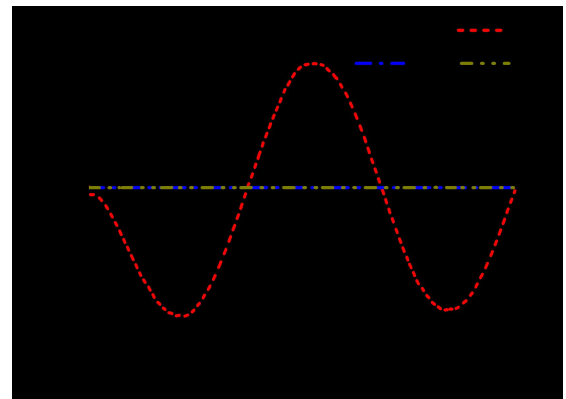
（a）轨迹跟踪（机械臂 1 和 3）



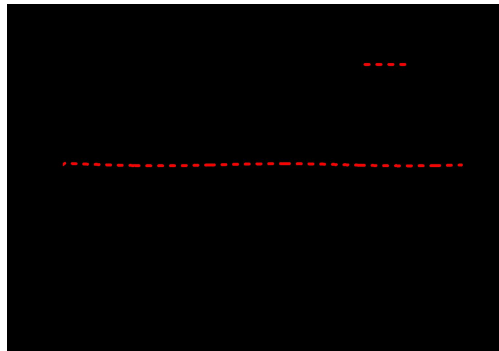
（b）轨迹跟踪（机械臂 2 和 4）



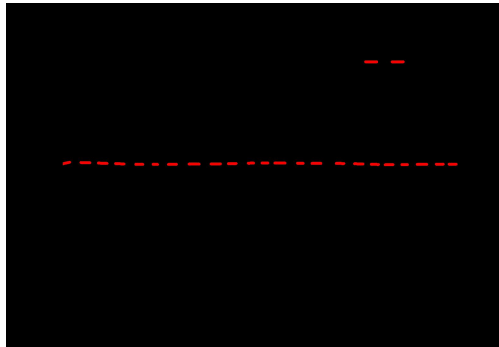
（c）跟踪误差（机械臂 1 和 3）



（d）跟踪误差（机械臂 2 和 4）



(e) 角同步误差 (机械臂 1 和 3)



(f) 角同步误差 (机械臂 2 和 4)

图 3 ILSCFF (I) 和 ASILSC (A) 的轨迹跟踪及误差

Fig. 3 Trajectory tracking and error with ILSCFF

(I) & ASILSC (A)

4 结论

通过建立四自由度混联机械臂系统动力学模型,设计了自适应选择迭代学习角同步控制算法,证明了其收敛性。仿真结果显示,ASILSC具有良好的轨迹跟踪和角同步运动的控制性能,并且有着较好的抗扰性能。协同合作能使多个性能较弱的机械臂完成单个高性能机械臂无法完成的任务,若ASILSC的控制目标为协同轨迹,就能从角同步控制迁移至协同控制,为多机械臂协同合作奠定基础。

参考文献:

[1] 万鹏,田汪洋,周吉,等. 混联机械臂系统带遗忘因子的迭

代学习角同步控制[J]. 东莞理工学院学报, 2020, 117 (3) :113-117.

[2] Nayak A, Caro S, Wenger P. Kinematic analysis of the 3-rps-3-spr series-parallel manipulator[J]. Robotica, 2019, 37 (7) :1240-1266.

[3] Ramkumar R, Karthikeyan C, Dash AK. A new workspace analysis method for 6-DOF 3-RRRS parallel manipulators[J]. International Journal of Robotics & Automation, 2019, 34 (2) :135-145.

[4] Lu Y, Dai Z, Lu Y. Precise stiffness and elastic deformations of serial-parallel manipulators by considering inertial wrench of moving links[J]. Robotica, 2020, 38(12):2204-2220.

[5] Arimoto S. Bettering operation of robots by learning[J]. J of Robotic Systems, 1984, 1(2):123-140.

[6] Shida G, Jun L, Cuimei B, et al. Parameter optimised iterative learning control algorithm for multi-batch reactor[J]. The Journal of Engineering, 2019(22): 8319-8323.

[7] Shi J T, Xu J X, Sun J, et al. Iterative learning control for time-varying systems subject to variable pass lengths: Application to robot manipulators[J]. Ieee Transactions on Industrial Electronics, 2020. 67(10):8629-8637.

[8] Qiao J Z, Wu H, Zhu Y K, et al. Anti-disturbance iterative learning tracking control for space manipulators with repetitive reference trajectory[J]. Assembly Automation, 2019, 39(3):401-409.

[9] 张朝君. 新型串并混联机械手的设计[J]. 内燃机与配件, 2019(5):213-214.

[10] 郭丁旭, 姜乃晶, 张舒, 等. 含有 LuGre 摩擦并联机械臂的自适应控制[J]. 动力学与控制学报, 2019, 73(17):72-78.

[11] Chen Q, Shi H H, Sun M X. Echo state network-based backstepping adaptive iterative learning control for strict-feedback systems: An error-tracking approach[J]. Ieee Transactions on Cybernetics, 2020, 50(7): 3009-3022.